

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор  
по образовательной деятельности КФУ  
Проф. Таюрский Д.А.

\_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**Программа дисциплины**  
Математический анализ Б3.В.8

Направление подготовки: 050100.62 - Педагогическое образование

Профиль подготовки: Математика, информатика и информационные технологии в билингвальной татарско-русской среде

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Денисова М.Ю.

**Рецензент(ы):**

-

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Шакирова Л. Р.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от "\_\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от "\_\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_г

Регистрационный No

Казань  
2016

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Денисова М.Ю. Кафедра теории и технологий преподавания математики и информатики отделение педагогического образования, Marina.Denisova@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

обучение математическому анализу для формирования у студентов представления о математике как особом методе познания природы, осознания общности математических понятий и моделей, приобретения навыков логического мышления и оперирования абстрактными математическими объектами; воспитание высокой математической культуры. Математический анализ - важнейший базовый курс, целями которого является закладка фундамента математического образования.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б3.В.8 Профессиональный" основной образовательной программы 050100.62 Педагогическое образование и относится к вариативной части. Осваивается на 1, 2 курсах, 1, 2, 3, 4 семестры.

Математический анализ является первым математическим курсом. Именно в нем закладывается фундамент математического образования, обеспечивающий успешное изучение специальных разделов математики.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
СПК-10 (профессиональные компетенции)	способен понимать универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость в различных областях человеческой деятельности, роль и место математики в системе наук, значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике, общекультурное значение математики, владеет основными положениями истории развития математики, эволюции математических идей и концепциями современной математической науки
СПК-11 (профессиональные компетенции)	владеет современными формализованными математическими, информационно-логическими и логико-семантическими моделями и методами представления, сбора и обработки информации для учебных целей
СПК-12 (профессиональные компетенции)	владеет математикой как универсальным языком науки, средством моделирования явлений и процессов, способен пользоваться построением математических моделей для решения практических проблем, понимать критерии качества математических исследований, принципы экспериментальной и эмпирической проверки научных теорий, умением исследовать класс моделей, к которому принадлежит полученная модель конкретной ситуации, применяя математическую теорию
СПК-8 (профессиональные компетенции)	владеет основными положениями классических разделов математической науки, базовыми идеями и методами математики, системой основных математических структур и аксиоматическим методом

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
СПК-9 (профессиональные компетенции)	владеет культурой математического мышления, логической и алгоритмической культурой, способен понимать общую структуру математического знания, взаимосвязь между различными математическими дисциплинами, реализовывать основные методы математических рассуждений на основе общих методов научного исследования и опыта решения учебных и научных проблем, пользоваться языком математики и математической терминологией, корректно выражать и аргументировано обосновывать имеющиеся знания

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

основополагающие принципы, понятия и факты анализа; дифференциальное и интегральное исчисления функций одного и нескольких переменных; методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений; числовые и функциональные ряды; основные понятия, формулы, теоремы; методы решения математических задач и уравнений.

2. должен уметь:

дифференцировать и интегрировать функции одного и нескольких переменных; исследовать функции и строить графики; применять интегральное и дифференциальное исчисления функции одной и нескольких переменных к решению задач; интегрировать дифференциальные уравнения; находить разложения функций в ряды; самостоятельно работать с математической литературой.

3. должен владеть:

умением вычислять пределы и их применять; умением использовать дифференциальное и интегрального исчисления при решении геометрических (физических) задач; исследованием рядов и их применением.

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 16 зачетных(ые) единиц(ы) 576 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины экзамен в 1 семестре; зачет во 2 семестре; экзамен в 3 семестре; зачет в 4 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Введение в анализ	1	1-18	36	0	36	
2.	Тема 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной	2	1-9	18	0	18	
3.	Тема 3. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	2	10-18	18	0	18	
4.	Тема 4. Интегральное исчисление	3	1-18	36	0	36	
5.	Тема 5. Интегральное исчисление функций нескольких переменных.	4	1-9	8	0	18	
6.	Тема 6. Ряды	4	10-18	10	0	18	
	Тема . Итоговая форма контроля	1		0	0	0	экзамен
	Тема . Итоговая форма контроля	2		0	0	0	зачет
	Тема . Итоговая форма контроля	3		0	0	0	экзамен
	Тема . Итоговая форма контроля	4		0	0	0	зачет

**4.2 Содержание дисциплины**

**Тема 1. Введение в анализ (36 часа(ов)):**  
лекционное занятие (36 часа(ов)).

Действительные числа и их свойства: упорядоченность, плотность, непрерывность (различные формулировки). Функции. График функции. Простейшие элементарные функции.

Последовательность как функция натурального аргумента. Предел последовательности. Свойства сходящихся последовательностей. Сходимость монотонной и ограниченной последовательности. Число  $\epsilon$  и связанные с ним пределы. Подпоследовательность. Теорема Больцано-Вейерштрасса. Предел функции. Свойства предела функции: единственность, предел суммы, произведения, частного и композиция функции. Предельный переход в неравенствах. Первый замечательный предел. Бесконечно малые и бесконечно большие функции и их сравнение. Непрерывность функции в точке и на множестве. Непрерывность суммы, произведения, частного, композиции. Непрерывность обратной функции. Точки разрыва и их классификация. Односторонняя непрерывность. Пределы и точки разрыва монотонной функции. Теорема о промежуточных значениях непрерывной функции. Равномерная непрерывность функции.

**лабораторная работа (36 часа(ов)):**

Вычисление пределов функций. Первый замечательный предел. Непрерывность суммы, произведения, частного, композиции. Непрерывность обратной функции. Точки разрыва и их классификация. Односторонняя непрерывность. Равномерная непрерывность функции.

## **Тема 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной**

### **лекционное занятие (18 часа(ов)):**

Дифференцируемость функции и дифференциал. Геометрический и физический смысл производной и дифференциала. Касательная к графику дифференцируемой функции. Геометрический и физический смысл производной и дифференциала. Касательная к графику дифференцируемой функции. Производные и дифференциалы высших порядков. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Правило Лопиталя.

### **лабораторная работа (18 часа(ов)):**

Дифференцируемость функции и дифференциал. Геометрический и физический смысл производной и дифференциала. Касательная к графику дифференцируемой функции. Геометрический и физический смысл производной и дифференциала. Касательная к графику дифференцируемой функции. Производные и дифференциалы высших порядков. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Правило Лопиталя.

## **Тема 3. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных**

### **лекционное занятие (18 часа(ов)):**

Функция нескольких переменных. Частные производные, дифференцируемость и дифференциал функции нескольких переменных. Геометрический смысл дифференцируемости и дифференциала функции двух переменных. Экстремум функции нескольких переменных.

### **лабораторная работа (18 часа(ов)):**

Функция нескольких переменных. Частные производные, дифференцируемость и дифференциал функции нескольких переменных. Геометрический смысл дифференцируемости и дифференциала функции двух переменных. Экстремум функции нескольких переменных.

## **Тема 4. Интегральное исчисление**

### **лекционное занятие (36 часа(ов)):**

Первообразная функция и неопределенный интеграл. Таблица основных интегралов. Основные свойства неопределенного интеграла. Правила интегрирования Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Определенный интеграл. Основные свойства определенного интеграла. Определенный интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница. Приложения определенного интеграла. Несобственные интеграл и его свойства.

### **лабораторная работа (36 часа(ов)):**

Вычисление неопределенных и определенных интегралов. Приложения определенного интеграла. Несобственные интеграл и его свойства

## **Тема 5. Интегральное исчисление функций нескольких переменных.**

### **лекционное занятие (8 часа(ов)):**

Двойной интеграл и его основные свойства. Сведение двойного интеграла к повторному. Замена переменных в двойном интеграле. Тройной интеграл и его свойства. Вычисление тройного интеграла. Приложения двойного и тройного интегралов. Криволинейный интеграл и его основные свойства, формула Грина.

### **лабораторная работа (18 часа(ов)):**

Двойной интеграл. Тройной интеграл. Приложения двойного и тройного интегралов. Криволинейный интеграл.

## **Тема 6. Ряды**

### **лекционное занятие (10 часа(ов)):**

Числовой ряд и его сумма. Сходящиеся и расходящиеся ряды. Свойства сходящихся рядов. Знакопередающиеся ряды. Функциональная последовательность и функциональный ряд. Задача разложения функции в степенной ряд.

### **лабораторная работа (18 часа(ов)):**

Числовой ряд. Функциональный ряд. Разложение функции в степенной ряд.

## 4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Введение в анализ	1	1-18	Повторение лекционного материала, подготовка к практическим занятиям подготовка к контрольной работе	72	контрольная работа
2.	Тема 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной	2	1-9	Повторение лекционного материала, подготовка к практическим занятиям подготовка к контрольной работе	27	контрольная работа
3.	Тема 3. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	2	10-18	Повторение лекционного материала, подготовка к практическим занятиям подготовка к контрольной работе	27	контрольная работа
4.	Тема 4. Интегральное исчисление	3	1-18	Повторение лекционного материала, подготовка к практическим занятиям подготовка к контрольной работе	54	контрольная работа
5.	Тема 5. Интегральное исчисление функций нескольких переменных.	4	1-9	Повторение лекционного материала, подготовка к практическим занятиям подготовка к контрольной работе	18	контрольная работа

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
6.	Тема 6. Ряды	4	10-18	Повторение лекционного материала, подготовка к практическим занятиям подготовка к контрольной работе	18	контрольная работа
	Итого				216	

## 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Традиционные лекционные и семинарские занятия, интерактивные формы обучения с помощью компьютерной системы Maple, лекции в форме эвристических бесед и дискуссий, модульная технология обучения, проектная деятельность.

## 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

### Тема 1. Введение в анализ

контрольная работа , примерные вопросы:

Индивидуальные задания ♦ 1 1. Сформулируйте определения: а) последовательности; б) ограниченной и неограниченной последовательности; в) предела последовательности. Дайте геометрическую интерпретацию этих определений. 2. Пусть  $a_n$ . а) могут ли быть все члены последовательности положительными (отрицательными), если  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = A$ ; б) может ли последовательность иметь бесконечно много отрицательных (равных нулю) членов, если  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = A$ ? в) докажите, что ограничена. 3. Пусть в некоторой окрестности точки  $x_0$  лежит бесконечно много членов последовательности  $a_n$ . Следует ли из этого условия, что: а)  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = x_0$ ? б) никакая точка вне этой окрестности не является пределом последовательности? в) ограничена? 4. Пусть в любой окрестности точки  $x_0$  лежит бесконечно много членов последовательности  $a_n$ . Следует ли отсюда, что: а)  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = x_0$ ? б) ограничена? 5. Какая последовательность называется: а) сходящейся? б) расходящейся? 6. Пусть последовательность является ограниченной (неограниченной). Следует ли из этого условия, что она сходится (расходится)? 7. Пусть последовательность сходится. Является ли сходящейся последовательность, которая получается из исходной, если: а) из нее удалить конечное число членов, а оставшиеся заново перенумеровать в порядке их следования? б) к ней добавить конечное число членов, перенумеровав члены последовательности в порядке их следования? в) в ней изменить произвольным образом конечное число членов? 8. Докажите, что сходящаяся последовательность имеет только один предел. 9. Сформулируйте необходимое условие сходимости последовательности.

### Тема 2. Дифференциальное исчисление функций одной переменной

контрольная работа , примерные вопросы:

Индивидуальные задания. 1. Вычислить производную пользуясь определением производной. 2. Написать уравнение касательной и нормали к кривой в точке. 3. Вычислить применяя основные правила дифференцирования и таблицу производных. 4. Вычислить приближенно с помощью дифференциала.

### Тема 3. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

контрольная работа , примерные вопросы:



Билет. 1. Найти частные производные второго порядка и полный дифференциал второго порядка. 2. Исследовать на экстремум функцию двух переменных. 3. Найти наибольшее и наименьшее значения функции. 4. Найти производные от неявной функций

#### **Тема 4. Интегральное исчисление**

контрольная работа , примерные вопросы:

1. Вычислить интегралы. 2. Найти длину дуги. 3. Найти площадь фигуры.

#### **Тема 5. Интегральное исчисление функций нескольких переменных.**

контрольная работа , примерные вопросы:

1. Вычислить интегралы. 2. Найти площадь поверхности, образованной вращением вокруг оси кривой . 3. Найти площадь фигуры.

#### **Тема 6. Ряды**

контрольная работа , примерные вопросы:

1. Исследовать ряды на сходимость 2. Найти область сходимости функционального ряда . 3. Найти интервал сходимости степенного ряда . 4. Разложить функцию в степенной ряд по степеням .

#### **Тема . Итоговая форма контроля**

#### **Тема . Итоговая форма контроля**

#### **Тема . Итоговая форма контроля**

#### **Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к зачету и экзамену:

Перечень экзаменационных вопросов 1 семестр.

1. Модуль действительного числа и его свойства.
2. Числовые множества. Ограниченные и неограниченные множества. Верхняя и нижняя грани числового множества.
3. Определение функции. Общие свойства функций (ограниченность, монотонность, четность, нечетность, периодичность).
4. Предел последовательности. Единственность предела.
5. Бесконечно малые величины, бесконечно большие.
6. Предел последовательности. Свойства сходящихся последовательностей.
7. Сходимость монотонной и ограниченной последовательностей.
8. Число как предел последовательности.
9. Предел суммы, произведения, частного. Некоторые свойства сходящейся последовательности.
10. Особые случаи пределов и неопределенности.
11. Лемма о вложенных отрезках.
12. Сравнение бесконечно малых. Эквивалентные бесконечно малые.
13. Числовые последовательности. Лемма Больцано-Вейерштрасса.
14. Предел функции. Определение предела "на разных языках". Их равносильность.
15. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших функций.
16. Предел отношения синуса к аргументу, стремящемуся к нулю. Односторонние пределы.
17. Непрерывность функции в точке. Равносильность разных определений непрерывности.
18. Фундаментальные последовательности. Критерий Коши сходимости последовательности.
19. Число и связанные с ним пределы.
20. Непрерывность функции в точке. Односторонняя непрерывность.
21. Односторонняя непрерывность. Точки разрыва и их классификация. Непрерывность обратной функции.
22. Теорема об обращении непрерывности функции в нуль (первая теорема Больцано-Коши).

23. Теорема о промежуточных значениях непрерывной функции (вторая теорема Больцано-Коши).
24. Теорема об ограниченности непрерывной функции (первая теорема Вейерштрасса).
25. Существование наибольшего и наименьшего значений функции, непрерывной на отрезке (вторая теорема Вейерштрасса).
26. Первая теорема Вейерштрасса.
27. Равномерная непрерывность функции, непрерывной на отрезке. Теорема Кантора.
28. Определение и свойства степени с дробным показателем. Степенная функция.
29. Показательная функция и ее свойства. Логарифмическая функция и ее свойства.
30. Непрерывность показательной, логарифмической и степенной функций. Исследование непрерывности функции при вычислении пределов.
31. Существование и непрерывность тригонометрических, обратных тригонометрических функций.
32. Гиперболические функции и их свойства.
33. Элементарные функции. Непрерывность некоторых элементарных функций. Элементарные функции в школьном курсе математики.

### 7.1. Основная литература:

- Математический практикум, Ч. 3. Неопределенный интеграл. Определенный интеграл. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных, Господариков, Александр Петрович; Мансурова, Светлана Евгеньевна; Обручева, Татьяна Сергеевна, 2011 г.
- Пределы и дифференциальное исчисление функций одной переменной, Дорофеева, Светлана Ивановна; Дараган, Маргарита Александровна, 2012 г.
- Основы математического анализа. [Ч.] 2, , 2006 г.
- Основы математического анализа. [Ч.] 1, , 2006 г.
1. Фихтенгольц, Григорий Михайлович. Основы математического анализа: [учеб. для студентов 1 и 2 курсов вузов и ун-тов: в 2 ч.] / Г.М. Фихтенгольц. ?Изд. 8-е, стер..?СПб. [и др.]: Лань, 2006. ?; 21.?(Учебники для вузов, Специальная литература).?ISBN 5-9511-0010-0, 3000. [Ч.] 1. ?2006. ?440 с.: ил..?Библиогр. в подстроч. примеч..?ISBN 5-8114-0190-6((Ч.1)).[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=410](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=410)
2. Фихтенгольц, Григорий Михайлович. Курс дифференциального и интегрального исчисления: учеб. для студентов физ. и мех.-мат. спец. вузов: [в 3 т.] / Г.М. Фихтенгольц; [предисл. и прим. А.А. Флоринского]. ?8-е изд..?Москва: Физматлит: Лаб. знаний, 2003. ?; 22. ?ISBN 5-9221-0155-3.
- Т. 1. ?2003. ?679 с.: граф..?Алф. указ.: с. 671-679. ?ISBN 5-9221-0436-5((Т. 1)).
3. Берман, Георгий Николаевич. Сборник задач по курсу математического анализа: учеб. пособие / Г. Н. Берман. ?22-е изд..?СПб.: Изд-во Профессия, 2008. ?432 с.. ?ISBN 5-93913-009-7: p.215.00.
4. Демидович, Борис Павлович. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: учебное пособие для вузов / Б. П. Демидович. ?Москва: АСТ: Астрель, [2010]. ?558 с.: ил.; 22. ?ISBN 978-5-17-010062-0((АСТ)). ?ISBN 978-5-271-03601-9(( Астрель)), 5000.

### 7.2. Дополнительная литература:

- Введение в анализ, Гумеров, Ренат Нельсонович; Султанбеков, Фоат Фаритович, 2011 г.
- Введение в математический анализ. Пределы и непрерывность, Насыров, Семен Рафаилович, 2008 г.
1. Никольский, Сергей Михайлович. Курс математического анализа: учебник для вузов / С. М. Никольский. ?Издание 5-е, переработанное. ?Ленинград: Физматлит, 2000. ?592 с..?(Технический университет). ?Предм. указ.: с.583-591. ?ISBN 5-9221-0007-6: 120.00.[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=2270](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2270)

### **7.3. Интернет-ресурсы:**

бесплатный ресурс для студентов - <http://math24.ru/index.html>

Образовательный математический сайт - <http://www.exponenta.ru/>

справочник математических формул - <http://www.pm298.ru/reshenie/analitpl.php>

учебные материалы - <http://math.fizteh.ru/study/>

учебные пособия - <http://www.ksu.ru/f6/k6/index.php?id=15&idm=5>

### **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)**

Освоение дисциплины "Математический анализ" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Для проведения лабораторных занятий необходим компьютерный класс, рассчитанный на полгруппы - 15 человек, соответственно 15 компьютеров. Компьютеры должны быть оснащены программами "Word", "Corel draw", "Latex".

Доступ студентов к компьютерам с Microsoft Office и Maple или аналогичным программным обеспечением, с выходом в Интернет.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 050100.62 "Педагогическое образование" и профилю подготовки Математика, информатика и информационные технологии в билингвальной татарско-русской среде .

Автор(ы):

Денисова М.Ю. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.