

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



УТВЕРЖДАЮ

Проректор
по образовательной деятельности КФУ
Проф. Таюрский Д.А.

_____ 20__ г.

Программа дисциплины
Действительный анализ Б1.В.ОД.13

Направление подготовки: 02.03.01 - Математика и компьютерные науки

Профиль подготовки: Математическое и компьютерное моделирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Автор(ы):

Гумеров Р.Н.

Рецензент(ы):

Скворцова Г.Ш., Гарифьянов Фархат Нургаязович

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Насыров С. Р.

Протокол заседания кафедры No ____ от " ____ " _____ 201__ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No ____ от " ____ " _____ 201__ г

Регистрационный No

Казань
2019

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Гумеров Р.Н. Кафедра математического анализа отделение математики , Renat.Gumerov@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины 'Действительный анализ' являются: получение базовых знаний по функциональному анализу: меры на системах множеств, продолжение меры с полукольца на кольцо, измеримые по Лебегу множества, мера Лебега , множества лебеговой меры нуль, мера Лебега-Стилтьеса, описание мер на борелевской алгебре числовой прямой, абсолютно непрерывные и сингулярные меры, измеримые функции, различные типы сходимости, конструкция интеграла Лебега и его свойства, теоремы о предельном переходе под знаком интеграла, заряды, меры в произведениях множеств, .

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел "Б1.В.ОД.13 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 02.03.01 Математика и компьютерные науки и относится к обязательным дисциплинам. Осваивается на 3 курсе, 5 семестр.

Дисциплина входит в базовую часть профессионального цикла.

Получаемые знания необходимы для понимания и освоения курсов теории вероятностей, математической статистики, методов оптимизации, а также профильных дисциплин направления математики.

Слушатели должны владеть знаниями по дисциплинам математический анализ, алгебра.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОПК-1 (профессиональные компетенции)	готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

основные понятия и результаты, методы решения задач теории меры и интеграла Лебега и их приложения.

2. должен уметь:

Работать с множествами, отображениями и мерами, вычислять интеграл Лебега.

3. должен владеть:

методами теории множеств, теории меры и интеграла

4. должен демонстрировать способность и готовность:

1. Знать: основные понятия и результаты, методы решения задач теории меры и интеграла Лебега и их приложения.

2. Уметь работать с множествами, отображениями и мерами, вычислять интеграл Лебега.

3. Владеть: методами теории множеств, теории меры и интеграла.

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных(ые) единиц(ы) 72 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: зачет в 5 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Сведения из теории множеств. Полукольцо, кольцо, алгебра множеств.	5	1-9	9	9	0	Письменное домашнее задание
2.	Тема 2. Мера на полукольце. Продолжение. Мера Лебега. Мера Лебега-Стилтьеса на прямой. Приложения.	5	10-12	3	3	0	Письменное домашнее задание
3.	Тема 3. Измеримые функции. Интеграл Лебега	5	13-18	6	6	0	Контрольная работа
	Тема . Итоговая форма контроля	5		0	0	0	Зачет
	Итого			18	18	0	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Сведения из теории множеств Полукольцо, кольцо, алгебра множеств.

лекционное занятие (9 часа(ов)):

Системы множеств.Полукольцо. Кольцо.Минимальное кольцо. Алгебра. Сигма-кольцо. Сигма алгебра.Отображения множеств и их свойства. Свойства образов и прообразов. Прообраз кольца относительно отображения.

практическое занятие (9 часа(ов)):

Системы множеств.Полукольцо. Кольцо.Минимальное кольцо. Алгебра. Сигма-кольцо. Сигма алгебра.Отображения множеств и их свойства. Свойства образов и прообразов. Прообраз кольца относительно отображения.

Тема 2. Мера на полукольце. Продолжение. Мера Лебега.Мера Лебега-Стилтьеса на прямой. Приложения.

лекционное занятие (3 часа(ов)):

Мера на полукольце. Продолжение меры с полукольца на кольцо. Внешняя мера.Измеримые множества. Мера Лебега.Мера Лебега-Стилтьеса на прямой. Разложение меры Лебега_Стилтьеса на дискретную и непрерывную компоненты.

практическое занятие (3 часа(ов)):

Мера на полукольце. Продолжение меры с полукольца на кольцо. Внешняя мера.Измеримые множества. Мера Лебега.Мера Лебега-Стилтьеса на прямой. Разложение меры Лебега_Стилтьеса на дискретную и непрерывную компоненты.

Тема 3. Измеримые функции. Интеграл Лебега

лекционное занятие (6 часа(ов)):

Определение измеримой функции. Различные виды сходимости измеримых функций. Элементарные свойства измеримых функций. Измеримые функции на пространстве с мерой. Эквивалентные функции. Сходимость почти всюду. Теорема Егорова. Сходимость по мере. Связь сходимости по мере и почти всюду.

практическое занятие (6 часа(ов)):

Определение измеримой функции. Различные виды сходимости измеримых функций. Элементарные свойства измеримых функций. Измеримые функции на пространстве с мерой. Эквивалентные функции. Сходимость почти всюду. Теорема Егорова. Сходимость по мере. Связь сходимости по мере и почти всюду.

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Сведения из теории множеств Полукольцо, кольцо, алгебра множеств.	5	1-9	Изучение лекций и литературы, выполнение домашних заданий	12	домашнее задание
				подготовка домашнего задания	6	Письменное домашнее задание
2.	Тема 2. Мера на полукольце. Продолжение. Мера Лебега.Мера Лебега-Стилтьеса на прямой. Приложения.	5	10-12	подготовка домашнего задания	6	Письменное домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
3.	Тема 3. Измеримые функции. Интеграл Лебега	5	13-18	подготовка к контрольной работе	12	Контрольная работа
	Итого				36	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

лекции, лабораторные занятия, контрольные работы, зачет и экзамен. В течение семестра студенты решают задачи, указанные преподавателем, к каждому лабораторному занятию. В каждом семестре проводятся контрольные работы (на лабораторных занятиях). Зачет выставляется по положительным результатам выполнения контрольных работ и самостоятельной работы в течении семестра, а также успешной сдачи теоретического материала по прилагаемой программе. К экзамену допускаются студенты, показавшие положительные результаты по текущей работе в течение семестра.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Сведения из теории множеств Полукольцо, кольцо, алгебра множеств.

домашнее задание , примерные вопросы:

- Доказать равенство двух множеств. -- Характеризация отображений --Проверить инъективность отображения --Проверить сюръективность отображения --Проверить биективность отображения -- Доказать равносильность множеств. -- Доказать, что невырожденный промежуток на действительной оси имеет мощность континуума --Все подмножества данного множества образуют сигма-алгебру --Все конечные подмножества данного множества образуют кольцо --Топология на оси не является полукольцом

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

- Доказать равенство двух множеств. -- Характеризация отображений -- Доказать равносильность множеств. --Проверить инъективность отображения --Проверить сюръективность отображения --Проверить биективность отображения -- Доказать, что невырожденный промежуток на действительной оси имеет мощность континуума --Все подмножества данного множества образуют сигма-алгебру --Все конечные подмножества данного множества образуют кольцо --Топология на оси не является полукольцом

Тема 2. Мера на полукольце. Продолжение. Мера Лебега. Мера Лебега-Стилтьеса на прямой. Приложения.

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

--меры на системах множеств -- продолжение меры с полукольца на кольцо -- измеримые по Лебегу множества -- мера Лебега -- множества лебеговой меры нуль -- мера Лебега-Стилтьеса -- описание мер на борелевской алгебре числовой прямой -- абсолютно непрерывные меры -- сингулярные меры --Вычислить интеграл -- Доказать, что мера пересечения множества $E \cap F$ с множеством G равна разности меры множества $E \cap G$ и меры пересечения $E \cap F$. -- Доказать измеримость функции $\text{sign}(\cos(x^2))$, заданной на вещественной оси.

Тема 3. Измеримые функции. Интеграл Лебега

Контрольная работа , примерные вопросы:

--измеримые функции -- различные типы сходимости, --конструкция интеграла Лебега -- его свойства -- теоремы о предельном переходе под знаком интеграла, -- заряды, -- меры в произведениях множеств. -- Отображение $f: X \rightarrow Y$ является инъекцией тогда и только тогда, когда $f^{-1}(f(A))=A$ для любого подмножества $A \subset X$. -- Пусть задана мера на кольце. E и F - множества из этого кольца, G - их симметрическая разность. Доказать, что мера пересечения множества E с множеством G равна разности меры множества E и меры пересечения E и F . -- Доказать измеримость функции $\text{sign}(\cos(x^2))$, заданной на вещественной оси. -- Доказать измеримость многочлена от одной переменной, заданного на вещественной оси. -- Вычислить интеграл Лебега по интервалу $(1;2)$ от функции $f(x)=\frac{1}{\sqrt{3}(x-1)}$. -- Доказать равенство двух множеств. -- Характеризация отображений -- Доказать равенство мер двух множеств. -- Свойства измеримых функций -- Вычислить интеграл -- Отображение $f: X \rightarrow Y$ является инъекцией тогда и только тогда, когда $f^{-1}(f(A))=A$ для любого подмножества $A \subset X$. -- Пусть задана мера на кольце. E и F - множества из этого кольца, G - их симметрическая разность. Доказать, что мера пересечения множества E с множеством G равна разности меры множества E и меры пересечения E и F . -- Доказать измеримость функции $\text{sign}(\cos(x^2))$, заданной на вещественной оси. -- Доказать измеримость многочлена от одной переменной, заданного на вещественной оси. -- Вычислить интеграл Лебега по интервалу $(1;2)$ от функции $f(x)=\frac{1}{\sqrt{3}(x-1)}$. --

Итоговая форма контроля

зачет (в 5 семестре)

Примерные вопросы к зачету:

Вопросы к зачету:

- полукольцо
- кольцо
- минимальное кольцо
- алгебра
- сигма-алгебра
- меры на системах множеств
- продолжение меры с полукольца на кольцо,
- внешняя мера
- измеримые по Лебегу множества
- мера Лебега ,
- множества лебеговой меры нуль,
- мера Лебега-Стилтьеса, описание мер на борелевской алгебре числовой прямой
- абсолютно непрерывные меры
- сингулярные меры,
- измеримые функции, их свойства
- различные типы сходимости,
- Теорема Егорова
- конструкция интеграла Лебега и его свойства,
- теоремы о предельном переходе под знаком интеграла,
- заряды
- меры в произведениях множеств
- теорема Фубини

7.1. Основная литература:

1. Колмогоров, А.Н. Элементы теории функций и функционального анализа. [Электронный ресурс] / А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин. ? Электрон. дан. ? М. : Физматлит, 2009. ? 572 с. ? Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/2206> ? Загл. с экрана

2. Шерстнев, Анатолий Николаевич.

Конспект лекций по математическому анализу [Текст: электронный ресурс] / А. Н. Шерстнев .? Изд. 5-е .? Электронные данные (1 файл: 2,66 Мб) .? (Казань : Казанский государственный университет, 2009) .? Загл. с экрана .? Режим доступа: открытый .? URL:http://libweb.kpfu.ru/ebooks/05-IMM/05_33_2009_000165.pdf

7.2. Дополнительная литература:

1. Треногин, В.А. Задачи и упражнения по функциональному анализу. [Электронный ресурс] / В.А. Треногин, Б.М. Писаревский, Т.С. Соболева. ? Электрон. дан. ? М. : Физматлит, 2005. ? 240 с. ? Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/2342> ? Загл. с экрана.

2. Ульянов, П.Л. Действительный анализ в задачах. [Электронный ресурс] ? Электрон. дан. ? М. : Физматлит, 2005. ? 416 с. ? Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/2353> ? Загл. с экрана.

7.3. Интернет-ресурсы:

архив учебных материалов ВШЭ - http://math.hse.ru/courses_math/bac3-11-fa

кафедра математики физ. фак-та МГУ - http://matematika.phys.msu.ru/stud_spec/127

мехмат МГУ - <http://www.mexmat.net/materials/6/>

учебные материалы мех-мата МГУ - <http://www.mexmat.net/materials/6/>

физфак МГУ - http://matematika.phys.msu.ru/stud_spec/127

функциональный анализ. Викиконспекты -

<http://neerc.ifmo.ru/wiki/index.php?title=%D0%A4%D1%83%D0%BD%D0%BA%D1%86%D0%B8%D0%B>

Функциональный анализ 3 курс Викиконспекты -

<http://neerc.ifmo.ru/wiki/index.php?title=%D0%A4%D1%83%D0%BD%D0%BA%D1%86%D0%B8%D0%B>

электронная библиотека К(П)ФУ - <http://www.ksu.ru/f5/index.php?id=7>

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Действительный анализ" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB, audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудование имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "КнигаФонд", доступ к которой предоставлен студентам. Электронно-библиотечная система "КнигаФонд" реализует легальное хранение, распространение и защиту цифрового контента учебно-методической литературы для вузов с условием обязательного соблюдения авторских и смежных прав. КнигаФонд обеспечивает широкий законный доступ к необходимым для образовательного процесса изданиям с использованием инновационных технологий и соответствует всем требованиям новых ФГОС ВПО.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

функциональный анализ: учебные аудитории для проведения лекционных и семинарских занятий, доступ студентов к компьютеру с Mircsft Office.

ри необходимости занятия могут проводиться в мультимедийной аудитории 610 (корпус 2 К(П)ФУ),

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 02.03.01 "Математика и компьютерные науки" и профилю подготовки Математическое и компьютерное моделирование .

Автор(ы):

Гумеров Р.Н. _____

"__" _____ 201__ г.

Рецензент(ы):

Скворцова Г.Ш. _____

Гарифьянов Фархат Нургаязович _____

"__" _____ 201__ г.