

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования

"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



УТВЕРЖДАЮ

Проректор
по образовательной деятельности КФУ
Проф. Таюрский Д.А.

_____ 20__ г.

Программа дисциплины

Вариационные краевые задачи с неизвестными границами Б1.В.ДВ.10

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика

Профиль подготовки: Общий профиль

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Автор(ы):

Елизаров А.М. , Насрутдинов М.Ф.

Рецензент(ы):

Авхадиев Ф.Г. , Гарифьянов Фархат Нургаязович

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Тронин С. Н.

Протокол заседания кафедры No _____ от "_____" _____ 201__ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No _____ от "_____" _____ 201__ г

Регистрационный No

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) профессор, д.н. (профессор) Елизаров А.М. Кафедра программной инженерии Высшая школа информационных технологий и интеллектуальных систем, amelizarov@gmail.com; заместитель директора по образовательной деятельности Насрутдинов М.Ф. Высшая школа информационных технологий и интеллектуальных систем КФУ, Marat.Nasrutdinov@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

Спецкурс дает слушателям представление о современном состоянии теории и приложений вариационных краевых задач с неизвестными границами и, в частности, с тем направлением развития этой теории, которое связано с обратными краевыми задачами аэрогидродинамики.

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел "Б1.В.ДВ.10 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 01.03.01 Математика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 4 курсе, 7 семестр.

Данная дисциплина является курсом по выбору.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОПК-1 (профессиональные компетенции)	готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности
ОПК-3 (профессиональные компетенции)	способностью к самостоятельной научно-исследовательской работе
ПК-3 (профессиональные компетенции)	способностью строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата

В результате освоения дисциплины студент:

4. должен демонстрировать способность и готовность:

Студент должен знать постановки и методы решения вариационных краевых задач с неизвестными границами, уметь ориентироваться в научной литературе по предлагаемой тематике, владеть теоретическими знаниями о вариационных краевых задачах аэрогидродинамики и решать простейшие вариационные краевые задачи со свободными границами

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных(ые) единиц(ы) 72 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: зачет в 7 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практи- ческие занятия	Лабора- торные работы	
1.	Тема 1. Классификация краевых задач. Математические модели течений и краевые задачи	7		6	6	0	Письменное домашнее задание Устный опрос
2.	Тема 2. Обратные краевые задачи для аналитических функций и теория квазирешений	7		6	6	0	Устный опрос Письменное домашнее задание
3.	Тема 3. Вариационные обратные краевые задачи	7		6	6	0	Устный опрос Письменное домашнее задание
.	Тема . Итоговая форма контроля	7		0	0	0	Зачет
	Итого			18	18	0	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Классификация краевых задач. Математические модели течений и краевые задачи

лекционное занятие (6 часа(ов)):

Прямые краевые задачи; задача Шварца; краевые задачи с неизвестными (свободными) границами; переход к вариационным обратным краевым задачам. Физические представления. Плоское поле и комплексный потенциал Простейшие модели течений. Постановки краевых задач для комплексного потенциала. Формула Чаплыгина; постулат Жуковского-Чаплыгина; метод особых точек Чаплыгина. Модель идеальной несжимаемой жидкости, постановка краевых задач. Учет сжимаемости потока при дозвуковом течении. Учет вязкости в приближении пограничного слоя. Экстремальные задачи теории струй. Схема Жуковского-Рошко-Эплера; дуга максимального сопротивления.

практическое занятие (6 часа(ов)):

Решение задач по темам лекций.

Тема 2. Обратные краевые задачи для аналитических функций и теория квазирешений

лекционное занятие (6 часа(ов)):

Постановки внутренней и внешней обратных краевых задач (ОКЗ) для аналитических функций, существование и единственность решения, условия разрешимости. Теория квазирешений внешних ОКЗ. Постановка основной обратной краевой задачи аэрогидродинамики (ОКЗА), условия разрешимости и способы их удовлетворения. Квазирешения ОКЗА. Вариационные методы в задаче о квазирешениях. Примеры квазирешений. Оптимальные гидродинамически целесообразные распределения скорости в ОКЗА. Оптимальные гидродинамически целесообразные распределения фильтрационных характеристик

практическое занятие (6 часа(ов)):

Решение задач по темам лекций.

Тема 3. Вариационные обратные краевые задачи

лекционное занятие (6 часа(ов)):

Постановки вариационных ОКЗ. Теоремы существования и единственности решений. Сведение к оптимизационным задачам и способы нахождения оптимизированных решений. Точные оценки в вариационных задачах. Вариационные ОКЗ теории фильтрации: постановка задач, сведение к оптимизационным задачам, существование и единственность решения. Оптимизация фильтрационных течений под телом плотины, в каналах, дренажах и почвенных массивах. Вариационные ОКЗА: постановка задач, сведение к оптимизационным задачам, существование и единственность решения. Экстремальные задачи теории струй.

практическое занятие (6 часа(ов)):

Решение задач по темам лекций.

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Классификация краевых задач. Математические модели течений и краевые задачи	7		подготовка домашнего задания	6	Письменное домашнее задание
				подготовка к устному опросу	6	Устный опрос
2.	Тема 2. Обратные краевые задачи для аналитических функций и теория квазирешений	7		подготовка домашнего задания	6	Письменное домашнее задание
				подготовка к устному опросу	6	Устный опрос
3.	Тема 3. Вариационные обратные краевые задачи	7		подготовка домашнего задания	6	Письменное домашнее задание
				подготовка к устному опросу	6	Устный опрос
	Итого				36	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Обсуждение тем на семинарских занятиях.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Классификация краевых задач. Математические модели течений и краевые задачи

Письменное домашнее задание, примерные вопросы:

1. Поле скоростей течения жидкости: основные уравнения и простейшие математические модели течения. 2. Модель идеальной несжимаемой жидкости. Постановка краевых задач. 3. Учет сжимаемости потока при дозвуковом течении. 4. Учет вязкости в приближении пограничного слоя.

Устный опрос, примерные вопросы:

1. Привести примеры краевых задач. 2. Привести примеры краевых задач с неизвестными (свободными) границами. 3. Дать постановки обратных краевых задач (ОКЗ) для аналитических функций. 4. Описать схему перехода от ОКЗ к вариационным ОКЗ.

Тема 2. Обратные краевые задачи для аналитических функций и теория квазирешений

Письменное домашнее задание, примерные вопросы:

5. Постановка основной обратной краевой задачи аэрогидродинамики (ОКЗА), условия разрешимости и способы их удовлетворения. 6. ОКЗА с учетом диапазона углов атаки. 7. Теория квазирешений ОКЗА. Существование и единственность квазирешений. Квазирешения с ограничением максимума скорости. 8. Функции Лагранжа и двойственные задачи. Итерационные алгоритмы нахождения квазирешений. Непустота множества допустимых функций. Примеры построения квазирешений. 9. Поток вязкой жидкости или газа с большими числами Рейнольдса: постановка вариационных задач. 10. Профили максимальной подъемной силы в газе Чаплыгина. 11. Оптимизированные профили в вязком потоке.

Устный опрос, примерные вопросы:

5. Модель идеальной несжимаемой жидкости. Привести основные уравнения и простейшие математические модели течений. 6. Описать способы учета сжимаемости потока при дозвуковом течении и учета вязкости в приближении пограничного слоя. 7. Записать формулу Чаплыгина и простейшие КЗ для комплексного потенциала. 8. Дать постановку основной обратной краевой задачи аэрогидродинамики (ОКЗА), вывести условия разрешимости и описать способы их удовлетворения.

Тема 3. Вариационные обратные краевые задачи

Письменное домашнее задание, примерные вопросы:

12. Максимизация критического числа Маха для несущих крыловых профилей. 13. Дуга максимального сопротивления, обтекаемая по схеме Кирхгофа, постановка КЗ и построение оптимизируемых функционалов. 14. Схема Жуковского - Рошко - Эпплера, дуга максимального сопротивления.

Устный опрос, примерные вопросы:

9. Что такое оптимальные гидродинамически целесообразные распределения скорости в ОКЗА. 10. Описать оптимальные гидродинамически целесообразные распределения фильтрационных характеристик. 11. Дать постановки вариационных ОКЗА. 12. Описать математические модели фильтрационных течений и краевые задачи.

Итоговая форма контроля

зачет (в 7 семестре)

Примерные вопросы к итоговой форме контроля

Вопросы к зачету

1. Прямые краевые задачи (КЗ), примеры: задача Шварца и смешанная КЗ для полукруга и четверти круга.
2. Краевые задачи с неизвестными (свободными) границами. Примеры: задачи теории струй.
3. Обратные краевые задачи (ОКЗ) для аналитических функций.
4. Вариационные обратные краевые задачи. Схема перехода от ОКЗ к вариационным ОКЗ.
5. Плоское поле и комплексный потенциал (основные понятия векторного анализа, примеры простейших векторных полей).
6. Поле скоростей течения жидкости: основные уравнения и простейшие математические модели течения.
7. Модель идеальной несжимаемой жидкости. Постановка краевых задач.
8. Учет сжимаемости потока при дозвуковом течении.
9. Учет вязкости в приближении пограничного слоя.
10. Формула Чаплыгина и простейшие КЗ для комплексного потенциала.
11. Формула Жуковского и постулат Жуковского? Чаплыгина.
12. Постановка основной обратной краевой задачи аэрогидродинамики (ОКЗА), условия разрешимости и способы их удовлетворения.
13. ОКЗА с учетом диапазона углов атаки
14. Оптимальные гидродинамически целесообразные распределения скорости в ОКЗА: задание безотрывных распределений скорости; максимизация подъемной силы; диапазон углов атаки.
15. Оптимальные гидродинамически целесообразные распределения фильтрационных характеристик.
16. Теория квазирешений ОКЗА. Существование и единственность квазирешений. Квазирешения с ограничением максимума скорости.
17. Функции Лагранжа и двойственные задачи. Итерационные алгоритмы нахождения квазирешений. Непустота множества допустимых функций. Примеры построения квазирешений.
18. Постановки вариационных ОКЗА.
19. Поток вязкой жидкости или газа с большими числами Рейнольдса: постановка вариационных задач
20. Профили максимальной подъемной силы в газе Чаплыгина
21. Оптимизированные профили в вязком потоке
22. Максимизация критического числа Маха для несущих крыловых профилей
23. Математические модели фильтрационных течений и краевые задачи
24. Фильтрация под телом плотины
25. Каналы с подтоплением и дренажные конструкции; орошение почвенных массивов; модель Дюпюи? Форгхеймера
26. Фильтрационная брахистохрона
27. Дуга максимального сопротивления, обтекаемая по схеме Кирхгофа, постановка КЗ и построение оптимизируемых функционалов.
28. Неравенство Иенсена и поиск глобального максимума. Свойства экстремальной дуги.
29. Схема Жуковского - Рощко - Эпплера, дуга максимального сопротивления.
30. Криволинейный дефлектор наилучшей формы.

7.1. Основная литература:

1. Елизаров А.М. Краевые задачи механики жидкости и газа [Текст: электронный ресурс]: учебное пособие / А. М. Елизаров; Казан. (Приволж.) федер. ун-т, Ин-т математики и механики им. Н. И. Лобачевского, Каф. аэрогидромеханики.-Электронные данные (1 файл: 2,21 Мб). - 2013. - Загл. с экрана.- Режим доступа: http://dspace.kpfu.ru/xmlui/bitstream/handle/net/21427/05_038_000450.pdf
2. Зализняк, В. Е. Теория и практика по вычислительной математике [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В. Е. Зализняк, Г. И. Щепановская. - Красноярск : Сиб. федер. ун-т, 2012. - 174 с. - ISBN 978-5-7638-2498-8. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/441232>
3. Колдаев В.Д. Численные методы и программирование: Учебное пособие / В.Д. Колдаев; Под ред. Л.Г. Гагариной. - М.: ИД ФОРУМ: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 336 с. ISBN 978-5-8199-0333-9 - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/452274>

7.2. Дополнительная литература:

1. Елизаров, А.М. Задачи оптимизации формы в аэрогидродинамике : учебное пособие / А.М. Елизаров, А.Р. Касимов, Д.В. Маклаков. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2008. - 480 с. - ISBN 978-5-9221-0999-4. - Текст: электронный // Электронно-библиотечная система 'Лань': [сайт]. - URL: <https://e.lanbook.com/book/2730>
2. Волковыский, Л.И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного: учебное пособие / Л.И. Волковыский, Г.Л. Лунц, И.Г. Араманович. - 4-е изд., перераб. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2006. - 312 с. - ISBN 5-9221-0264-8. - Текст : электронный // Электронно-библиотечная система 'Лань': [сайт]. - URL: <https://e.lanbook.com/book/2763>
3. Свешников, А.Г. Теория функций комплексной переменной : учебник / А.Г. Свешников, А.Н. Тихонов ; под редакцией В.А. Ильина. - 6-е изд. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2010. - 336 с. - ISBN 978-5-9221-0133-2. - Текст: электронный // Электронно-библиотечная система 'Лань': [сайт]. - URL: <https://e.lanbook.com/book/48167>

7.3. Интернет-ресурсы:

- Введение в математические методы физики - <https://www.coursera.org/learn/vvedenie-v-mat-metody>
- Пособия кафедры прикладной математики КФУ - <http://kpm.ksu.ru/docs.php>
- Численные методы и программирование - <http://znanium.com/bookread.php?book=370603>
- Численные методы решения уравнений в частных производных - <https://www.intuit.ru/studies/courses/1170/213/info>
- Элементы вариационного исчисления - <http://vi.horizalru.com/17.html>

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Вариационные краевые задачи с неизвестными границами" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB, audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудование имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

Компьютерный класс, представляющий собой рабочее место преподавателя и не менее 15 рабочих мест студентов, включающих компьютерный стол, стул, персональный компьютер, лицензионное программное обеспечение. Каждый компьютер имеет широкополосный доступ в сеть Интернет. Все компьютеры подключены к корпоративной компьютерной сети КФУ и находятся в едином домене.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "Консультант студента", доступ к которой предоставлен студентам. Электронная библиотечная система "Консультант студента" предоставляет полнотекстовый доступ к современной учебной литературе по основным дисциплинам, изучаемым в медицинских вузах (представлены издания как чисто медицинского профиля, так и по естественным, точным и общественным наукам). ЭБС предоставляет вузу наиболее полные комплекты необходимой литературы в соответствии с требованиями государственных образовательных стандартов с соблюдением авторских и смежных прав.

-

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 01.03.01 "Математика" и профилю подготовки Общий профиль .

Автор(ы):

Насрутдинов М.Ф. _____

Елизаров А.М. _____

"__" _____ 201__ г.

Рецензент(ы):

Авхадиев Ф.Г. _____

Гарифьянов Фархат Нургаязович _____

"__" _____ 201__ г.