

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Факультет математики и естественных наук



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ

Проф. Д.А. Таюрский

(до КФУ)

» 20\_\_ г.

подписано электронно-цифровой подписью

### Программа дисциплины

Упорядоченные множества и решетки Б1.В.ДВ.6

Направление подготовки: 02.03.01 - Математика и компьютерные науки

Профиль подготовки: Математическое и компьютерное моделирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Анисимова Т.И. , Костин А.В.

**Рецензент(ы):**

Минкин А.В.

### **СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Анисимова Т. И.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Елабужского института КФУ (Факультет математики и естественных наук):

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No 1016726219

Казань  
2019

## **Содержание**

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Анисимова Т.И. Кафедра математики и прикладной информатики Факультет математики и естественных наук , TIAnisimova@kpfu.ru ; доцент, к.н. (доцент) Костин А.В. Кафедра математики и прикладной информатики Факультет математики и естественных наук , AVKostin@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

- усвоение студентами понятий, идей и методов теории упорядоченных множеств и решеток;
- формирование навыков использования основных идей, понятий и методов теории решеток при решении задач в различных областях математики.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел "Б1.В.ДВ.6 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 02.03.01 Математика и компьютерные науки и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 4 курсе, 7 семестр.

Дисциплина 'Упорядоченные множества и решетки' содержится в части дисциплины по выбору блока Б1 (Б1.В.ДВ7.2), осваивается в 7 семестре. Для освоения дисциплины студенты используют знания, умения и виды деятельности, сформированные в процессе изучения предметов 'Алгебра', 'Числовые системы', 'Математическая логика' на предыдущем уровне образования, а также знания, умения, навыки и способы деятельности, полученные и сформированные в ходе изучения 'Вводного курса математики'.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

| Шифр компетенции                       | Расшифровка приобретаемой компетенции                                                                                          |
|----------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ПК-2<br>(профессиональные компетенции) | способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики        |
| ПК-3<br>(профессиональные компетенции) | способностью строго доказывать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата                 |
| ПК-5<br>(профессиональные компетенции) | способностью использовать методы математического и алгоритмического моделирования при решении теоретических и прикладных задач |

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

- основные понятия теории упорядоченных множеств и решеток;
- основные свойства различных типов решеток;
- классические примеры решеток, связанных с алгебрами;

2. должен уметь:

- доказывать основные утверждения теории решеток;
- приводить примеры решеток, удовлетворяющих заданным свойствам;
- применять методы теории решеток в различных областях алгебры;
- проводить простейшие самостоятельные исследования, связанные с основными понятиями дисциплины.

3. должен владеть:

представлениями о связи теории со школьным курсом математики.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

применять результаты освоения дисциплины в профессиональной деятельности.

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных(ые) единиц(ы) 108 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: зачет в 7 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

| N  | Раздел<br>Дисциплины/<br>Модуля        | Семестр | Неделя<br>семестра | Виды и часы<br>аудиторной работы,<br>их трудоемкость<br>(в часах) |                         |                        | Текущие формы<br>контроля |
|----|----------------------------------------|---------|--------------------|-------------------------------------------------------------------|-------------------------|------------------------|---------------------------|
|    |                                        |         |                    | Лекции                                                            | Практические<br>занятия | Лабораторные<br>работы |                           |
| 1. | Тема 1.<br>Упорядоченные<br>множества. | 7       |                    | 10                                                                | 10                      | 0                      |                           |
| 2. | Тема 2. Решетки.                       | 7       |                    | 10                                                                | 8                       | 0                      |                           |

| N  | Раздел<br>Дисциплины/<br>Модуля              | Семестр | Неделя<br>семестра | Виды и часы<br>аудиторной работы,<br>их трудоемкость<br>(в часах) |                         |                        | Текущие формы<br>контроля |
|----|----------------------------------------------|---------|--------------------|-------------------------------------------------------------------|-------------------------|------------------------|---------------------------|
|    |                                              |         |                    | Лекции                                                            | Практические<br>занятия | Лабораторные<br>работы |                           |
| 3. | Тема 3. Модулярные и дистрибутивные решетки. | 7       |                    | 4                                                                 | 4                       | 0                      |                           |
| 4. | Тема 4. Решетки подалгебр.                   | 7       |                    | 4                                                                 | 4                       | 0                      |                           |
|    | Тема . Итоговая форма контроля               | 7       |                    | 0                                                                 | 0                       | 0                      | Зачет                     |
|    | Итого                                        |         |                    | 28                                                                | 26                      | 0                      |                           |

## 4.2 Содержание дисциплины

### Тема 1. Упорядоченные множества.

#### **лекционное занятие (10 часа(ов)):**

Бинарные отношения. Операции над бинарными отношениями. Способы задания бинарных отношений. Отношения порядка. Упорядоченные множества (частично, линейно, вполне упорядоченные). Верхняя и нижняя грани подмножества частично упорядоченного множества, их свойства. Изотонные отображения, изоморфизм упорядоченных множеств. Операции над упорядоченными множествами. Вполне упорядоченные множества. Условия, эквивалентные полному порядку. Порядковые типы. Трансфинитные числа.

#### **практическое занятие (10 часа(ов)):**

Бинарные отношения, отношения эквивалентности, порядка. Алгебраическая операция. Свойства операций. Упорядоченные множества. Грани подмножества частично упорядоченного множества. Конусы. Порядковые типы. Трансфинитные числа.

### Тема 2. Решетки.

#### **лекционное занятие (10 часа(ов)):**

Понятие решетки. Решетка как частично упорядоченное множество. Примеры решеток из различных областей математики. Диаграммы конечных решеток. Решетка как алгебра. Свойства решеточных операций. Алгебраические свойства решеток. Идеалы решеток. Декартово произведение решеток. Гомоморфизмы и изоморфизмы решеток. Полные решетки.

#### **практическое занятие (8 часа(ов)):**

Решетка как частично упорядоченное множество. Решетка как алгебра. Полные решетки. Диаграммы конечных решеток.

### Тема 3. Модулярные и дистрибутивные решетки.

#### **лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Модулярные решетки. Свойства модулярных решеток. Дистрибутивные решетки. Свойства дистрибутивных решеток. Решетки с дополнениями, решетки с относительными дополнениями. Свойства решёток с дополнениями, примеры решёток с дополнениями. Булева алгебра. Основные булевы функции. Свойства булевых алгебр.

#### **практическое занятие (4 часа(ов)):**

Модулярные решетки. Дистрибутивные решетки. Решетки с дополнениями. Булева алгебра.

### Тема 4. Решетки подалгебр.

#### **лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Замкнутые подмножества и подалгебры. Решетки замкнутых подмножеств. Конгруэнции. Решетки конгруэнций. Модулярность решетки нормальных подгрупп группы и решетки идеалов кольца. Дистрибутивность решетки конгруэнций решетки. Примеры построения решеток подалгебр некоторых, просто устроенных, алгебр (циклических групп, конечных групп, колец, унарных алгебр маленьких мощностей).

#### **практическое занятие (4 часа(ов)):**

Решетки конгруэнций. Решетки подалгебр. Решеточная определяемость алгебр.

#### 4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

| N  | Раздел Дисциплины                            | Семестр | Неделя семестра | Виды самостоятельной работы студентов                  | Трудоемкость (в часах) | Формы контроля самостоятельной работы |
|----|----------------------------------------------|---------|-----------------|--------------------------------------------------------|------------------------|---------------------------------------|
| 1. | Тема 1. Упорядоченные множества.             | 7       |                 | Изучение материала лекций и рекомендованной литературы | 18                     | Контрольная работа, опрос.            |
| 2. | Тема 2. Решетки.                             | 7       |                 | Изучение материала лекций и рекомендованной литературы | 18                     | Контрольная работа, опрос.            |
| 3. | Тема 3. Модулярные и дистрибутивные решетки. | 7       |                 | Реферат                                                | 10                     | Доклад                                |
| 4. | Тема 4. Решетки подалгебр.                   | 7       |                 | Реферат                                                | 8                      | Доклад                                |
|    | Итого                                        |         |                 |                                                        | 54                     |                                       |

#### 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

В преподавании дисциплины используются следующие образовательные технологии:

Информационные технологии - обучение в электронной образовательной среде с целью расширения доступа к образовательным ресурсам (теоретически к неограниченному объему и скорости доступа), увеличения контактного взаимодействия с преподавателем, построения индивидуальных траекторий подготовки и объективного контроля и мониторинга знаний студентов.

Проблемное обучение - стимулирование студентов к самостоятельному приобретению знаний, необходимых для решения конкретной проблемы.

Контекстное обучение - мотивация студентов к усвоению знаний путем выявления связей между конкретным знанием и его применением.

Междисциплинарное обучение - использование знаний из разных областей, их группировка и концентрация в контексте решаемой задачи.

Опережающая самостоятельная работа - изучение студентами нового материала до его изучения в ходе аудиторных занятий.

#### 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

##### Тема 1. Упорядоченные множества.

Контрольная работа, опрос. , примерные вопросы:

1. Показать, что группа вычетов по модулю 27 есть циклическая группа порядка 18. 2. Задача на составление таблицы Кэли подгруппы группы подстановок. 3. Задача на определение порядка элемента в мультипликативной группе. 4. Задача на тему "Отношения порядка.". 5. Задача на тему "Типы упорядоченных множеств". 6. Задача на проверку аксиом группы. 7. Задача на исследование группы симметрий многоугольника. 8. Задача на исследование группы симметрий многогранника. 9. Задача на построение графа группы с одной образующей. 10. Задача на тему "Отображения упорядоченных множеств". 11. Задача на тему "Гомоморфизмы решёток".

## **Тема 2. Решетки.**

Контрольная работа, опрос. , примерные вопросы:

1. Какое отношение называется отношением порядка? 2. Какое отношение называется отношением эквивалентности? 3. Какова связь между отношениями эквивалентности и разбиениями множества? 4. Какие группы называются разрешимыми? 5. Приведите примеры модулярных решёток. 6. Как определяется дистрибутивная решётка? 7. Как определяется идеал решётки? 8. Какие группы называются изоморфными? 9. Какая решётка называется полной? 10. Как определяется вполне упорядоченное множество?

## **Тема 3. Модулярные и дистрибутивные решетки.**

Доклад, примерные вопросы:

1. Решетка как упорядоченное множество и как алгебра. 2. Операции над решетками. 3. Идеалы решеток. 4. Гомоморфизмы решеток. 5. Полные решетки. 6. Модулярные решетки. 7. Свойства решетки эквивалентные ее модулярности. 8. Дистрибутивные решетки. 9. Свойства решетки эквивалентные ее дистрибутивности. 10. Представление дистрибутивных и булевых решеток множествами.

## **Тема 4. Решетки подалгебр.**

Доклад, примерные вопросы:

1. Решетки конгруэнций. 2. Решетки подалгебр. 3. Решеточная определяемость алгебр.

## **Итоговая форма контроля**

зачет (в 7 семестре)

Примерные вопросы к зачету:

1. Бинарные отношения. Свойства.
2. Отношения порядка.
3. Упорядоченные множества.
4. Типы упорядоченных множеств.
5. Отображения упорядоченных множеств.
6. Принцип двойственности.
7. Вполне упорядоченные множества.
8. Принцип трансфинитной индукции.
9. Условия, эквивалентные тому, что множество вполне упорядочено.
10. Решетка как упорядоченное множество и как алгебра.
11. Операции над решетками.
12. Идеалы решеток.
13. Гомоморфизмы решеток. Теорема о гомоморфизме.
14. Полные решетки.
15. Модулярные решетки. Примеры. Простейшие свойства.
16. Свойства решетки эквивалентные ее модулярности.
17. Дистрибутивные решетки. Примеры. Простейшие свойства.
18. Свойства решетки эквивалентные ее дистрибутивности.
19. Булевы алгебры.
20. Представление дистрибутивных и булевых решеток множествами.



21. Решетки конгруенций алгебр.

22. Решетки подалгебр.

### **7.1. Основная литература:**

1. Курош, А.Г. Лекции по общей алгебре [Электронный ресурс]: учебник. - СПб.: Лань, 2007. - 556 с. URL: <http://e.lanbook.com/view/book/527/>

2. Ляпин Е.С. Курс высшей алгебры- СПб: Лань, 2009. - 368 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/view/book/246/>

3. Бухштаб, А.А. Теория чисел: учебное пособие / А.А.Бухштаб. - 3-е изд., стер. - СПб.: Лань, 2008. - 384с. - (Учебники для вузов. Специальная литература.) (25 экз.)

### **7.2. Дополнительная литература:**

Курош, А.Г. Лекции по общей алгебре [Электронный ресурс]: учебник. - СПб.: Лань, 2007. - 556 с. URL: <http://e.lanbook.com/view/book/527/>

Окунев Л.Я. Высшая алгебра. - СПб: Лань, 2009. - 336с. URL: <http://e.lanbook.com/view/book/289/>

Винберг, Э.Б. Курс алгебры [Электронный ресурс] : учебник. - М.: МЦНМО (Московский центр непрерывного математического образования), 2011. - 591 с. URL: <http://e.lanbook.com/view/book/9311/>

Смолин, Ю. Н. Алгебра и теория чисел [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Ю. Н. Смолин. ? 4-е изд., стер. ? М.: ФЛИНТА: Наука, 2012. - 464 с. URL: <http://znanium.com/bookread2.php?book=456995>

### **7.3. Интернет-ресурсы:**

Бесплатный ресурс для студентов - <http://math24.ru/calculus-list.html>

Образовательный математический сайт - <http://www.exponenta.ru/>

Общероссийский математический портал - Math-Net.Ru

Учебные материалы - <http://math.fizteh.ru/study/>

Электронные публикации - [www.math.msu.su/publications](http://www.math.msu.su/publications)

## **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)**

Освоение дисциплины "Упорядоченные множества и решетки" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:



Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB, audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудование имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "Консультант студента", доступ к которой предоставлен студентам. Электронная библиотечная система "Консультант студента" предоставляет полнотекстовый доступ к современной учебной литературе по основным дисциплинам, изучаемым в медицинских вузах (представлены издания как чисто медицинского профиля, так и по естественным, точным и общественным наукам). ЭБС предоставляет вузу наиболее полные комплекты необходимой литературы в соответствии с требованиями государственных образовательных стандартов с соблюдением авторских и смежных прав.

Интерактивная трибуна, проектор, экран.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 02.03.01 "Математика и компьютерные науки" и профилю подготовки Математическое и компьютерное моделирование .

Автор(ы):

Анисимова Т.И. \_\_\_\_\_

Костин А.В. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Минкин А.В. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.