

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор  
по образовательной деятельности КФУ  
Проф. Таюрский Д.А.

"\_\_" \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**Программа дисциплины**

Применение аналитических функций при моделировании процессов аэрогидромеханики и теории упругости Б1.В.ДВ.11

Направление подготовки: 02.03.01 - Математика и компьютерные науки

Профиль подготовки: Математическое и компьютерное моделирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Широкова Е.А.

**Рецензент(ы):**

Абзалилов Д.Ф.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Насыров С. Р.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от "\_\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от "\_\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No

Казань  
2019

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) профессор, д.н. (доцент) Широкова Е.А. Кафедра математического анализа отделение математики , Elena.Shirokova@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

ОПК-3 способностью к самостоятельной научно-исследовательской работе

ОПК-4 способностью находить, анализировать, реализовывать программно и использовать на практике математические алгоритмы, в том числе с применением современных вычислительных систем

ПК-2 способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики

ПК-3 способностью строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел 'Б1.В.ДВ.5 Дисциплины (модули)' основной профессиональной образовательной программы 01.03.01 'Математика (Общий профиль)' и относится к дисциплинам по выбору вариативной части.

Осваивается на 4 курсе в 8 семестре.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-10 (профессиональные компетенции)	способностью к планированию и осуществлению педагогической деятельности с учетом специфики предметной области в образовательных организациях
ОК-7 (общекультурные компетенции)	способностью к самоорганизации и к самообразованию
ОПК-2 (профессиональные компетенции)	способностью решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности
ПК-2 (профессиональные компетенции)	способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики
ПК-5 (профессиональные компетенции)	способностью публично представлять собственные и известные научные результаты (ПК-4); производственно-технологическая деятельность: способностью использовать методы математического и алгоритмического моделирования при решении теоретических и прикладных задач

В результате освоения дисциплины студент:

4. должен демонстрировать способность и готовность:

способность и готовность использовать методы математического и алгоритмического моделирования при

решении теоретических и прикладных задач (ПК-5);

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных(ые) единиц(ы) 108 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: зачет в 8 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Комплексные потенциалы в аэрогидромеханике и теории упругости.	8		8	10	0	Письменное домашнее задание
2.	Тема 2. Обратные задачи построения изолированного профиля.	8		6	6	0	Письменное домашнее задание
3.	Тема 3. Решение двумерных задач теории упругости для произвольных областей с гладкими границами.	8		8	8	0	Письменное домашнее задание
4.	Тема 4. Решение трехмерных задач теории упругости для произвольных тел с гладкими границами.	8		6	4	0	Творческое задание
	Тема . Итоговая форма контроля	8		0	0	0	Зачет
	Итого			28	28	0	

#### 4.2 Содержание дисциплины

**Тема 1. Комплексные потенциалы в аэрогидромеханике и теории упругости.**

**лекционное занятие (8 часа(ов)):**

Течение идеальной несжимаемой жидкости в полубесконечной области и в канале, обтекание изолированного профиля с заданной скоростью в бесконечности. Комплексный потенциал и плоскость комплексного потенциала. Безциркуляционное обтекание и обтекание с циркуляцией. Вывод уравнений теории упругости. Плоский случай. Функции Эри. Постановка основных краевых задач плоской теории упругости. Решение задач в частных случаях.

**практическое занятие (10 часа(ов)):**

Примеры течения идеальной несжимаемой жидкости в полубесконечной области и в канале, обтекание изолированного профиля с заданной скоростью в бесконечности. Комплексный потенциал и плоскость комплексного потенциала. Безциркуляционное обтекание и обтекание с циркуляцией. Вывод уравнений теории упругости. Плоский случай. Функции Эри. Постановка основных краевых задач плоской теории упругости.

**Тема 2. Обратные задачи построения изолированного профиля.**

**лекционное занятие (6 часа(ов)):**

Постановка задачи. Задание распределения скорости как функции дугового параметра неизвестного профиля. Условие разрешимости поставленной задачи. Видоизменение распределения скорости с целью получения решения в различных классах заданных функций: применение норм в различных линейных пространствах функций.

**практическое занятие (6 часа(ов)):**

Примеры задания распределения скорости как функции дугового параметра неизвестного профиля. Условие разрешимости поставленной задачи. Видоизменение распределения скорости с целью получения решения в различных классах заданных функций: применение норм в различных линейных пространствах функций.

**Тема 3. Решение двумерных задач теории упругости для произвольных областей с гладкими границами.**

**лекционное занятие (8 часа(ов)):**

Решение основных задач с применением приближенных конформных отображений. Случаи многосвязных областей. Численное решение соответствующих интегральных уравнений Фредгольма. Переход от уравнений Фредгольма к бесконечным системам коэффициентов Фурье искоемых функций. Переход от бесконечных к конечным системам путем усечения, оценка ошибки.

**практическое занятие (8 часа(ов)):**

Примеры решений основных задач с применением приближенных конформных отображений. Случаи многосвязных областей. Численное решение соответствующих интегральных уравнений Фредгольма. Переход от уравнений Фредгольма к бесконечным системам коэффициентов Фурье искоемых функций. Переход от бесконечных к конечным системам путем усечения, оценка ошибки.

**Тема 4. Решение трехмерных задач теории упругости для произвольных тел с гладкими границами.**

**лекционное занятие (6 часа(ов)):**

Сплайн-интерполяционные решения трехмерных задач сведением к плоским задачам. Рассмотрение линейных сплайнов. Оценка ошибки приближения. Использование сплайнов высшей степени. Определение компонентов сплайнов решением соответствующих краевых задач. Численная реализация в различных пакетах компьютерных программ.

**практическое занятие (4 часа(ов)):**

Примеры сплайн-интерполяционных решений трехмерных задач сведением к плоским задачам. Рассмотрение линейных сплайнов. Оценка ошибки приближения. Использование сплайнов высшей степени. Определение компонентов сплайнов решением соответствующих краевых задач. Численная реализация в различных пакетах компьютерных программ.

**4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Комплексные потенциалы в аэрогидромеханике и теории упругости.	8		подготовка домашнего задания	14	Письменное домашнее задание
2.	Тема 2. Обратные задачи построения изолированного профиля.	8		подготовка домашнего задания	10	Письменное домашнее задание
3.	Тема 3. Решение двумерных задач теории упругости для произвольных областей с гладкими границами.	8		подготовка домашнего задания	14	Письменное домашнее задание
4.	Тема 4. Решение трехмерных задач теории упругости для произвольных тел с гладкими границами.	8		подготовка к творческому заданию	14	Творческое задание
	Итого				52	

## 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Чтение лекций в мультимедийной аудитории с демонстрацией примеров компьютерных расчетов.

Возможность для студентов заниматься в компьютерном классе для выполнения письменных и творческих заданий.

## 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

### Тема 1. Комплексные потенциалы в аэрогидромеханике и теории упругости.

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

1. Расчет скоростей при течении жидкости в канале с препятствием.
2. Расчет напряжений в электростатическом поле.
3. Расчет скоростей при течении в полуограниченном пространстве.
4. Расчет скоростей при фильтрации под плотной

### Тема 2. Обратные задачи построения изолированного профиля.

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

1. Построение профиля при заданном монотонном распределении скорости на границе.
2. Построение профиля при заданном кусочно-монотонном распределении скорости на границе.
3. Изменение искомого профиля при изменении участков монотонности распределения скорости на границе.

### Тема 3. Решение двумерных задач теории упругости для произвольных областей с гладкими границами.

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

1. Решение первой основной задачи плоской теории упругости в полом круговом цилиндре.
2. Решение второй основной задачи плоской теории упругости в полом круговом цилиндре.
3. Решение первой основной задачи плоской теории упругости в полом некруговом цилиндре.
4. Решение второй основной задачи плоской теории упругости в полом некруговом цилиндре.

#### **Тема 4. Решение трехмерных задач теории упругости для произвольных тел с гладкими границами.**

Творческое задание , примерные вопросы:

Слайн-интерполяционное решение трехмерной задачи трехмерной теории упругости для конкретного тела с гладкой поверхностью.

#### **Итоговая форма контроля**

зачет (в 8 семестре)

Примерные вопросы к зачету:

Вопросы к зачету

1. Примеры конформных отображений внешности области на внешность разреза.
2. Примеры конформных отображений полубесконечной области на верхнюю полуплоскость.
3. Примеры конформных отображений криволинейной полосы на прямолинейную полосу.
4. Построение поля скоростей обтекания изолированных профилей при бесциркуляционном обтекании.
5. Построение поля скоростей обтекания изолированных профилей при обтекании с циркуляцией.
6. Построение поля скоростей течения жидкости в канале.
7. Плоскопараллельное течение в полупространстве.
8. Решение обратных задач обтекания крылового профиля для простейших примеров распределения граничных скоростей.
9. Построение поля скоростей обтекания подземных частей плотин различных форм в бесконечном фильтрующем слое.
10. Случаи угловых точек на подземном контуре.
11. Простейшие случаи построения решений обратных краевых задач.
12. Сведение решения ОКЗ к решению интегрального уравнения.
13. Комплексные потенциалы в плоской теории упругости.
14. Примеры решений внутренних задач теории упругости для круга.
15. Примеры решений внутренних задач теории упругости для внешности круга.
16. Примеры решений внутренних задач теории упругости для кольца.
17. Конформные отображения при решении внутренних задач теории упругости.

#### **7.1. Основная литература:**

1. Высоцкий, Л.И. Математическое и физическое моделирование потенциальных течений жидкости [Электронный ресурс] : учебное пособие / Л.И. Высоцкий, Г.Р. Коперник, И.С. Высоцкий. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2014. - 64 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/44842>.
2. Колмогоров, А.Н. Элементы теории функций и функционального анализа [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин. - Электрон. дан. - Москва : Физматлит, 2009. - 572 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2206>.
3. Васильева, А.Б. Интегральные уравнения [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.Б. Васильева, Н.А. Тихонов. - Электрон. дан. - Москва : Физматлит, 2004. - 160 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2359>.

#### **7.2. Дополнительная литература:**

1. В.М. Александров. Аналитические методы в контактных задачах теории упругости// Александров В.М., Чебаков М.И.// Издательство 'Физматлит', 2004// [https://e.lanbook.com/book/48233?category\\_pk=920#authors](https://e.lanbook.com/book/48233?category_pk=920#authors)

2. А.О. Ватульян. Обратные задачи в механике деформируемого твердого тела//

Ватульян А.О.//Издательство 'Физматлит', 2007

//[https://e.lanbook.com/book/59478?category\\_pk=920#authors](https://e.lanbook.com/book/59478?category_pk=920#authors)

3. В.И. Арнольд. Топологические методы в гидродинамике//

Арнольд В.И., Хесин Б.А.//Московский центр непрерывного математического образования,

2007 // [https://e.lanbook.com/book/9291?category\\_pk=916#book\\_name](https://e.lanbook.com/book/9291?category_pk=916#book_name)

### 7.3. Интернет-ресурсы:

Мат. модели аэрогидромеханики - <http://window.edu.ru/library/pdf2txt/881/46881/23199/page10>

МЕТОДЫ ТЕОРИИ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО -

[http://math.nw.ru/~pozharsky/3kypc/FilesAdd/Lavrentev\\_TFKP.pdf](http://math.nw.ru/~pozharsky/3kypc/FilesAdd/Lavrentev_TFKP.pdf)

Плоская задача теории упругости -

<http://www.studentlibrary.ru/doc/ISBN9785732509564-SCN0010.html>

ПРАКТИКУМ ПО ОСНОВАМ МЕХАНИКИ СПЛОШНЫХ СРЕД -

[http://physic.kemsu.ru/pub/library/haneft/Haneft1\\_11.pdf](http://physic.kemsu.ru/pub/library/haneft/Haneft1_11.pdf)

Приложение конформных отображений -

<http://urss.ru/cgi-bin/db.pl?lang=Ru&blang=ru&page=Book&id=6760>

### 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Применение аналитических функций при моделировании процессов аэрогидромеханики и теории упругости" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB, audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудование имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

Компьютерный класс, представляющий собой рабочее место преподавателя и не менее 15 рабочих мест студентов, включающих компьютерный стол, стул, персональный компьютер, лицензионное программное обеспечение. Каждый компьютер имеет широкополосный доступ в сеть Интернет. Все компьютеры подключены к корпоративной компьютерной сети КФУ и находятся в едином домене.



Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань" , доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "Консультант студента" , доступ к которой предоставлен студентам. Электронная библиотечная система "Консультант студента" предоставляет полнотекстовый доступ к современной учебной литературе по основным дисциплинам, изучаемым в медицинских вузах (представлены издания как чисто медицинского профиля, так и по естественным, точным и общественным наукам). ЭБС предоставляет вузу наиболее полные комплекты необходимой литературы в соответствии с требованиями государственных образовательных стандартов с соблюдением авторских и смежных прав.

Пакеты компьютерных программ "MAXIMA", "Mathematica", "FORTRAN"

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 02.03.01 "Математика и компьютерные науки" и профилю подготовки Математическое и компьютерное моделирование .

Автор(ы):

Широкова Е.А. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Абзалилов Д.Ф. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.