

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ

Проф. Таюрский Д.А.

\_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

подписано электронно-цифровой подписью

### Программа дисциплины

Теория вероятностей и математическая статистика БЗ.В.12

Направление подготовки: 050100.62 - Педагогическое образование

Профиль подготовки: Математика, информатика и информационные технологии в билингвальной татарско-русской среде

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Гарипов И.Б. , Мавлявиев Р.М.

**Рецензент(ы):**

Сушков С.В.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Игнатъев Ю. Г.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_\_ от "\_\_\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_\_ от "\_\_\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No 8172517

Казань  
2017

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Гарипов И.Б. кафедра высшей математики и математического моделирования отделение педагогического образования , lnur.Garipov@kpfu.ru ; старший преподаватель, б/с Мавлявиев Р.М. кафедра высшей математики и математического моделирования отделение педагогического образования , Rinat.Mavlyaviev@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Изучение основных понятий и теоретических основ теории вероятностей и математической статистики, овладение практическими навыками решения вероятностных задач, овладения навыками анализа экспериментальных данных в различных прикладных областях знаний, применение вероятностно-статистических методов моделирования реальных процессов.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б3.В.12 Профессиональный" основной образовательной программы 050100.62 Педагогическое образование и относится к вариативной части. Осваивается на 4 курсе, 7 семестр.

Для изучения дисциплины необходимы знания курсов: алгебра, математический анализ, комбинаторика.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
СПК-10 (профессиональные компетенции)	владеет основными положениями классических разделов математической науки, базовыми идеями и методами математики, системой основных математических структур и аксиоматическим методом
СПК-11 (профессиональные компетенции)	владеет математикой как универсальным языком науки, средством моделирования явлений и процессов, способен пользоваться построением математических моделей для решения практических проблем, понимать критерии качества математических исследований, принципы экспериментальной и эмпирической проверки научных теорий, умением исследовать класс моделей, к которому принадлежит полученная модель конкретной ситуации, применяя математическую теорию
СПК-12 (профессиональные компетенции)	владеет математикой как универсальным языком науки, средством моделирования явлений и процессов, способен пользоваться построением математических моделей для решения практических проблем, понимать критерии качества математических исследований, принципы экспериментальной и эмпирической проверки научных теорий, умением исследовать класс моделей, к которому принадлежит полученная модель конкретной ситуации, применяя математическую теорию

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
СПК-8 (профессиональные компетенции)	способен понимать универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость в различных областях человеческой деятельности, роль и место математики в системе наук, значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике, общекультурное значение математики, владеет основными положениями истории развития математики, эволюции математических идей и концепциями современной математической науки.
СПК-9 (профессиональные компетенции)	владеет культурой математического мышления, логической и алгоритмической культурой, способен понимать общую структуру математического знания, взаимосвязь между различными математическими дисциплинами, реализовывать основные методы математических рассуждений на основе общих методов научного исследования и опыта решения учебных и научных проблем, пользоваться языком математики и математической терминологией, корректно выражать и аргументировано обосновывать имеющиеся знания

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

основные понятия и факты из теории вероятностей и комбинаторики; основные понятия и факты интервального, корреляционного и регрессивного анализа.

2. должен уметь:

производить операции над событиями; применять определения вероятности, теоремы сложения и умножения вероятностей; определять виды комбинаторных соединений, применять правила суммы и произведения; использовать формулы полной вероятности и Байеса; вычислять биномиальные вероятности для различных вариантов испытаний; оперировать со случайными величинами, определять основные законы распределения, строить графики функции распределения и плотности вероятности; вычислять числовые характеристики дискретных и непрерывных случайных величин; анализировать случайные процессы; вычислять числовые характеристики вариационного ряда; находить доверительные интервалы для математического ожидания и дисперсии;

исследовать корреляционную зависимость между двумя признаками, строить уравнение линейной регрессии.

3. должен владеть:

умением решать вероятностные и комбинаторные задачи; умением проводить анализ экспериментальных данных.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных(ые) единиц(ы) 144 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 7 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Случайные события	7	1-3	6	0	12	Контрольная работа Письменное домашнее задание
2.	Тема 2. Случайные величины и законы их распределения.	7	4-7	8	0	10	Письменное домашнее задание
3.	Тема 3. Предельные теоремы теории вероятностей	7	8-9	4	0	4	Контрольная работа Письменное домашнее задание
4.	Тема 4. Основы математической статистики.	7	10-13	8	0	10	Письменное домашнее задание
	Тема . Итоговая форма контроля	7		0	0	0	Зачет
	Итого			26	0	36	

#### 4.2 Содержание дисциплины

##### Тема 1. Случайные события

##### *лекционное занятие (6 часа(ов)):*

Предмет теории вероятностей. Алгебра событий. Аксиоматика А.Н.Колмогорова. Определения и свойства вероятностей. Теорема сложения и умножения вероятностей. Правила решения комбинаторных задач. Формулы полной вероятности и Байеса. Последовательность независимых испытаний (схема Бернулли). Теорема о свойствах биномиальных вероятностей. Теоремы Лапласа и Пуассона для большого количества испытаний.

##### *лабораторная работа (12 часа(ов)):*

Первоначальные понятия теории вероятностей. Классическое определение вероятности. Алгебра событий. Операции над событиями. Применение теорем сложения и умножения вероятностей. Правила суммы и произведения. Применение формул комбинаторики к вычислению вероятностей. Формулы полной вероятности и Байеса. Последовательности независимых испытаний (схема Бернулли). Теоремы Лапласа и Пуассона.

## **Тема 2. Случайные величины и законы их распределения.**

### **лекционное занятие (8 часа(ов)):**

Дискретные и непрерывные случайные величины. Числовые характеристики (параметры) случайных величин. Интегральная функция распределения и ее свойства. Функция плотности вероятности и ее свойства. Взаимосвязь между интегральной функцией и плотностью распределения. Альтернативный и биномиальный законы. Геометрический и гипергеометрический законы. Равномерное и нормальное распределение.

### **лабораторная работа (10 часа(ов)):**

Дискретные случайные величины, законы их распределения. Интегральная функция распределения для дискретных и непрерывных случайных величин. Вычисление характеристик случайных величин (математического ожидания, дисперсии). Функция плотности вероятности.

## **Тема 3. Предельные теоремы теории вероятностей**

### **лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Закон больших чисел (теорема Чебышева). Центральная предельная теорема Ляпунова.

### **лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Неравенство Чебышева. Закон больших чисел.

## **Тема 4. Основы математической статистики.**

### **лекционное занятие (8 часа(ов)):**

Генеральная совокупность и выборка. Вариационный ряд и его характеристики (выборочная средняя, выборочная дисперсия, мода, медиана). Полигон частот. Свойства несмещенности и состоятельности выборочных параметров. Исправленные выборочные параметры (стандартное отклонение, коэффициент вариации). Интервальный вариационный ряд. Теоремы о доверительных интервалах.

### **лабораторная работа (10 часа(ов)):**

Числовые характеристики вариационного ряда.

## **4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Случайные события	7	1-3	подготовка домашнего задания	16	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	10	контрольная работа
2.	Тема 2. Случайные величины и законы их распределения.	7	4-7	подготовка домашнего задания	22	домашнее задание
3.	Тема 3. Предельные теоремы теории вероятностей	7	8-9	подготовка домашнего задания	8	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	4	контрольная работа

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
4.	Тема 4. Основы математической статистики.	7	10-13	подготовка домашнего задания	22	домашнее задание
	Итого				82	

## 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Лекции, контрольные работы, зачет. В течение семестра студенты решают задачи, указанные преподавателем.

## 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

### Тема 1. Случайные события

домашнее задание , примерные вопросы:

1. В предложенном перечне высказываний найти те, которые событиями не являются. Для событий выяснить, которые из них являются случайными; невозможными; достоверными. 2. Для описываемого опыта рассмотреть комбинации возможных событий. Выписать сумму и произведение событий, противоположные события. 3. По формуле классического подсчета вероятностей найти вероятность события. Для подсчета количества всевозможных и благоприятных исходов использовать формулы комбинаторики. 4. Событие может произойти с одним из возможных гипотез, причем с разной вероятностью. Вероятности самих гипотез даны. Найти вероятность одной из гипотез, если описываемое событие произошло. 5. Опыт повторяется многократно определенное число раз. В каждом из них некоторое событие может произойти с одной и той же вероятностью. Найти вероятность наблюдения описываемого события определенное количество раз. Для вычислений использовать формулу Бернулли. 6. Решить задачу 6 используя локальную формулу Лапласа. 7. В опыте событие может произойти с очень маленькой вероятностью.

контрольная работа , примерные вопросы:

1. Найти вероятность по классическому определению методом перебора и с помощью формулы сочетаний. 2. Найти количество всевозможных подмножеств с заданным количеством из множества с двумя типами элементов. Найти количество подмножеств с заданной структурой элементов. Применяя правило произведения найти вероятность случайного выбора подмножества с требуемой структурой. 3. По произошедшему факту найти вероятность гипотезы. 4. Найти вероятность наблюдения события несколько раз при кратном повторении опытов. 5. Найти вероятность наблюдения события несколько раз при многократном повторении опытов.

### Тема 2. Случайные величины и законы их распределения.

домашнее задание , примерные вопросы:

1. Для случайной величины возникающей при рассмотрении некоторого опыта составить ряд распределения. 2. Для заданного конкретного вида распределения по общим формулам найти её числовые характеристики. Сравнить полученный результат с теоретическим. 3. По известному ряду распределения найти интегральную функцию распределения, нарисовать график. 4. Вычислить математическое ожидание, дисперсию и средне-квадратичное отклонение непрерывной случайной величины с заданной плотностью распределения.

### Тема 3. Предельные теоремы теории вероятностей

домашнее задание , примерные вопросы:

1. Используя неравенство Чебышёва оценить по абсолютной величине отклонение измеряемой величины от её среднего значения. Сравнить результат со значением полученным по интегральной формуле Лапласа. Сделать выводы. 2. Применить предельную теорему Ляпунова для многократно повторяющейся серии опытов с заданным постоянным значением вероятности наблюдаемого события.

контрольная работа, примерные вопросы:

1. Составить ряд распределения для случайного числа количества опытов при заданном постоянном значении вероятности для наблюдаемого события. 2. Найти математическое ожидание, дисперсию и средне-квадратичное отклонение случайной величины из примера 1. 3. Найти интегральную функцию распределения случайной величины из примера 1. 4. По известной плотности распределения вероятностей на интервале найти интегральную функцию распределения. 5. Параметр исследуемой величины подчинен нормальному закону распределения. Заданы среднее значение и средне-квадратичное отклонение случайной величины. Определить вероятность того, что отклонение измеряемого значения случайной величины от среднего по абсолютной величине не превышает наперед заданного числа ("предел допуска").

#### **Тема 4. Основы математической статистики.**

домашнее задание, примерные вопросы:

1. Составить таблицу со списком однотипных элементов (например сокурсников). 2. По таблице, для некоторых измеримых величин (например возраст и рост студентов) составить вариационные ряды. 3. Для рассматриваемых величин найти моду, медиану, среднее выборочное. 4. Найти смещенную и не смещенную оценки выборочных дисперсий. 5. Составить линию регрессии. 6. Найти коэффициент корреляции.

#### **Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к зачету:

1. Предмет теории вероятностей, элементарный исход. Пространство элементарных исходов.
2. Определение события (случайного, достоверного, невозможного). Несовместные события.
3. Алгебра событий. Противоположное событие.
4. Сумма и произведение событий.
5. Аксиоматическое определение вероятности.
6. Теорема сложения вероятностей.
7. Классическое определение вероятности.
8. Статистическое определение вероятности.
9. Геометрические вероятности.
10. Определение условной вероятности и независимости событий. Теорема умножения вероятностей.
11. Понятие гипотезы и полной группы гипотез.
12. Формулы полной вероятности и Байеса.
13. Правила суммы и произведения. Понятие соединения.
14. Свойства биномиальных коэффициентов.
15. Определение случайной величины (дискретной и непрерывной). Понятие ряда распределения и закона распределения случайной величины.
16. Биномиальное распределение дискретной случайной величины.
17. Геометрическое распределение дискретной случайной величины.
18. Гипергеометрическое распределение дискретной случайной величины.
19. Равномерное распределение дискретной случайной величины.
20. Равномерное распределение непрерывной случайной величины.
21. Распределение Пуассона.
22. Описание схемы Бернулли. Биномиальные вероятности.
23. Теорема о свойствах биномиальных вероятностей.

24. Локальная теорема Лапласа.
25. Интегральная теорема Лапласа.
26. Теорема Пуассона.
27. Определение функции распределения, ее свойства.
28. Определение функции плотности вероятности, ее свойства.
29. Взаимосвязь между функцией распределения и плотности вероятности, графики.
30. Числовые характеристики случайных величин (математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратичное отклонение).
31. Формулы для подсчета математического ожидания и дисперсии.
32. Система двух случайных величин и теорема о ее свойствах.
33. Определения функции от случайных величин.
34. Теорема о свойствах математического ожидания.
35. Теорема о свойствах дисперсии.
36. Теорема о свойствах математического ожидания и дисперсии независимых случайных величин.
37. Коэффициент корреляции и его свойства.
38. Закон больших чисел (теорема Бернулли).
39. Нормальный закон распределения, его свойства.
40. Центральная предельная теорема (теорема Ляпунова).
41. Генеральная совокупность и выборка. Способы составления выборки.
42. Вариационный ряд и его числовые характеристики (выборочное среднее, стандартное отклонение, коэффициент вариации).
43. Понятие доверительных интервала и вероятности. Доверительные интервалы для математического ожидания и среднего квадратичного отклонения.
44. Свойства несмещенности и состоятельности выборочных параметров.

### 7.1. Основная литература:

1. Кибзун, А.И. Теория вероятностей и математическая статистика. Базовый курс с примерами и задачами. [Электронный ресурс] : Справочники / А.И. Кибзун, Е.Р. Горяинова, А.В. Наумов. - Электрон. дан. - М. : Физматлит, 2007. - 232 с. Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/59479>
2. Туганбаев, А.А. Теория вероятностей и математическая статистика. [Электронный ресурс] : Учебные пособия / А.А. Туганбаев, В.Г. Крупин. - Электрон. дан. - СПб. : Лань, 2011. - 320 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/652>
3. Бородин, А.Н. Элементарный курс теории вероятностей и математической статистики. [Электронный ресурс] : Учебные пособия - Электрон. дан. - СПб. : Лань, 2011. - 256 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/2026>
4. Хуснутдинов, Р.Ш. Теория вероятностей: Учебник / Р.Ш. Хуснутдинов. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2013. - 175 с. URL: <http://znanium.com/bookread2.php?book=363773>
5. Гусева, Е. Н. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : Уч. пособ. / Е. Н. Гусева. - 5-е изд., стереотип. - М. : Флинта, 2011. - 220 с. URL: <http://znanium.com/bookread2.php?book=406064>

### 7.2. Дополнительная литература:

1. Емельянов, Г.В. Задачник по теории вероятностей и математической статистике. [Электронный ресурс] : Учебные пособия / Г.В. Емельянов, В.П. Скитович. - Электрон. дан. - СПб. : Лань, 2007. - 336 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/141>
2. Болотюк, В.А. Практикум и индивидуальные задания по курсу теории вероятностей (типовые расчеты). [Электронный ресурс] : Учебные пособия / В.А. Болотюк, Л.А. Болотюк, А.Г. Гринь, И.П. Гринь. - Электрон. дан. - СПб. : Лань, 2010. - 288 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/534>
3. Шапкин, А.С. Задачи с решениями по высшей математике, теории вероятностей, математической статистике, математическому программированию [Электронный ресурс] : Учебное пособие для бакалавров / А. С. Шапкин, В. А. Шапкин. - 8-е изд. - М. : Издательско-торговая корпорация 'Дашков и К-', 2013. - 432 с. URL: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=430613>

### 7.3. Интернет-ресурсы:

бесплатный ресурс для студентов - <http://math24.ru/index.html>  
справочник математических формул - <http://www.pm298.ru/reshenie/analitpl.php>  
ТеорВер-Онлайн.интернет-учебник - <http://teorver-online.narod.ru/>  
Учебное пособие для студентов по математике - <http://www.resolventa.ru/metod/student/teorver.htm>  
учебные пособия - <http://www.ksu.ru/f6/k6/index.php?id=15&idm=5>

### 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Теория вероятностей и математическая статистика" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB, audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудование имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

Компьютерный класс, представляющий собой рабочее место преподавателя и не менее 15 рабочих мест студентов, включающих компьютерный стол, стул, персональный компьютер, лицензионное программное обеспечение. Каждый компьютер имеет широкополосный доступ в сеть Интернет. Все компьютеры подключены к корпоративной компьютерной сети КФУ и находятся в едином домене.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

1. На кафедре высшей математики и математического моделирования имеется собственный кафедральный фонд книг (свыше 700 книг).
2. На педагогическом отделении имеется 3 компьютерных класса, объединенных в локальные сети и подключенные к интернету, 4 ноутбука и 3 проектора, 4 принтера, из них 1 - цветной, и 2 ксерокса, позволяющие обеспечивать учебный процесс. Компьютеры используются, помимо прочего, для спецкурсов и спецсеминаров а также для выполнения квалификационных работ.
3. На кафедре имеется оборудование, позволяющее размножить брошюровать методические пособия и учебники.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 050100.62 "Педагогическое образование" и профилю подготовки Математика, информатика и информационные технологии в билингвальной татарско-русской среде .

Автор(ы):

Гарипов И.Б. \_\_\_\_\_

Мавлявиев Р.М. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Сушков С.В. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.