

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Факультет математики и естественных наук



УТВЕРЖДАЮ
Проректор по образовательной деятельности КФУ
Проф. Д.А. Гаурский

» _____ 20__ г.

подписано электронно-цифровой подписью

Программа дисциплины

Мат логика и теория алгоритмов Б1.В.ОД.7

Направление подготовки: 44.03.05 - Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профиль подготовки: Математика и физика

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Автор(ы):

Шарафеева Л.Р.

Рецензент(ы):

Костин А.В.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Анисимова Т. И.

Протокол заседания кафедры No ____ от " ____ " _____ 201__ г

Учебно-методическая комиссия Елабужского института КФУ (Факультет математики и естественных наук):

Протокол заседания УМК No ____ от " ____ " _____ 201__ г

Регистрационный No 10167219

Казань
2019

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) старший преподаватель, б/с Шарафеева Л.Р.
Кафедра математики и прикладной информатики Факультет математики и естественных наук,
LRSharafeeva@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины 'Математическая логика и теория алгоритмов' является формирование и развитие у студентов общекультурных и профессиональных компетенций, формирование систематизированных знаний, умений и навыков в области математической логики и теории алгоритмов и её основных методов, позволяющих подготовить конкурентноспособного выпускника для сферы образования, готового к инновационной творческой реализации образовательных учреждениях различного уровня и профиля. Излагаются основы логики высказываний и логики предикатов, принципы построения формальных теорий: исчисления высказываний и исчисления предикатов, рассматривается связь математической логики и информатики, излагаются основы теории рекурсивных функций, теории машин Тьюринга и нормальных алгоритмов Маркова.

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел 'Б1.В.ОД.7 Дисциплины (модули)' основной профессиональной образовательной программы 44.03.05 'Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) (Математика и физика)' и относится к вариативной части обязательным дисциплинам. Осваивается на 2 курсе в 4 семестре.

Для освоения дисциплины обучающиеся используют знания, умения, сформированные в ходе изучения школьного курса математики и информатики, а также высшей алгебры. Освоение данной дисциплины является основой для последующего изучения дисциплины 'Дискретная математика'.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОК-6 (общекультурные компетенции)	способностью к самоорганизации и самообразованию
ПК-1 (профессиональные компетенции)	готовностью реализовывать образовательные программы по учебным предметам в соответствии с требованиями образовательных стандартов

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

- основные определения и теоремы дисциплины;
- важнейшие законы логики и основные равносильности;
- аксиомы и правила вывода исчислений высказываний и характеристики этих исчислений;
- основы теории алгоритмов.

2. должен уметь:

- применять методы математической логики и теории алгоритмов для решения практических задач;

- доказывать основные теоремы курса.

3. должен владеть:

- основными понятиями математической логики и теории алгоритмов;
- алгоритмом распознавания тождественно истинных формул языка логики высказываний;
- техникой равносильных преобразований логических формул.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

- применять результаты освоения дисциплины в профессиональной деятельности.

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных(ые) единиц(ы) 144 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен в 4 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Введение. Логика высказываний.	4		8	4	0	Устный опрос
2.	Тема 2. Булевы функции.	4		6	4	0	Устный опрос
3.	Тема 3. Исчисление высказываний.	4		4	2	0	Устный опрос
4.	Тема 4. Логика предикатов.	4		8	4	0	Письменное домашнее задание
5.	Тема 5. Математические теории.	4		4	0	0	Реферат
6.	Тема 6. Теория алгоритмов.	4		6	4	0	Устный опрос
	Тема . Итоговая форма контроля	4		0	0	0	Экзамен
	Итого			36	18	0	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Введение. Логика высказываний.

лекционное занятие (8 часа(ов)):

Предмет математической логики, её роль в вопросах обоснования математики. История развития математической логики. Высказывания и операции над ними. Классификация формул алгебры высказываний. Тавтологии. Основные законы логики высказываний. Равносильные формулы. Равносильные преобразования формул. Нормальные формы. СДНФ. СКНФ. Логическое следование. Приложение алгебры высказываний к логико-математической практике.

практическое занятие (4 часа(ов)):

Высказывания и операции над ними. Формулы алгебры высказываний. Тавтологии алгебры высказываний. Логическое следование. Равносильность формул. Упрощение систем высказываний. Логические задачи.

Тема 2. Булевы функции.

лекционное занятие (6 часа(ов)):

Происхождение булевых функций. Булевы функции от одного аргумента. Булевы функции от двух аргументов. Булевы функции и формулы алгебры высказываний. Системы булевых функций. Теорема Поста о полноте системы булевых функций. Приложение функций алгебры логики к анализу и синтезу релейно-контактных схем.

практическое занятие (4 часа(ов)):

Свойства булевых функций. Полные и неполные системы булевых функций. Классы булевых функций. Упрощение выражений для булевых функций. Булевы уравнения.

Тема 3. Исчисление высказываний.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Понятие аксиоматической теории высказываний. Аксиоматическое построение логики высказываний. Аксиомы, правила вывода. Понятие вывода в исчислении. Выводимость из гипотез. Доказуемость формул. Производные правила. Теорема дедукции. Непротиворечивость, полнота и разрешимость исчисления высказываний. Независимость аксиом.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Построение доказательств. Применение теоремы дедукции. Производные правила вывода.

Тема 4. Логика предикатов.

лекционное занятие (8 часа(ов)):

Понятие предиката. Кванторы общности и существования. Формулы логики предикатов. Свободные и связанные переменные. Истинностные значения формул. Равносильность. Основные равносильности. Равносильные преобразования формул. Предваренная нормальная форма. Общезначимость и выполнимость формул. Свойства. Примеры формулы, выполнимой в бесконечной области и невыполнимой ни в какой конечной области. Проблема разрешения для общезначимости и выполнимости, неразрешимость ее в общем случае (без доказательств). Алгоритмы распознавания общезначимости формул в частных случаях. Применение языка логики предикатов для записи математических предложений, определений, построение отрицаний предложений. Формализованное исчисление предикатов.

практическое занятие (4 часа(ов)):

Понятие предиката и операции над предикатами. Множество истинности предиката. Записи на языке алгебры предикатов. Формулы алгебры предикатов; тавтологии. Равносильные преобразования формул. Приведение формул логики предикатов к приведенной нормальной форме и к предваренной нормальной форме.

Тема 5. Математические теории.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Язык первого порядка. Термы и формулы. Логические и специальные аксиомы. Правила вывода теории. Примеры математических теорий из алгебры, анализа, геометрии. Интерпретации и модели аксиоматической теории. Свойства аксиоматических теорий. Формальные теории. Теоремы Гёделя о неполноте арифметики (без доказательства).

Тема 6. Теория алгоритмов.

лекционное занятие (6 часа(ов)):

Основные понятия и определения алгоритмов. Машины Тьюринга (определение, применение). Конструирование машины Тьюринга. Тезис Тьюринга (основная гипотеза теории алгоритмов). Рекурсивные функции. Основные понятия рекурсивных функций и тезис Черча. Нормальные алгоритмы Маркова. Марковские подстановки. Эквивалентность различных теорий алгоритмов.

практическое занятие (4 часа(ов)):

Основные понятия и определения алгоритмов. Машины Тьюринга. Рекурсивные функции. Нормальные алгоритмы Маркова.

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Введение. Логика высказываний.	4		подготовка к устному опросу	12	Устный опрос
2.	Тема 2. Булевы функции.	4		подготовка к устному опросу	8	Устный опрос
3.	Тема 3. Исчисление высказываний.	4		подготовка к устному опросу	4	Устный опрос
4.	Тема 4. Логика предикатов.	4		подготовка домашнего задания	10	Письменное домашнее задание
5.	Тема 5. Математические теории.	4		подготовка к реферату	4	Реферат
6.	Тема 6. Теория алгоритмов.	4		подготовка к устному опросу	16	Устный опрос
	Итого				54	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

В преподавании дисциплины используются следующие образовательные технологии:

Информационные технологии - обучение в электронной образовательной среде с целью расширения доступа к образовательным ресурсам (теоретически к неограниченному объему и скорости доступа), увеличения контактного взаимодействия с преподавателем, построения индивидуальных траекторий подготовки и объективного контроля и мониторинга знаний студентов.

Проблемное обучение - стимулирование студентов к самостоятельному приобретению знаний, необходимых для решения конкретной проблемы.

Контекстное обучение - мотивация студентов к усвоению знаний путем выявления связей между конкретным знанием и его применением.

Междисциплинарное обучение - использование знаний из разных областей, их группировка и концентрация в контексте решаемой задачи.

Опережающая самостоятельная работа - изучение студентами нового материала до его изучения в ходе аудиторных занятий.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Введение. Логика высказываний.

Устный опрос , примерные вопросы:

Предмет математической логики, её роль в вопросах обоснования математики. История развития математической логики. Высказывания и операции над ними. Классификация формул алгебры высказываний. Тавтологии. Основные законы логики высказываний. равносильные формулы. равносильные преобразования формул. нормальные формы. СДНФ. СКНФ. Логическое следование. Приложение алгебры высказываний к логико-математической практике.

Тема 2. Булевы функции.

Устный опрос , примерные вопросы:

Булевы функции от одного и двух аргументов. Булевы функции от аргументов. Системы булевых функций. Теорема Поста о полноте системы булевых функций. Приложение функций алгебры логики к анализу и синтезу релейно-контактных схем.

Тема 3. Исчисление высказываний.

Устный опрос , примерные вопросы:

Аксиоматическое построение логики высказываний. Аксиомы, правила вывода. Понятие вывода в исчислении. выводимость из гипотез. Доказуемость формул. Производные правила. Теорема дедукции. Непротиворечивость, полнота и разрешимость исчисления высказываний. Независимость аксиом.

Тема 4. Логика предикатов.

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

1. Выразите множества истинности предикатов через множества истинности входящих в них элементарных предикатов. 2. Выясните, являются ли предложенные формулы тавтологиями логики предикатов. 3. Для предложенной формулы логики предикатов а) найдите приведённую форму; б) приведите формулы к предварённой нормальной форме.

Тема 5. Математические теории.

Реферат , примерные вопросы:

1. Полные системы истинностных функций логики высказываний. Теорема Поста. 2. Совершенные нормальные формы. Проблема минимизации. 3. Равнообъемные исчисления высказываний. Равнообъемность логических систем натурального вывода и одноименных систем гильбертовского типа. 4. Разрешимость некоторых классов общезначимых формул логики предикатов. 5. Теорема Гёделя о полноте исчисления предикатов. 6. Теорема Гёделя о полноте для теорий первого порядка. 7. Теоремы Гёделя о неполноте арифметики. 8. Теории первого порядка, формализующие канторову теорию множеств. 9. Аксиома выбора, её роль в математике. 10. Применение логики высказываний к решению логических задач (распределение мест в соревнованиях, составление расписания занятий и др.). 11. Разрешимость языка логики высказываний. 12. Модели Крипке и алгебраические модели интуиционистского исчисления высказываний. 13. Модальные логики и их модели. 14. Разрешимость интуиционистского исчисления высказываний. 15. Теорема Геделя-Генцена о дизъюнкции. 16. Логические уравнения и методы их решения. 17. Релейно-контактные схемы. Проблема минимизации. 18. Применение машин Тьюринга. 19. Алгоритмы вокруг нас. 20. Математическая логика и программное обеспечение компьютеров.

Тема 6. Теория алгоритмов.

Устный опрос , примерные вопросы:

Основные понятия и определения алгоритмов. Машины Тьюринга. Вычислимость функций на машине Тьюринга. Рекурсивные функции. Оператор минимизации. Нормальные алгоритмы Маркова. Марковские подстановки.

Итоговая форма контроля

экзамен (в 4 семестре)

Примерные вопросы к экзамену:

1. Высказывание и операции над ними.
2. Определение формулы. Истинностные значения формул. Тавтологии. Основные законы логики высказываний.
3. равносильные формулы и основные равносильности логики высказываний.
4. Нормальные формы для формул алгебры высказываний. Теорема о представлении формул алгебры высказываний СДНФ (СКНФ).
5. Логическое следование.
6. Правила логических умозаключений. Приложение алгебры высказываний к логико-математической практике.
7. Булевы функции. Полные системы булевых функций. Теорема Поста.
8. Применение булевых функций к релейно-контактным схемам.
9. Исчисление высказываний. Понятие вывода в исчислении высказываний. Доказуемые формулы.
10. Свойства отношения выводимости в исчислении высказываний.
11. Теорема дедукции для исчислений высказываний.
12. Производные правила исчислений высказываний.
13. Теорема о полноте исчисления высказываний.
14. Непротиворечивость исчисления высказываний.
15. Доказательство независимости аксиом (правил вывода) исчисления высказываний методом интерпретаций.
16. Понятие предиката. равносильность и следование предикатов.
17. Логические операции над предикатами.
18. Формулы логики предикатов.
19. Тавтологии логики предикатов. Законы де Моргана для кванторов.
20. Законы пронесения кванторов через конъюнкцию и дизъюнкцию.
21. Законы пронесения кванторов через импликацию.
22. равносильные формулы логики предикатов. Приведенная форма.
23. Предваренная нормальная форма для формул логики предикатов.
24. Проблема разрешения для общезначимости и выполнимости формул.
25. Применения логики предикатов.
26. Непротиворечивость исчисления предикатов.
27. Понятие аксиомы, независимой от остальных аксиом теории.
28. Свойства аксиоматических теорий.
29. Языки первого порядка, определение термина, формулы. Замкнутые формулы.
30. Понятие интерпретации языка первого порядка.
31. Понятие теории первого порядка. Примеры.
32. Формальная арифметика: язык, аксиомы. Теоремы Гёделя о неполноте арифметики.
33. Теория алгоритмов. Основные понятия и определения алгоритмов.
34. Машины Тьюринга.
35. Рекурсивные функции.
36. Нормальные алгоритмы Маркова.

7.1. Основная литература:

1. Игошин В. И. Математическая логика: учеб. пособие / В.И. Игошин. - М.: ИНФРА-М, 2012. - 399 с. URL: <http://znanium.com/bookread2.php?book=242738>.

- Игошин В. И. Сборник задач по математической логике и теории алгоритмов: учеб. пособие / В.И. Игошин. / М.: КУРС: ИНФРА-М, 2017. / 392 с. / (Бакалавриат). URL: <http://znanium.com/bookread2.php?book=524332>.
- Пруцков А.В., Волкова Л.Л. Математическая логика и теория алгоритмов: учебник / А.В. Пруцков, Л.Л. Волкова. - М.: КУРС: ИНФРА-М, 2017. - 156 с. - URL: <http://znanium.com/bookread2.php?book=773373>.

7.2. Дополнительная литература:

- Глухов М.М. Математическая логика. Дискретные функции. Теория алгоритмов [Электронный ресурс]: учеб. пособие / М.М. Глухов, А.Б. Шишков. - СПб.: Лань, 2012. - 416 с. - URL: <https://e.lanbook.com/reader/book/4041/#1>.
- Ершов Ю.Л., Палютин Е.А. Математическая логика. - 6-е изд., испр. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2011. - 356 с. -URL: <http://znanium.com/bookread2.php?book=395379>.
- Игошин В. И. Теория алгоритмов: учебное пособие / В.И. Игошин. - М.: ИНФРА-М, 2012. - 318 с. URL: <http://znanium.com/bookread2.php?book=241722>.

7.3. Интернет-ресурсы:

- Дистанционный курс "Математическая логика". - <http://www.intuit.ru/studies/courses/2308/608/info>.
- Математическая логика: каталог электронных книг. - <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/logic.htm>.
- Математический сайт для школьников, студентов, учителей. - www.math.ru.
- Образовательный математический сайт Exponenta.ru. - www.exponenta.ru.
- Сайт "Открытое образование", курс "Математическая логика". - <https://openedu.ru/course/spbstu/MATLOG/>.
- Учебные материалы по различным разделам математики. - www.mathematics.ru.

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Мат логика и теория алгоритмов" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB, audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудование имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

Компьютерный класс, представляющий собой рабочее место преподавателя и не менее 15 рабочих мест студентов, включающих компьютерный стол, стул, персональный компьютер, лицензионное программное обеспечение. Каждый компьютер имеет широкополосный доступ в сеть Интернет. Все компьютеры подключены к корпоративной компьютерной сети КФУ и находятся в едином домене.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань" , доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "Консультант студента" , доступ к которой предоставлен студентам. Электронная библиотечная система "Консультант студента" предоставляет полнотекстовый доступ к современной учебной литературе по основным дисциплинам, изучаемым в медицинских вузах (представлены издания как чисто медицинского профиля, так и по естественным, точным и общественным наукам). ЭБС предоставляет вузу наиболее полные комплекты необходимой литературы в соответствии с требованиями государственных образовательных стандартов с соблюдением авторских и смежных прав.

Интерактивная доска.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 44.03.05 "Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)" и профилю подготовки Математика и физика .

Автор(ы):

Шарафеева Л.Р. _____

"__" _____ 201__ г.

Рецензент(ы):

Костин А.В. _____

"__" _____ 201__ г.