

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по образовательной деятельности КФУ  
Проф. Д.А. Таюрский

» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

*подписано электронно-цифровой подписью*

## Программа дисциплины

Математическое моделирование в теории поля и гравитации

Направление подготовки: 02.03.01 - Математика и компьютерные науки

Профиль подготовки: Математическое и компьютерное моделирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2016

## Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и) заведующий кафедрой, к.н. Агафонов А.А. (кафедра высшей математики и математического моделирования, отделение педагогического образования), AIAAgafonov@kpfu.ru

### 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-2	способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики
ПК-5	способностью использовать методы математического и алгоритмического моделирования при решении теоретических и прикладных задач

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен демонстрировать способность и готовность:

- применять математические методы к решению задач механики, как классической, так и релятивистской;
- применять групповые и тензорные методы исследования задач, ковариантно обобщать уравнения движения и записывать их в криволинейных координатах, находить линейные интегралы движения, в частности, определять линейные интегралы движения в поле центральных сил;
- производить алгебраические и дифференциальные операции над тензорами;
- численно решать и исследовать в пакете Maple уравнения геодезических в двумерных и трехмерных римановых пространствах, строить решение для геодезических в поле Черной дыры изображать их графически, производить
- алгебраические и дифференциальные операции над тензорами в пакете Maple, в частности, строить уравнения геодезических, вычислять тензоры кривизны и Риччи.

### 2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.В.ДВ.9 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 02.03.01 "Математика и компьютерные науки (Математическое и компьютерное моделирование)" и относится к дисциплинам по выбору.

Осваивается на 4 курсе в 8 семестре.

### 3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных(ые) единиц(ы) на 144 часа(ов).

Контактная работа - 70 часа(ов), в том числе лекции - 28 часа(ов), практические занятия - 42 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 38 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 36 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен в 8 семестре.

### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

#### 4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Принцип наименьшего действия в теории поля. Полевые уравнения.	8	6	12	0	8

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
2.	Тема 2. Уравнения общей теории относительности	8	6	10	0	10
3.	Тема 3. Космологические модели ОТО	8	8	10	0	10
4.	Тема 4. Решения ОТО в центрально-симметрическом пространстве-времени	8	8	10	0	10
	Итого		28	42	0	38

#### 4.2 Содержание дисциплины (модуля)

##### Тема 1. Принцип наименьшего действия в теории поля. Полевые уравнения.

Вывод уравнений Эйнштейна из принципа наименьшего действия, для случая присутствия полей материи. Некоторые понятия геометрии четырехмерного многообразия. Ковариантные дифференциальные операторы 1-го и 2-го порядков. Дискриминантный тензор и его связь с площадью и объемом. Вывод уравнений геодезических.

##### Тема 2. Уравнения общей теории относительности

Некоторые известные решения уравнений Эйнштейна. Решения связанные с симметрией пространства-времени. Тензоры кривизны, Риччи, скалярная кривизна. Тожества Бьянки и уравнения Эйнштейна. Движение пробных тел в релятивистских полях тяготения. Релятивистские канонические уравнения движения. Уравнения движения частицы в скалярном поле.

##### Тема 3. Космологические модели ОТО

Космологические модели в пространствах типа Фридмана-Робертсона-Уокера. "Краткий курс" истории космологии XX века. Закон Хаббла. Закон эволюции. Критическая плотность. Модифицированные космологические модели со скалярным полем. Тензорные вычисления в космологических моделях с использованием пакета Maple.

##### Тема 4. Решения ОТО в центрально-симметрическом пространстве-времени

Центрально-симметричное гравитационное поле. Решение Шварцшильда. Движение в центрально-симметричном гравитационном поле. Гравитационный коллапс сферического тела. Гравитационный коллапс не сферических вращающихся тел. Гравитационное поле вдали от тел. Приближенные уравнения системы тел. Численное решение уравнения геодезической в центрально-симметрическом поле гравитации.

#### 5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 5 апреля 2017 года №301)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996ин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

#### 6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

## 7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы.

Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;

- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС 3++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

## 8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Векторное, матричное и тензорное исчисление: Справочник для технических университетов: Учебное пособие / Г.А. Шаров. - Долгопрудный: Интеллект, 2014. - 368 с. - <http://znaniyum.com/bookread2.php?book=486430>

Голоскоков, Дмитрий Петрович. Практический курс математической физики в системе Maple - [https://eknigi.org/nauka\\_i\\_ucheba/54606-uravneniya-matematicheskoy-fiziki-reshenie-zadach.html](https://eknigi.org/nauka_i_ucheba/54606-uravneniya-matematicheskoy-fiziki-reshenie-zadach.html)

Игнатъев Ю.Г. Математическое и компьютерное моделирование фундаментальных объектов и явлений в системе компьютерной математики Maple. Лекции для школы по математическому - [http://vuz.exponenta.ru/PDF/book/mmm\\_eor-s.pdf](http://vuz.exponenta.ru/PDF/book/mmm_eor-s.pdf)

## 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вид работ	Методические рекомендации
лекции	На лекциях преподаватель рассматривает вопросы программы курса, составленной в соответствии с государственным образовательным стандартом. Из-за недостаточного количества аудиторных часов некоторые темы не удастся осветить в полном объеме, поэтому преподаватель, по своему усмотрению, большее количество вопросов выносит на самостоятельную работу студентов, рекомендуя ту или иную литературу.
практические занятия	Выполнение практических заданий производится на практических занятиях на основе пройденной темы. Преподаватель в начале занятия объясняет общие приемы работы, принципы выполнения работы, выдает задание по вариантам, в ходе занятия вносит корректирующие поправки, направляет ход работы студентов. Выполненные задания студенты представляют преподавателю и отвечают на контрольные вопросы, связанные с выполнением задания.

Вид работ	Методические рекомендации
самостоятельная работа	В самостоятельной работе использовать интернет-ресурсы, а также образцы выполненных на практических занятиях работ. При изучении курса необходимо выполнять и вовремя сдавать преподавателю индивидуальные лабораторные работы. Пакет заданий для самостоятельной работы следует выдавать в начале семестра, определив предельные сроки их выполнения и сдачи.
экзамен	Подготовку к экзамену целесообразно начать с разбора пройденных задач и источников литературы. Прежде всего следует внимательно перечитать учебную программу и программные вопросы для подготовки к экзамену, чтобы выделить из них наименее знакомые. Далее должен следовать этап повторения всего программного материала. На эту работу целесообразно отвести большую часть времени. Следующим этапом является самоконтроль знания изученного материала, который заключается в устных ответах на программные вопросы, выносимые на экзамен. Тезисы ответов на наиболее сложные вопросы желательно записать, так как в процессе записи включаются дополнительные моторные ресурсы памяти.

#### **10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

#### **11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Мультимедийная аудитория.

Компьютерный класс.

#### **12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи;
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;



- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 02.03.01 "Математика и компьютерные науки" и профилю подготовки "Математическое и компьютерное моделирование".

Приложение 2  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
Б1.В.ДВ.9 Математическое моделирование в теории поля и  
гравитации

**Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Направление подготовки: 02.03.01 - Математика и компьютерные науки

Профиль подготовки: Математическое и компьютерное моделирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2016

**Основная литература:**

1. Игнатъев Ю. Г. Неравновесная Вселенная [Текст: электронный ресурс] : кинетические модели космологической эволюции / Ю. Г. Игнатъев ; Казан. (Приволж.) федер. ун-т, Ин-т математики и механики им. Н.И. Лобачевского . - Электронные данные (1 файл: 2,72 Мб) . - (Казань : Казанский федеральный университет, 2014) . - Загл. с экрана . - Для 8-го, 9-го и 10-го семестров . - Режим доступа: открытый. - URL: [http://libweb.kpfu.ru/ebooks/05-IMM/05\\_120\\_A5-000444.pdf](http://libweb.kpfu.ru/ebooks/05-IMM/05_120_A5-000444.pdf)
2. Гусейханов, М.К. Основы астрофизики : учебное пособие / М.К. Гусейханов. - 4-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2019. - 208 с. - ISBN 978-5-8114-4037-5. - Текст : электронный // Электронно-библиотечная система 'Лань' : [сайт]. - URL: <https://e.lanbook.com/book/114694>
3. Савельев, И.В. Основы теоретической физики : учебник : в 2 томах / И.В. Савельев. - 5-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, [б. г.]. - Том 1 : Механика. Электродинамика - 2018. - 496 с. - ISBN 978-5-8114-0619-7. - Текст : электронный // Электронно-библиотечная система 'Лань' : [сайт]. - URL: <https://e.lanbook.com/book/104956>

**Дополнительная литература:**

1. Васильева А.Б. Дифференциальные и интегральные уравнения, вариационное исчисление в примерах и задачах : учебное пособие / А.Б. Васильева, Г.Н. Медведев, Н.А. Тихонов, Т.А. Уразгильдина. - 2-е изд. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2005. - 432 с. - ISBN 5-9221-0628-7. - Текст : электронный // Электронно-библиотечная система 'Лань' : [сайт]. - URL: <https://e.lanbook.com/book/59405>
2. Анчиков А М. Основы векторного и тензорного анализа : учебно-методическое пособие / А.М. Анчиков ; [науч. ред. В. Р. Кайгородов] . - Казань : Изд-во Казанского университета, 1988. - 132 с.



Приложение 3  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
Б1.В.ДВ.9 Математическое моделирование в теории поля и  
гравитации

**Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

Направление подготовки: 02.03.01 - Математика и компьютерные науки

Профиль подготовки: Математическое и компьютерное моделирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2016

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, учебно-методические комплексы, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "Консультант студента", доступ к которой предоставлен обучающимся. Многопрофильный образовательный ресурс "Консультант студента" является электронной библиотечной системой (ЭБС), предоставляющей доступ через сеть Интернет к учебной литературе и дополнительным материалам, приобретенным на основании прямых договоров с правообладателями. Полностью соответствует требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования к комплектованию библиотек, в том числе электронных, в части формирования фондов основной и дополнительной литературы.