МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Факультет математики и естественных наук

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по образовательной деятельности КФУ
Проф. Д.А. Таюрский
_____ «___»_____20__г.

подписано электронно-цифровой подписью

Программа дисциплины

Теория чисел Б1.В.ОД.13

Направление подготовки: 44.03.05 - Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)
Профиль подготовки: Математика и физика
Квалификация выпускника: бакалавр
Форма обучения: очное
Язык обучения: русский

Автор(ы):
Анисимова Т.И. , Костин А.В.

Рецензент(ы):
Костина Н.Н.

СОГЛАСОВАНО:
Заведующий(ая) кафедрой: Анисимова Т. И.
Протокол заседания кафедры No ___ от "____" _____ 201__г
Учебно-методическая комиссия Елабужского института КФУ (Факультет математики и естественных наук):
Протокол заседания УМК No ____ от "____" _____ 201__г

Регистрационный No 1016726119

Казань
2019

ЭЛЕКТРОННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАЦИОННО-АНАЛИТИЧЕСКАЯ СИСТЕМА КФУ

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Анисимова Т.И. Кафедра математики и прикладной информатики Факультет математики и естественных наук , TIAnisimova@kpfu.ru ; доцент, к.н. (доцент) Костин А.В. Кафедра математики и прикладной информатики Факультет математики и естественных наук , AVKostin@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины являются:

формирование систематических знаний в области теории чисел;

освоение основных понятия и методов теории делимости и сравнений в кольце целых чисел.

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел "Б1.В.ОД.13 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) и относится к обязательным дисциплинам. Осваивается на 3 курсе, 5 семестр.

Дисциплина 'Теория чисел' относится к вариативной части блока Б1.

Для освоения дисциплины 'Теория чисел' студенты используют знания, умения и виды деятельности, сформированные в процессе изучения предмета 'Алгебра и начала анализа' на предыдущем уровне образования.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОК-6 (общекультурные компетенции)	способностью к самоорганизации и самообразованию
ПК-1 (профессиональные компетенции)	готовностью реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

основные понятия и методы теории делимости и сравнений в кольце целых чисел;

2. должен уметь:

решать типовые задачи в указанной предметной области, применять понятия теории делимости и сравнений для решения задач в целых числах; вычислять корни многочленов различными способами.

3. должен владеть:

аппаратом теории чисел, методами доказательства утверждений, навыками применения этого в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

применять результаты освоения дисциплины в профессиональной деятельности.

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных(ые) единиц(ы) 108 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен в 5 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Теория делимости в кольце целых чисел.	5		8	12	0	
2.	Тема 2. Цепные дроби.	5		4	2	0	
3.	Тема 3. Теория сравнений и ее приложения.	5		6	12	0	
.	Тема . Итоговая форма контроля	5		0	0	0	Экзамен
	Итого			18	26	0	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Теория делимости в кольце целых чисел.

лекционное занятие (8 часа(ов)):

Теорема о делении с остатком. Отношение делимости целых чисел и его простейшие свойства. НОД двух чисел. Алгоритм Евклида. Свойства НОД. Линейное представление НОД. Взаимно простые числа. Попарно взаимно простые числа. Свойства взаимно простых чисел. Вычисление и свойства НОК двух чисел. Простые и составные числа. Свойства простых чисел. Бесконечность множества простых чисел. Теорема об интервалах. Решето Эратосфена. Основная теорема арифметики. Каноническое разложение натурального числа и его свойства. Числовые функции. Число и сумма натуральных делителей.

практическое занятие (12 часа(ов)):

Отношение делимости целых чисел и его простейшие свойства. НОД двух чисел. Алгоритм Евклида. Свойства НОД. Линейное представление НОД. Взаимно простые числа. Попарно взаимно простые числа. Свойства взаимно простых чисел. Вычисление и свойства НОК двух чисел. Простые и составные числа. Свойства простых чисел. Бесконечность множества простых чисел. Теорема об интервалах. Решето Эратосфена. Основная теорема арифметики. Каноническое разложение натурального числа и его свойства. Числовые функции. Число и сумма натуральных делителей.

Тема 2. Цепные дроби.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Целая и дробная часть числа. Конечные цепные дроби. Представление рациональных чисел конечными цепными дробями. Единственность представления рационального числа в виде непрерывной дроби, такой, что последнее неполное частное отлично от единицы. Подходящие дроби и их свойства. Оценка погрешности при замене рационального числа подходящей дробью.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Конечные цепные дроби. Представление рациональных чисел конечными цепными дробями. Единственность представления рационального числа в виде непрерывной дроби, такой, что последнее неполное частное отлично от единицы. Подходящие дроби и их свойства.

Тема 3. Теория сравнений и ее приложения.

лекционное занятие (6 часа(ов)):

Сравнения в кольце целых чисел и их свойства. Кольцо классов вычетов. Полные системы вычетов и их свойства. Группа обратимых элементов кольца вычетов. Приведенные системы вычетов и их свойства. Функция Эйлера и ее вычисление. Теоремы Эйлера и Ферма. Сравнения первой степени с одним неизвестным. Порядок числа и класса вычетов по модулю. Первообразные корни по простому модулю. Индексы по простому модулю. Таблицы индексов. Двучленные сравнения. Вычеты и невычеты. Критерий Эйлера. Символ Лежандра. Арифметические приложения теории сравнений. Признаки делимости. Конечные десятичные дроби. Периодические десятичные дроби. Условия представления рационального числа в виде периодической дроби.

практическое занятие (12 часа(ов)):

Сравнения в кольце целых чисел и их свойства. Приложения сравнений к выводу признаков делимости. Кольцо классов вычетов. Полные системы вычетов и их свойства. Группа обратимых элементов кольца вычетов. Приведенные системы вычетов и их свойства. Функция Эйлера и ее вычисление. Теоремы Эйлера и Ферма. Сравнения первой степени с одним неизвестным. Порядок числа и класса вычетов по модулю.

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Теория делимости в кольце целых чисел.	5		Изучение материала лекций и рекомендованной литературы	8	Контрольная работа, устный опрос
2.	Тема 2. Цепные дроби.	5		Изучение материала лекций и рекомендованной литературы	8	Устный опрос
3.	Тема 3. Теория сравнений и ее приложения.	5		Изучение материала лекций и рекомендованной литературы	12	Контрольная работа, устный опрос
	Итого				28	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

В преподавании дисциплины используются следующие образовательные технологии:

Информационные технологии - обучение в электронной образовательной среде с целью расширения доступа к образовательным ресурсам (теоретически к неограниченному объему и скорости доступа), увеличения контактного взаимодействия с преподавателем, построения индивидуальных траекторий подготовки и объективного контроля и мониторинга знаний студентов.

Проблемное обучение - стимулирование студентов к самостоятельному приобретению знаний, необходимых для решения конкретной проблемы.

Контекстное обучение - мотивация студентов к усвоению знаний путем выявления связей между конкретным знанием и его применением.

Междисциплинарное обучение - использование знаний из разных областей, их группировка и концентрация в контексте решаемой задачи.

Опережающая самостоятельная работа - изучение студентами нового материала до его изучения в ходе аудиторных занятий.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Теория делимости в кольце целых чисел.

Контрольная работа, устный опрос, примерные вопросы:

1. Сумма натуральных делителей числа а равна 63. Найти число натуральных делителей числа а, если в каноническое разложение числа а входит только простой множитель 2. 2. Задача на доказательство делимости одного числа на другое. 3. Задача на нахождение числа натуральных делителей произвольного натурального числа. 4. Задача на нахождение суммы натуральных делителей натурального числа. 5. Задача на линейное представление НОД. 6. Задача на решение линейного сравнения. 7. Задача на решение нелинейного сравнения. 8. Задача на функцию Эйлера. 9. Задача на доказательство делимости систематических чисел. 10. Задача на нахождения признаков делимости систематических чисел.

Тема 2. Цепные дроби.

Устный опрос, примерные вопросы:

1. Связь алгоритма Евклида с цепными дробями. 2. Особенности подходящих дробей с чётными и нечётными номерами. 3. Приближение рационального числа подходящими дробями с чётными и нечётными номерами. 4. Приведение трёх дробей к общему знаменателю. 5. Разложение в непрерывную дробь обыкновенной дроби. 6 . Разложение в непрерывную дробь десятичной дроби.

Тема 3. Теория сравнений и ее приложения.

Контрольная работа, устный опрос, примерные вопросы:

1. Нахождение значений функции Эйлера. 2. Применение теорем Ферма и Эйлера для решения сравнений. 3. Решение сравнений первой степени. 4. Арифметические приложения теории сравнений.

Итоговая форма контроля

экзамен (в 5 семестре)

Примерные вопросы к экзамену:

1. Теорема о делении с остатком.
2. Отношение делимости целых чисел и его простейшие свойства.
3. НОД двух чисел. Алгоритм Евклида.
4. Свойства НОД. Линейное представление НОД.
5. Взаимно простые числа. Попарно взаимно простые числа. Свойства взаимно простых чисел.
6. Вычисление и свойства НОК двух чисел.

7. Простые и составные числа. Свойства простых чисел.
8. Бесконечность множества простых чисел. Теорема об интервалах. Решето Эратосфена.
9. Основная теорема арифметики. Каноническое разложение натурального числа и его свойства.
10. Числовые функции. Число и сумма натуральных делителей.
11. Целая и дробная часть числа.
12. Конечные цепные дроби. Подходящие дроби и их свойства.
13. Сравнения в кольце целых чисел и их свойства.
14. Приложения сравнений к выводу признаков делимости.
15. Кольцо классов вычетов.
16. Полные системы вычетов и их свойства.
17. Группа обратимых элементов кольца вычетов.
18. Приведенные системы вычетов и их свойства.
19. Функция Эйлера и ее вычисление.
20. Теоремы Эйлера и Ферма.
21. Сравнения первой степени с одним неизвестным.
22. Порядок числа и класса вычетов по модулю. Первообразные корни по простому модулю.
23. Конечные десятичные дроби. Периодические десятичные дроби. Условия представления рационального числа в виде периодической дроби.

7.1. Основная литература:

1. Ляпин Е.С. Курс высшей алгебры - СПб: Лань, 2009. - 368 с. URL:https://e.lanbook.com/reader/book/246/#1

2. Бухштаб,А.А. Теория чисел : учебное пособие / А.А.Бухштаб. - 3-е изд.,стер. - СПб.: Лань, 2008. - 384с. (25 экз.)

3. Курош, А.Г. Лекции по общей алгебре [Электронный ресурс]: учебник. - СПб.: Лань, 2007. - 556 с. URL: http://e.lanbook.com/reader/book/527/#1

4. Окунев Л.Я. Высшая алгебра. - СПб: Лань, 2009. - 336с. URL: http://e.lanbook.com/reader/book/289/#1

5. Винберг, Э.Б. Курс алгебры [Электронный ресурс] : учебник. - М.: МЦНМО (Московский центр непрерывного математического образования), 2011. - 591 с. URL: http://znanium.com/bookread2.php?book=969289

6. Смолин, Ю. Н. Алгебра и теория чисел [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Ю. Н. Смолин. ? 4-е изд., стер. - М.: ФЛИНТА: Наука, 2012. - 464 с. URL: http://znanium.com/bookread2.php?book=456995

7.2. Дополнительная литература:

Михалев, А.А. Начала алгебры: Ч.1.:Учеб.пособие / А.А.Михалев, А.В.Михалев. - М. : Интернет-ун-т Инф.Тех., 2005. - 144с. (5 экз.).

Фаддеев, Д.К. Лекции по алгебре: Учебное пособие / Д.К.Фаддеев. - 5-е изд.,стер. - СПб: Лань, 2007. - 416с. (5 экз.).

Фаддеев, Д.К. Лекции по алгебре [Электронный ресурс] : учебное пособие. - СПб. : Лань, 2007. - 416 с. URL: http://e.lanbook.com/reader/book/397/#1

Воеводин, В.В. Линейная алгебра: Учебное пособие / В.В.Воеводин. - 4-е изд.,стер. - СПб.: Лань, 2008. - 416с. (5 экз.).

Беклемишев, Д.В. Дополнительные главы линейной алгебры: Учебное пособие / Д.В.Беклемишев. - 2-е изд.,перераб.и доп. - СПб : Лань, 2008. - 496с. (5 экз.).

Нестеренко, Ю.В. Теория чисел: учебник для студ.высш.учеб.заведений / Ю.В.Нестеренко. - М.: Академия, 2008. - 272с. (5 экз.).

Гельфанд, И.М. Алгебра [Электронный ресурс] : / И.М. Гельфанд, Шень А. - М. : МЦНМО (Московский центр непрерывного математического образования), 2009. - 144 с. URL: http://e.lanbook.com/reader/book/9322/#1

7.3. Интернет-ресурсы:

Бесплатный ресурс для студентов - http://math24.ru/calculus-list.html

Образовательный математический сайт - http://www.exponenta.ru/

Общероссийский математический портал - Math-Net.Ru

Учебные материалы - http://math.fizteh.ru/study/

Электронные публикации - www.math.msu.su/publications

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Теория чисел" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB,audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудованием имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань" , доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Интерактивная трибуна, проектор, экран.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 44.03.05 "Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)" и профилю подготовки Математика и физика .

Автор(ы):
Анисимова Т.И. _____
Костин А.В. _____
"__" _____ 201 __ г.

Рецензент(ы):
Костина Н.Н. _____
"__" _____ 201 __ г.