

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное учреждение
высшего профессионального образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



подписано электронно-цифровой подписью

Программа дисциплины

Краевые задачи и сингулярные интегральные уравнения Б3.ДВ.1

Направление подготовки: 010100.62 - Математика

Профиль подготовки: Общий профиль

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Автор(ы):

Обносков Ю.В.

Рецензент(ы):

Авхадиев Ф.Г.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Обносков Ю. В.

Протокол заседания кафедры No ____ от " ____ " _____ 201__ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No ____ от " ____ " _____ 201__ г

Регистрационный No 81724315

Казань
2014

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) профессор, д.н. (профессор) Обносов Ю.В. Кафедра дифференциальных уравнений отделение математики , yurii.obnosov@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины (модуля) "Краевые задачи и сингулярные интегральные уравнения" являются:

изучить основы теории интегралов типа Коши для кусочно-гладких контуров и плотностей класса Гельдера;

научиться решать краевые задачи Римана и Гильберта при классических предположениях относительно контура интегрирования и коэффициентов краевого условия;

ознакомиться с основными сведениями из теории сингулярных интегральных уравнения с ядром Коши и с ядром Гильберта и научиться решать эти уравнения.

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б3.ДВ.1 Профессиональный" основной образовательной программы 010100.62 Математика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 3 курсе, 5 семестр.

Дисциплина "Краевые задачи и сингулярные интегральные уравнения" входит в вариативную часть дисциплин по выбору профессионального цикла.

Получаемые знания необходимы для понимания последующих дисциплин по выбору.

Слушатели должны владеть знаниями по дисциплинам: математический анализ, комплексный анализ.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОК-1 (общекультурные компетенции)	5.1. Выпускник должен обладать следующими общекультурными компетенциями (ОК): навыками межличностных отношений; готовностью к работе в команде (ОК-1);
ОК-15 (общекультурные компетенции)	способность к письменной и устной коммуникации на русском языке (ОК-15);
ОК-6 (общекультурные компетенции)	способностью применять знания на практике (ОК-6);
ПК-7 (профессиональные компетенции)	умением грамотно пользоваться языком предметной области (ПК-7);
ПК-9 (профессиональные компетенции)	знанием корректных постановок классических задач (ПК-9);
ПК-25 (профессиональные компетенции)	умением самостоятельно математически корректно ставить естественно-научные и инженерно-физические задачи (ПК-25);

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

Знать основные классические и некоторые современные разделы теории краевых задач и сингулярных интегральных уравнений.

обладать теоретическими знаниями по теории интеграла типа Коши, по решению задач Римана и Гильберта, по теории сингулярных интегральных уравнений.

2. должен уметь:

ориентироваться в понятиях: кусочно-гладкие кривые и их свойства; функции класса Гельдера на кусочно-гладких кривых и их свойства ; интеграл типа Коши - главное значение; граничное значение интеграла типа Коши; формула перестановки Пуанкаре-Бертрана и ее применение; поведение интеграла типа Коши вблизи узлов; краевые задачи Римана и Гильберта; сингулярные интегральные уравнения.

3. должен владеть:

приобрести навыки исследования функций класса Гельдера; вычислений, связанных с интегралом типа Коши; решения краевых задач Римана и Гильберта, сингулярных интегральных уравнений.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

усвоить основные понятия разделов спецкурса, уметь пользоваться полученными знаниями, использовать их в своей самостоятельной работе.

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 7 зачетных(ые) единиц(ы) 252 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет и экзамен в 5 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Тема. Гладкие кривые и их свойства. Теорема о стандартном радиусе. Основное неравенство для кусочно-гладких кривых без точек возврата.	5	1	2	0	0	устный опрос

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
2.	Тема 2. Тема. Классы функций на кусочно-гладких контурах. Функции класса Гельдера. Свойства гильдеровских функций. Основные теоремы о гильдеровских функциях. Логарифмическая функция. Общая степенная функция. Классы H^0 , H^* , H_{eps}^* .	5	2	6	2	0	устный опрос
3.	Тема 3. Тема. Криволинейные интегралы, зависящие от параметра. Некоторые сведения из теории криволинейных интегралов, зависящих от параметра.	5	3	2	2	0	устный опрос
4.	Тема 4. Тема. Главное значение интеграла типа Коши. Интеграл типа Коши, одно достаточное условие существования его главного значения. Теорема Племяля-Привалова. Теоремы о замене пути интегрирования и об интегрировании по частям.	5	4	6	4	0	контрольная точка

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
5.	Тема 5. Тема. Граничное значение интеграла типа Коши. Формулы Сохоцкого. Задача об аналитической продолжимости функции, заданной на замкнутом простом контуре в области D- и D+. Формула перестановки Пуанкаре ? Бертрана. Формула обращения сингулярного интеграла с ядром Гильберта.	5	5-6	8	2	0	устный опрос
6.	Тема 6. Тема. Поведение интегралов типа Коши в окрестности узлов. Поведение интегралов типа Коши в окрестности концевых точек контура интегрирования. Поведение интеграла типа Коши в окрестности точек разрыва первого рода у плотности. Поведение интеграла типа Коши в окрестности точек разрыва второго рода у плотности.	5	7-8	6	2	0	устный опрос
7.	Тема 7. Тема. Интеграл типа Коши по прямой.	5	9	0	4	0	устный опрос
8.	Тема 8. Тема. Краевая задача Римана для одного простого гладкого замкнутого контура. Понятие индекса. Задача о скачке Однородная задача. Неоднородная задача.	5	10	2	4	0	контрольная точка

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
9.	Тема 9. Тема. Краевая задача Римана для одного простого гладкого разомкнутого контура.	5	11	2	4	0	устный опрос
10.	Тема 10. Тема. Краевая задача Римана для конечного числа гладких контуров.	5	11	2	0	0	устный опрос
11.	Тема 11. Тема. Задача обращения интеграла типа Коши в общем случае. Решение задачи обращения в случае, когда все компоненты контура замкнуты. Решение задачи обращения в общем случае.	5	11	2	2	0	устный опрос
12.	Тема 12. Тема. Краевая задача Римана для полуплоскости.	5	12	2	4	0	устный опрос
13.	Тема 13. Тема. Интегральные уравнения с ядром Коши. Основные понятия и обозначения. Теория уравнений Фредгольма.	5	13	2	2	0	устный опрос
14.	Тема 14. Тема. Решение характеристического уравнения и союзного с ним.	5	13-14	2	6	0	
15.	Тема 15. Регуляризация полного уравнения. Теоремы Нетера.	5		2	2	0	контрольная точка

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
16.	Тема 16. Тема. Сингулярные интегральные уравнения в случае кусочно-гладкой линии интегрирования и разрывных коэффициентов. Решение характеристического уравнения и союзного с ним.	5	15	2	2	0	устный опрос
17.	Тема 17. Тема. Сингулярные интегральные уравнения с ядром Гильберта.	5	15-16	2	2	0	устный опрос
18.	Тема 18. Тема. Сингулярные интегральные уравнения, содержащие комплексно сопряженные неизвестные.	5	16	0	2	0	устный опрос
19.	Тема 19. Тема. Краевая задача Гильберта. Постановка задач Дирихле, Шварца и Гильберта. Оператор Шварца. Построение оператора Шварца. Решение задачи Шварца.	5	17	2	2	0	устный опрос
20.	Тема 20. Тема. Решение задачи Гильберта. Метод регуляризирующего множителя.	5	17-18	2	2	0	устный опрос
21.	Тема 21. Тема. Решение задачи Гильберта для круга и плоскости методом симметрии.	5	18	0	4	0	контрольная точка
	Тема . Итоговая форма контроля	5		0	0	0	экзамен зачет
	Итого			54	54	0	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Тема. Гладкие кривые и их свойства. Теорема о стандартном радиусе. Основное неравенство для кусочно-гладких кривых без точек возврата.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Гладкие кривые и их свойства. Теорема о стандартном радиусе. Основное неравенство для кусочно-гладких кривых без точек возврата.

Тема 2. Тема. Классы функций на кусочно-гладких контурах. Функции класса Гельдера. Свойства гильдеровских функций. Основные теоремы о гильдеровских функциях. Логарифмическая функция. Общая степенная функция. Классы H^0 , H^* , H_{ϵ}^* .

лекционное занятие (6 часа(ов)):

Классы функций на кусочно-гладких контурах. Функции класса Гельдера. Свойства гильдеровских функций. Основные теоремы о гильдеровских функциях. Логарифмическая функция. Общая степенная функция. Классы H^0 , H^* , H_{ϵ}^* .

практическое занятие (2 часа(ов)):

Решение задач на тему: функции класса Гельдера.

Тема 3. Тема. Криволинейные интегралы, зависящие от параметра. Некоторые сведения из теории криволинейных интегралов, зависящих от параметра.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Криволинейные интегралы, зависящие от параметра. Некоторые сведения из теории криволинейных интегралов, зависящих от параметра.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Решение задач на тему: Криволинейные интегралы, зависящие от параметра.

Тема 4. Тема. Главное значение интеграла типа Коши. Интеграл типа Коши, одно достаточное условие существования его главного значения. Теорема Племеля-Привалова. Теоремы о замене пути интегрирования и об интегрировании по частям.

лекционное занятие (6 часа(ов)):

Главное значение интеграла типа Коши. Интеграл типа Коши, одно достаточное условие существования его главного значения. Теорема Племеля-Привалова. Теоремы о замене пути интегрирования и об интегрировании по частям.

практическое занятие (4 часа(ов)):

Решение задач на тему: Интеграл типа Коши. Главное значение интеграла типа Коши.

Тема 5. Тема. Граничное значение интеграла типа Коши. Формулы Сохоцкого. Задача об аналитической продолжимости функции, заданной на замкнутом простом контуре в области D^- и D^+ . Формула перестановки Пуанкаре ? Бертрана. Формула обращения сингулярного интеграла с ядром Гильберта.

лекционное занятие (8 часа(ов)):

Граничное значение интеграла типа Коши. Формулы Сохоцкого. Задача об аналитической продолжимости функции, заданной на замкнутом простом контуре в области D^- и D^+ . Формула перестановки Пуанкаре ? Бертрана. Формула обращения сингулярного интеграла с ядром Гильберта.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Решение задач на тему: Формулы Сохоцкого.

Тема 6. Тема. Поведение интегралов типа Коши в окрестности узлов. Поведение интегралов типа Коши в окрестности концевых точек контура интегрирования. Поведение интеграла типа Коши в окрестности точек разрыва первого рода у плотности. Поведение интеграла типа Коши в окрестности точек разрыва второго рода у плотности.

лекционное занятие (6 часа(ов)):

Поведение интегралов типа Коши в окрестности узлов. Поведение интегралов типа Коши в окрестности концевых точек контура интегрирования. Поведение интеграла типа Коши в окрестности точек разрыва первого рода у плотности. Поведение интеграла типа Коши в окрестности точек разрыва второго рода у плотности.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Семинар на тему: Поведение интеграла типа Коши в окрестности точек разрыва второго рода у плотности.

Тема 7. Тема. Интеграл типа Коши по прямой.

практическое занятие (4 часа(ов)):

Тема. Интеграл типа Коши по прямой.

Тема 8. Тема. Краевая задача Римана для одного простого гладкого замкнутого контура. Понятие индекса. Задача о скачке Однородная задача. Неоднородная задача.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Краевая задача Римана для одного простого гладкого замкнутого контура. Понятие индекса. Задача о скачке Однородная задача. Неоднородная задача.

практическое занятие (4 часа(ов)):

Решение задачи Римана, различные задачи.

Тема 9. Тема. Краевая задача Римана для одного простого гладкого разомкнутого контура.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Краевая задача Римана для одного простого гладкого разомкнутого контура.

практическое занятие (4 часа(ов)):

Решение задачи Римана в случае замкнутого контура, задачи.

Тема 10. Тема. Краевая задача Римана для конечного числа гладких контуров.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Краевая задача Римана для конечного числа гладких контуров.

Тема 11. Тема. Задача обращения интеграла типа Коши в общем случае. Решение задачи обращения в случае, когда все компоненты контура замкнуты. Решение задачи обращения в общем случае.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Задача обращения интеграла типа Коши в общем случае. Решение задачи обращения в случае, когда все компоненты контура замкнуты. Решение задачи обращения в общем случае.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Задачи обращения.

Тема 12. Тема. Краевая задача Римана для полуплоскости.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Краевая задача Римана для полуплоскости.

практическое занятие (4 часа(ов)):

Решение задач Римана для полуплоскости.

Тема 13. Тема. Интегральные уравнения с ядром Коши. Основные понятия и обозначения. Теория уравнений Фредгольма.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Интегральные уравнения с ядром Коши. Основные понятия и обозначения. Теория уравнений Фредгольма.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Интегральные уравнения с ядром Коши, примеры.

Тема 14. Тема. Решение характеристического уравнения и союзного с ним.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Решение характеристического уравнения и союзного с ним.

практическое занятие (6 часа(ов)):

Различные задачи на тему: характеристическое уравнение.

Тема 15. Регуляризация полного уравнения. Теоремы Нетера.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Регуляризация полного уравнения. Теоремы Нетера.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Семинар на тему: Теоремы Нетера.

Тема 16. Тема. Сингулярные интегральные уравнения в случае кусочно-гладкой линии интегрирования и разрывных коэффициентов. Решение характеристического уравнения и союзного с ним.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Сингулярные интегральные уравнения в случае кусочно-гладкой линии интегрирования и разрывных коэффициентов. Решение характеристического уравнения и союзного с ним.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Семинар на тему: Сингулярные интегральные уравнения в случае кусочно-гладкой линии интегрирования и разрывных коэффициентов. Решение характеристического уравнения и союзного с ним.

Тема 17. Тема. Сингулярные интегральные уравнения с ядром Гильберта.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Сингулярные интегральные уравнения с ядром Гильберта.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Семинар на тему: Сингулярные интегральные уравнения с ядром Гильберта.

Тема 18. Тема. Сингулярные интегральные уравнения, содержащие комплексно сопряженные неизвестные.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Сингулярные интегральные уравнения, содержащие комплексно сопряженные неизвестные.

Тема 19. Тема. Краевая задача Гильберта. Постановка задач Дирихле, Шварца и Гильберта. Оператор Шварца. Построение оператора Шварца. Решение задачи Шварца.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Краевая задача Гильберта. Постановка задач Дирихле, Шварца и Гильберта. Оператор Шварца. Построение оператора Шварца. Решение задачи Шварца.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Семинар на тему: Краевая задача Гильберта. Постановка задач Дирихле, Шварца и Гильберта. Оператор Шварца. Построение оператора Шварца. Решение задачи Шварца.

Тема 20. Тема. Решение задачи Гильберта. Метод регуляризирующего множителя.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Решение задачи Гильберта. Метод регуляризирующего множителя.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Решение задачи Гильберта.

Тема 21. Тема. Решение задачи Гильберта для круга и плоскости методом симметрии.

практическое занятие (4 часа(ов)):

Решение задачи Гильберта для круга и плоскости методом симметрии.

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Тема. Гладкие кривые и их свойства. Теорема о стандартном радиусе. Основное неравенство для кусочно-гладких кривых без точек возврата.	5	1	Проработать самостоятельно содержание лекции.	2	Вопросы на занятии.
2.	Тема 2. Тема. Классы функций на кусочно-гладких контурах. Функции класса Гельдера. Свойства гельдеровских функций. Основные теоремы о гельдеровских функциях. Логарифмическая функция. Общая степенная функция. Классы H^0 , H^* , H_{eps}^* .	5	2	Проработать самостоятельно содержание лекции. Выполнить домашнее задание.	8	Проверка домашнего задания. Самостоятельная работа (решение задач)
3.	Тема 3. Тема. Криволинейные интегралы, зависящие от параметра. Некоторые сведения из теории криволинейных интегралов, зависящих от параметра.	5	3	Подготовиться к семинару.	4	Выступление на семинаре.
4.	Тема 4. Тема. Главное значение интеграла типа Коши. Интеграл типа Коши, одно достаточное условие существования его главного значения. Теорема Племеля-Привалова. Теоремы о замене пути интегрирования и об интегрировании по частям.	5	4	Выполнение домашних заданий.	10	Контрольная работа.

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
5.	Тема 5. Тема. Граничное значение интеграла типа Коши. Формулы Сохоцкого. Задача об аналитической продолжимости функции, заданной на замкнутом простом контуре в области D- и D+. Формула перестановки Пуанкаре ? Бертрана. Формула обращения сингулярного интеграла с ядром Гильберта.	5	5-6	Подготовиться к семинару.	10	Выступление на семинаре.
6.	Тема 6. Тема. Поведение интегралов типа Коши в окрестности узлов. Поведение интегралов типа Коши в окрестности концевых точек контура интегрирования. Поведение интеграла типа Коши в окрестности точек разрыва первого рода у плотности. Поведение интеграла типа Коши в окрестности точек разрыва второго рода у плотности.	5	7-8	Подготовиться к семинару.	8	Семинар.
7.	Тема 7. Тема. Интеграл типа Коши по прямой.	5	9	Решение задач.	4	Контрольная работа.
8.	Тема 8. Тема. Краевая задача Римана для одного простого гладкого замкнутого контура. Понятие индекса. Задача о скачке Однородная задача. Неоднородная задача.	5	10	Решение задач.	6	Проверка домашних заданий.

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
9.	Тема 9. Тема. Краевая задача Римана для одного простого гладкого разомкнутого контура.	5	11	Подготовка к семинару.	6	Семинар.
10.	Тема 10. Тема. Краевая задача Римана для конечного числа гладких контуров.	5	11	Подготовка к семинару.	2	Семинар.
11.	Тема 11. Тема. Задача обращения интеграла типа Коши в общем случае. Решение задачи обращения в случае, когда все компоненты контура замкнуты. Решение задачи обращения в общем случае.	5	11	Решение задач	4	Проверка домашних заданий
12.	Тема 12. Тема. Краевая задача Римана для полуплоскости.	5	12	Решение задач	6	Проверка домашних заданий. Самостоятельная работа.
13.	Тема 13. Тема. Интегральные уравнения с ядром Коши. Основные понятия и обозначения. Теория уравнений Фредгольма.	5	13	Решение задач.	4	Проверка домашних заданий.
14.	Тема 14. Тема. Решение характеристического уравнения и союзного с ним.	5	13-14	Решение задач.	8	Контрольная работа.
15.	Тема 15. Регуляризация полного уравнения. Теоремы Нетера.	5		Подготовка к семинару.	4	Семинар.

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
16.	Тема 16. Тема. Сингулярные интегральные уравнения в случае кусочно-гладкой линии интегрирования и разрывных коэффициентов. Решение характеристического уравнения и союзного с ним.	5	15	Подготовка к семинару.	4	Семинар.
17.	Тема 17. Тема. Сингулярные интегральные уравнения с ядром Гильберта.	5	15-16	Подготовка к семинару.	4	Семинар.
18.	Тема 18. Тема. Сингулярные интегральные уравнения, содержащие комплексно сопряженные неизвестные.	5	16	Подготовка докладов на семинар.	2	Выступление на семинаре
19.	Тема 19. Тема. Краевая задача Гильберта. Постановка задач Дирихле, Шварца и Гильберта. Оператор Шварца. Построение оператора Шварца. Решение задачи Шварца.	5	17	Подготовка к семинару.	4	Семинар.
20.	Тема 20. Тема. Решение задачи Гильберта. Метод регуляризирующего множителя.	5	17-18	Подготовка к семинару.	4	Семинар.
21.	Тема 21. Тема. Решение задачи Гильберта для круга и плоскости методом симметрии.	5	18	Подготовка к семинару.	4	Семинар.
	Итого				108	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Активные и интерактивные формы проведения занятий.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Тема. Гладкие кривые и их свойства. Теорема о стандартном радиусе. Основное неравенство для кусочно-гладких кривых без точек возврата.

Вопросы на занятии. , примерные вопросы:

На занятии предлагается привести примеры гладких кривых, разобрать подробнее сложные моменты в доказательстве теоремы о стандартном радиусе.

Тема 2. Тема. Классы функций на кусочно-гладких контурах. Функции класса Гельдера. Свойства гельдеровских функций. Основные теоремы о гельдеровских функциях. Логарифмическая функция. Общая степенная функция. Классы H^0 , H^* , H_{eps}^* .

Проверка домашнего задания. Самостоятельная работа (решение задач) , примерные вопросы:

Решение задач на применение свойств гельдеровских функций. Самостоятельная работа по этой теме на половину занятия.

Тема 3. Тема. Криволинейные интегралы, зависящие от параметра. Некоторые сведения из теории криволинейных интегралов, зависящих от параметра.

Выступление на семинаре. , примерные вопросы:

Студенты выступают с докладами по теме ♦3.

Тема 4. Тема. Главное значение интеграла типа Коши. Интеграл типа Коши, одно достаточное условие существования его главного значения. Теорема Племеля-Привалова. Теоремы о замене пути интегрирования и об интегрировании по частям.

Контрольная работа. , примерные вопросы:

Студенты решают задачи по билетам по теме: Интеграл типа Коши, формулы для его вычисления.

Тема 5. Тема. Граничное значение интеграла типа Коши. Формулы Сохоцкого. Задача об аналитической продолжимости функции, заданной на замкнутом простом контуре в области D^- и D^+ . Формула перестановки Пуанкаре ? Бертрана. Формула обращения сингулярного интеграла с ядром Гильберта.

Выступление на семинаре. , примерные вопросы:

Студенты выступают с докладами по теме ♦5.

Тема 6. Тема. Поведение интегралов типа Коши в окрестности узлов. Поведение интегралов типа Коши в окрестности концевых точек контура интегрирования. Поведение интеграла типа Коши в окрестности точек разрыва первого рода у плотности. Поведение интеграла типа Коши в окрестности точек разрыва второго рода у плотности.

Семинар. , примерные вопросы:

Доклады студентов по теме ♦6.

Тема 7. Тема. Интеграл типа Коши по прямой.

Контрольная работа. , примерные вопросы:

Интеграл типа Коши- тема контрольной работы.

Тема 8. Тема. Краевая задача Римана для одного простого гладкого замкнутого контура. Понятие индекса. Задача о скачке Однородная задача. Неоднородная задача.

Проверка домашних заданий. , примерные вопросы:

Решение задач на тему ♦8 и проверка домашних заданий.

Тема 9. Тема. Краевая задача Римана для одного простого гладкого разомкнутого контура.

Семинар. , примерные вопросы:

Доклады студентов по теме ♦9.

Тема 10. Тема. Краевая задача Римана для конечного числа гладких контуров.

Семинар. , примерные вопросы:

Разбор темы ♦ 10 на занятии.

Тема 11. Тема. Задача обращения интеграла типа Коши в общем случае. Решение задачи обращения в случае, когда все компоненты контура замкнуты. Решение задачи обращения в общем случае.

Проверка домашних заданий , примерные вопросы:

Решение задач на тему: Задача обращения интеграла типа Коши в частном случае.

Тема 12. Тема. Краевая задача Римана для полуплоскости.

Проверка домашних заданий. Самостоятельная работа. , примерные вопросы:

Решение задач на тему ♦12. Самостоятельная работа на половину занятия по теме ♦11.

Тема 13. Тема. Интегральные уравнения с ядром Коши. Основные понятия и обозначения. Теория уравнений Фредгольма.

Проверка домашних заданий. , примерные вопросы:

Проверка домашних заданий. Более подробный, чем на лекции, разбор темы ♦13.

Тема 14. Тема. Решение характеристического уравнения и союзного с ним.

Контрольная работа. , примерные вопросы:

Решение задач по теме ♦14. Далее контрольная работа по этой теме.

Тема 15. Регуляризация полного уравнения. Теоремы Нетера.

Семинар. , примерные вопросы:

Доклады студентов на тему ♦15.

Тема 16. Тема. Сингулярные интегральные уравнения в случае кусочно-гладкой линии интегрирования и разрывных коэффициентов. Решение характеристического уравнения и союзного с ним.

Семинар. , примерные вопросы:

Доклады студентов на тему ♦16.

Тема 17. Тема. Сингулярные интегральные уравнения с ядром Гильберта.

Семинар. , примерные вопросы:

Доклады студентов на тему ♦17.

Тема 18. Тема. Сингулярные интегральные уравнения, содержащие комплексно сопряженные неизвестные.

Выступление на семинаре , примерные вопросы:

Доклады студентов на тему ♦18.

Тема 19. Тема. Краевая задача Гильберта. Постановка задач Дирихле, Шварца и Гильберта. Оператор Шварца. Построение оператора Шварца. Решение задачи Шварца.

Семинар. , примерные вопросы:

Доклады студентов на тему ♦19.

Тема 20. Тема. Решение задачи Гильберта. Метод регуляризирующего множителя.

Семинар. , примерные вопросы:

Доклады студентов на тему ♦20.

Тема 21. Тема. Решение задачи Гильберта для круга и плоскости методом симметрии.

Семинар. , примерные вопросы:

Доклады студентов на тему ♦21.

Тема . Итоговая форма контроля

Примерные вопросы к зачету и экзамену:

В течение семестра на семинарах студенты решают задачи, указанные преподавателем, а также выступают с докладами по темам, предложенным преподавателем. В семестре проводится 3 контрольные работы (на семинарах). Зачет выставляется после решения всех задач контрольных работ и одного выступления с докладом. В конце 5 семестра экзамен.

ВОПРОСЫ НА ЭКЗАМЕН

Краевые задачи и сингулярные интегральные уравнения

1. Кусочно-гладкие кривые. Основное неравенство для кусочно-гладких кривых без точек возврата.
2. Функции класса Гельдера на кусочно-гладких кривых. Свойства гельдеровских функций. Вспомогательное неравенство.
3. Основные теоремы о гельдеровских функциях.
4. Логарифмическая функция. Общая степенная функция.
5. Теоремы о криволинейных интегралах, зависящих от параметра.
6. Интеграл типа Коши.
7. Одно достаточное условие существования главного значения интеграла типа Коши.
8. Задача об аналитической продолжимости функции, заданной на замкнутом простом контуре, в области D .
9. Перестановка порядка интегрирования в повторном интеграле, когда один интеграл обыкновенный.
10. Формула перестановки Пуанкаре-Бертрана.
11. Обращение сингулярного интеграла с ядром Коши в случае замкнутого контура. Формулы обращения Гильберта.
12. Поведение интеграла типа Коши в окрестности конечных точек контура интегрирования.
13. Поведение интеграла типа Коши в окрестности точек разрыва первого рода у плотности.
14. Поведение интеграла типа Коши в окрестности точек разрыва второго рода у плотности.
15. Интеграл типа Коши по прямой.
16. Задача Римана для одного простого гладкого замкнутого контура. Понятие индекса. Задача о скачке.
17. Построение канонической функции. Решение однородной и неоднородной задач.
18. Решение задачи Римана для одного простого разомкнутого контура.
19. Краевая задача Римана для конечного числа гладких контуров.
20. Краевая задача Римана в случае произвольной кусочно-гладкой линии с конечным числом точек пересечения и разрывными коэффициентами.
21. Решение задачи обращения интеграла типа Коши в случае, когда все компоненты контура замкнуты.
22. Решение задачи обращения в общем случае.
23. Краевая задача Римана для полуплоскости.
24. Интегральные уравнения с ядром Коши. Основные понятия и обозначения. Теория уравнений Фредгольма.
25. Решение характеристического уравнения и союзного с ним.
26. Регуляризация полного уравнения. Теоремы Нетера.
27. Сингулярные интегральные уравнения в случае кусочно-гладкой линии интегрирования и разрывных коэффициентов.
28. Решение характеристического уравнения и союзного с ним.
29. Сингулярные интегральные уравнения с ядром Гильберта.
30. Сингулярные интегральные уравнения, содержащие комплексно сопряженные неизвестные.
31. Постановка задач Дирихле, Шварца и Гильберта. Оператор Шварца. Решение задачи Шварца.
32. Решение задачи Гильберта. Метод регуляризующего множителя.
33. Решение задачи Гильберта для круга и плоскости методом симметрии.

Примеры экзаменационных билетов:

Билет ♦1

1. Доказать теорему (правило дифференцирования по параметру).
2. Логарифмическая функция. Определение и свойства.

Билет ♦2

1. Решение характеристического интегрального уравнения.
2. Доказать теорему существования главного значения интеграла типа Коши.

7.1. Основная литература:

1. Васильева А.Б., Тихонов Н.А. Интегральные уравнения. - 3-е изд., стер. - Санкт-Петербург: Лань, 2009. - 160 с. <http://e.lanbook.com/view/book/42/>
2. Баженов В.Г., Котов В.Л. Методы граничных интегральных уравнений и граничных элементов в решении задач трехмерной динамической теории упругости с сопряженными полями. - М.: Физматлит, 2008. - 352 с. <http://e.lanbook.com/view/book/48194/>
3. Евграфов М.А. Аналитические функции. - 4-е изд., стер. - Санкт-Петербург: Лань", 2008. - 448 с. <http://e.lanbook.com/view/book/134/>
4. Князев, Павел Николаевич. Интегральные преобразования: учебное пособие для студентов математических факультетов университетов и пединститутов / П. Н. Князев; под ред. д.ф.-м.н., акад. АН БССР Ф. Д. Гахова. ?Издание 3-е.?Москва: URSS: [Едиториал УРСС, 2011].?197 с.;

7.2. Дополнительная литература:

1. Теория функций комплексной переменной: учебник для вузов / А. Г. Свешников, А. Н. Тихонов. ?Издание 6-е, стереотипное.?Москва: Физматлит, 2010. ?336 с.
2. Теория функций комплексной переменной: учебник для вузов / А. Г. Свешников, А. Н. Тихонов. ?Издание 6-е, стереотипное.?Москва: Физматлит, 2010. ?336 с. http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=48167
3. Шабунин М.И. Сидоров Ю.В. - Теория функций комплексного переменного. - М.: Бином. Лаборатория знаний, 2013. - 248с. // http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=4261

7.3. Интернет-ресурсы:

- БГУ. Алехно Александр Григорьевич - www.bsu.by/main.aspx?guid=27021
БГУ. Зверович Эдмунд Иванович - www.bsu.by/main.aspx?guid=67861
БГУ. Рогозин Сергей Васильевич - www.bsu.by/main.aspx?guid=16161
Гахов Федор Дмитриевич - Центральная научная библиотека ... - csl.bas-net.by/anews1.asp?id=17267
Ф. Д. Гахов, ?Н. И. Мусхелишвили. Сингулярные интегральные . - www.mathnet.ru/zvmmf9305

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Краевые задачи и сингулярные интегральные уравнения " предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB, audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудование имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

Компьютерный класс, представляющий собой рабочее место преподавателя и не менее 15 рабочих мест студентов, включающих компьютерный стол, стул, персональный компьютер, лицензионное программное обеспечение. Каждый компьютер имеет широкополосный доступ в сеть Интернет. Все компьютеры подключены к корпоративной компьютерной сети КФУ и находятся в едином домене.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "КнигаФонд", доступ к которой предоставлен студентам. Электронно-библиотечная система "КнигаФонд" реализует легальное хранение, распространение и защиту цифрового контента учебно-методической литературы для вузов с условием обязательного соблюдения авторских и смежных прав. КнигаФонд обеспечивает широкий законный доступ к необходимым для образовательного процесса изданиям с использованием инновационных технологий и соответствует всем требованиям новых ФГОС ВПО.

Учебные аудитории для проведения лекционных и семинарских занятий.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010100.62 "Математика" и профилю подготовки Общий профиль .

Автор(ы):

Обносов Ю.В. _____

"__" _____ 201__ г.

Рецензент(ы):

Авхадиев Ф.Г. _____

"__" _____ 201__ г.