

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор  
по образовательной деятельности КФУ  
Проф. Минзарипов Р.Г.

"\_\_" \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**Программа дисциплины**

Современные проблемы финансовой математики М1.В.1

Направление подготовки: 010400.68 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: Системный анализ и информационные технологии

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Халиуллин С.Г.

**Рецензент(ы):**

-

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой:

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от "\_\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от "\_\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No

Казань  
2014

## **Содержание**

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Халиуллин С.Г. кафедры математической статистики отделение прикладной математики и информатики ,  
Samig.Haliullin@kpfu.ru

### **1. Цели освоения дисциплины**

Курс посвящен систематическому изучению финансового рынка, имеющего два актива - облигации и акции, а также изучению моделей временных рядов, наиболее часто встречающихся на финансовом рынке. Основное внимание уделено задачам инвестирования и хеджирования, а также задаче расчета опционов Европейского типа в дискретном времени. Курс представляет определенный интерес для применения его в финансовой математике.

### **2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования**

Данная учебная дисциплина включена в раздел " М1.В.1 Общенаучный" основной образовательной программы 010400.68 Прикладная математика и информатика и относится к вариативной части. Осваивается на 1 курсе, 1 семестр.

"современные проблемы финансовой математики" входит в состав общенаучных дисциплин, в раздел М1.В.2. Читается на 1 курсе, в 1 семестре.

### **3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля**

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

1. использование мартингаловых методов исследования случайных процессов;
2. исследование данных на предмет подбора подходящей модели и ее использование для различных задач финансового рынка.

2. должен уметь:

1. ориентироваться в характеристических свойствах мартингалов, супермартингалов и субмартингалов;
2. ориентироваться в способах построения мартингалов и сферах их применимости;
3. ориентироваться в построении математической модели финансового рынка, идентификации предложенных данных и оценке параметров выбранной модели.

3. должен владеть:

1. теоретическими знаниями об условных математических ожиданиях, мартингалах;
2. теоретическими знаниями о финансовом рынке с дискретным временем, о гауссовских моделях;
3. теоретическими знаниями о задачах инвестирования и хеджирования.

1. ориентироваться в построении математической модели финансового рынка, идентификации предложенных данных и оценке

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет зачетных(ые) единиц(ы) 108 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 1 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Тема. Понятие конечного вероятностного пространства. Понятие разбиения вероятностного пространства. Условная вероятность события относительно разбиения, ее свойства. Условная вероятность события относительно случайной величины, ее свойства.	1		0	0	0	
2.	Тема 2. Тема. Условное математическое ожидание случайной величины относительно разбиения (два эквивалентных подхода), его свойства. Условное математическое ожидание случайной величины относительно другой случайной величины.	1		0	0	0	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
3.	Тема 3. Тема. Измеримость случайных величин относительно разбиения. Алгебра, порожденная разбиением. Условное математическое ожидание относительно этой алгебры.	1		0	0	0	
4.	Тема 4. Понятие конечного мартингала. Примеры. Строение конечных мартингалов. Обращенный мартингал. Момент остановки относительно последовательности разбиений (алгебр). Теорема о среднем значении случайной величины со случайным моментом времени для мартингалов. Использование мартингалов для симметричных случайных блужданий. Теорема о баллотировке.	1		0	0	0	
5.	Тема 5. Понятия супермартингала и субмартингала. Теорема Дуба о разложении супермартингала (субмартингала) в сумму мартингала и предсказуемой последовательности.	1		0	0	0	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
6.	Тема 6. Постановка задач инвестирования и хеджирования для финансового рынка с дискретным временем. Опционы. Рациональная стоимость опциона, рациональный момент исполнения опциона.	1		0	0	0	
7.	Тема 7. Теория расчета стоимости и хеджирующих стратегий для опционов европейского типа с дискретным временем. Примеры расчета стоимости и хеджирующих стратегий для опционов европейского типа с дискретным временем.	1		0	0	0	
8.	Тема 8. Понятие рациональной стоимости и хеджирующих стратегий для опционов американского типа с дискретным временем.	1		0	0	0	
9.	Тема 9. Стационарные и нестационарные временные ряды. Линейные модели временных рядов ? модель авторегрессии порядка $p$ ; модель скользящего среднего порядка $q$ ; смешанные модели.	1		0	0	0	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
10.	Тема 10. Условия стационарности и обратимости линейных моделей. Оценка параметров моделей. Уравнения Юла-Уокера. Характеристические уравнения линейных моделей.	1		0	0	0	
11.	Тема 11. Решение разностных уравнений. Идентификация и подгонка моделей. Прогнозирование и подправление прогноза.	1		0	0	0	
.	Тема . Итоговая форма контроля	1		0	0	0	зачет
	Итого			0	0	0	

#### 4.2 Содержание дисциплины

**Тема 1. Тема. Понятие конечного вероятностного пространства. Понятие разбиения вероятностного пространства. Условная вероятность события относительно разбиения, ее свойства. Условная вероятность события относительно случайной величины, ее свойства.**

**Тема 2. Тема. Условное математическое ожидание случайной величины относительно разбиения (два эквивалентных подхода), его свойства. Условное математическое ожидание случайной величины относительно другой случайной величины.**

**Тема 3. Тема. Измеримость случайных величин относительно разбиения. Алгебра, порожденная разбиением. Условное математическое ожидание относительно этой алгебры.**

**Тема 4. Понятие конечного мартингала. Примеры. Строение конечных мартингалов. Обращенный мартингал. Момент остановки относительно последовательности разбиений (алгебр). Теорема о среднем значении случайной величины со случайным моментом времени для мартингалов. Использование мартингалов для симметричных случайных блужданий. Теорема о баллотировке.**

**Тема 5. Понятия супермартингала и субмартингала. Теорема Дуба о разложении супермартингала (субмартингала) в сумму мартингала и предсказуемой последовательности.**

**Тема 6. Постановка задач инвестирования и хеджирования для финансового рынка с дискретным временем. Опционы. Рациональная стоимость опциона, рациональный момент исполнения опциона.**

**Тема 7. Теория расчета стоимости и хеджирующих стратегий для опционов европейского типа с дискретным временем. Примеры расчета стоимости и хеджирующих стратегий для опционов европейского типа с дискретным временем.**

**Тема 8. Понятие рациональной стоимости и хеджирующих стратегий для опционов американского типа с дискретным временем.**

**Тема 9. Стационарные и нестационарные временные ряды. Линейные модели временных рядов ? модель авторегрессии порядка  $p$ ; модель скользящего среднего порядка  $q$ ; смешанные модели.**

**Тема 10. Условия стационарности и обратимости линейных моделей. Оценка параметров моделей. Уравнения Юла-Уокера. Характеристические уравнения линейных моделей.**

**Тема 11. Решение разностных уравнений. Идентификация и подгонка моделей. Прогнозирование и подправление прогноза.**

## **5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения**

Обучение происходит в форме лекционных и лабораторных занятий, а также самостоятельной работы студентов.

Теоретический материал излагается на лекциях. Причем конспект лекций, который остается у студента в результате прослушивания лекции не может заменить учебник. Его цель-формулировка основных утверждений и определений. Прослушав лекцию, полезно ознакомиться с более подробным изложением материала в учебнике. Список литературы разделен на две категории: необходимый для сдачи зачета минимум и дополнительная литература.

Изучение курса подразумевает не только овладение теоретическим материалом, но и получение практических навыков для более глубокого понимания разделов на основе решения задач и упражнений, иллюстрирующих доказываемые теоретические положения, а также развитие абстрактного мышления и способности самостоятельно доказывать утверждения.

Самостоятельная работа предполагает выполнение домашних работ. Практические задания, выполненные в аудитории, предназначены для указания общих методов решения задач определенного типа. Закрепить навыки можно лишь в результате самостоятельной работы.

Кроме того, самостоятельная работа включает подготовку к зачету. При подготовке к сдаче зачета весь объем работы рекомендуется распределять равномерно по дням, отведенным для подготовки к зачету, контролировать каждый день выполнения работы. Лучше, если можно перевыполнить план. Тогда будет резерв времени.

## **6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов**

**Тема 1. Тема. Понятие конечного вероятностного пространства. Понятие разбиения вероятностного пространства. Условная вероятность события относительно разбиения, ее свойства. Условная вероятность события относительно случайной величины, ее свойства.**

**Тема 2. Тема. Условное математическое ожидание случайной величины относительно разбиения (два эквивалентных подхода), его свойства. Условное математическое ожидание случайной величины относительно другой случайной величины.**

**Тема 3. Тема. Измеримость случайных величин относительно разбиения. Алгебра, порожденная разбиением. Условное математическое ожидание относительно этой алгебры.**

**Тема 4. Понятие конечного мартингала. Примеры. Строение конечных мартингалов. Обращенный мартингал. Момент остановки относительно последовательности разбиений (алгебр). Теорема о среднем значении случайной величины со случайным моментом времени для мартингалов. Использование мартингалов для симметричных случайных блужданий. Теорема о баллотировке.**

**Тема 5. Понятия супермартингала и субмартингала. Теорема Дуба о разложении супермартингала (субмартингала) в сумму мартингала и предсказуемой последовательности.**



**Тема 6. Постановка задач инвестирования и хеджирования для финансового рынка с дискретным временем. Опционы. Рациональная стоимость опциона, рациональный момент исполнения опциона.**

**Тема 7. Теория расчета стоимости и хеджирующих стратегий для опционов европейского типа с дискретным временем. Примеры расчета стоимости и хеджирующих стратегий для опционов европейского типа с дискретным временем.**

**Тема 8. Понятие рациональной стоимости и хеджирующих стратегий для опционов американского типа с дискретным временем.**

**Тема 9. Стационарные и нестационарные временные ряды. Линейные модели временных рядов ? модель авторегрессии порядка  $p$ ; модель скользящего среднего порядка  $q$ ; смешанные модели.**

**Тема 10. Условия стационарности и обратимости линейных моделей. Оценка параметров моделей. Уравнения Юла-Уокера. Характеристические уравнения линейных моделей.**

**Тема 11. Решение разностных уравнений. Идентификация и подгонка моделей. Прогнозирование и подправка прогноза.**

**Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к зачету:

По данной дисциплине предусмотрена проведение зачета. Примерные вопросы для зачета - Приложение 1.

### **7.1. Основная литература:**

1. А.Н. Ширяев. Вероятность, - М.: Наука, 1989.
2. Ю.А. Розанов. Стационарные случайные процессы, М.: Наука, 1990.
3. А.Д. Вентцель. Курс теории случайных процессов, М.: Наука, 1975.

### **7.2. Дополнительная литература:**

1. Дж. Бокс, Г. Дженкинс. Анализ временных рядов. Прогноз и управление, М., Мир, 1974.
2. А.Н. Ширяев, Ю.М. Кабанов, Д.О. Крамков, А.В. Мельников. К теории расчета опционов. I. Дискретное время. - Теория вероятностей и ее применения, т. 39, вып.1, 1994, стр. 23-79.
3. И.К. Волков, С.М. Зуев, Г.М. Цветкова. Случайные процессы. - МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2006, 448 с.

### **7.3. Интернет-ресурсы:**

## **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану**

Освоение дисциплины "Современные проблемы финансовой математики" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010400.68 "Прикладная математика и информатика" и магистерской программе Системный анализ и информационные технологии .

Автор(ы):

Халиуллин С.Г. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.