

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное учреждение
высшего профессионального образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



УТВЕРЖДАЮ

Проректор
по образовательной деятельности КФУ
Проф. Таюрский Д.А.

_____ 20__ г.

Программа дисциплины
Функциональный анализ БЗ.В.10

Направление подготовки: 050100.62 - Педагогическое образование

Профиль подготовки: Математика, информатика и информационные технологии

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Автор(ы):

Денисова М.Ю.

Рецензент(ы):

-

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Калимуллин А. М.

Протокол заседания кафедры No ____ от " ____ " _____ 201__ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No ____ от " ____ " _____ 201__ г

Регистрационный No

Казань
2016

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Денисова М.Ю. Кафедра теории и технологий преподавания математики и информатики отделение педагогического образования, Marina.Denisova@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

Изучение понятий числовые множества, сравнение линейных множеств по трем следующим характеристикам: по мощности, по расположению множеств на прямой (структуре) и по мере. Сравнение интегрируемых измеримых и непрерывных функций и их поведение при переходе к пределу. Возникновение интеграла Лебега как обобщение интеграла Римана на возможно более широкий класс функций.

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б3.В.10 Профессиональный" основной образовательной программы 050100.62 Педагогическое образование и относится к вариативной части. Осваивается на 3 курсе, 6 семестр.

Слушатели должны владеть знаниями по дисциплинам математический анализ, алгебра.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

| Шифр компетенции | Расшифровка приобретаемой компетенции |
|--|--|
| СПК-10 (профессиональные компетенции) | способен понимать универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость в различных областях человеческой деятельности, роль и место математики в системе наук, значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике, общекультурное значение математики, владеет основными положениями истории развития математики, эволюции математических идей и концепциями современной математической науки |
| СПК-11 (профессиональные компетенции) | владеет современными формализованными математическими, информационно-логическими и логико-семантическими моделями и методами представления, сбора и обработки информации для учебных целей |
| СПК-12 (профессиональные компетенции) | владеет математикой как универсальным языком науки, средством моделирования явлений и процессов, способен пользоваться построением математических моделей для решения практических проблем, понимать критерии качества математических исследований, принципы экспериментальной и эмпирической проверки научных теорий, умением исследовать класс моделей, к которому принадлежит полученная модель конкретной ситуации, применяя математическую теорию |
| СПК-8 (профессиональные компетенции) | владеет основными положениями классических разделов математической науки, базовыми идеями и методами математики, системой основных математических структур и аксиоматическим методом |

| Шифр компетенции | Расшифровка приобретаемой компетенции |
|---|--|
| СПК-9 (профессиональные компетенции) | владеет культурой математического мышления, логической и алгоритмической культурой, способен понимать общую структуру математического знания, взаимосвязь между различными математическими дисциплинами, реализовывать основные методы математических рассуждений на основе общих методов научного исследования и опыта решения учебных и научных проблем, пользоваться языком математики и математической терминологией, корректно выражать и аргументировано обосновывать имеющиеся знания |

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

Основные понятия по функциональному анализу (мощность множества; счетные и несчетные множества; строение замкнутых и открытых множеств на числовой прямой; меру Лебега; множества и функции, измеримые по Лебегу; интеграл Лебега; понятия метрического пространства; ряды Фурье в произвольном гильбертовом пространстве).

2. должен уметь:

Используя определения, проводить исследования, связанные с основными понятиями курса; точно и лаконично рассказывать или описывать решение задач;

3. должен владеть:

Основными положениями классических разделов теории функций действительного переменного; базовыми идеями и методами теории функций действительного переменного; основными понятиями школьного курса математики, связанные с теорией функций действительного переменного.

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных(ые) единиц(ы) 144 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины экзамен в 6 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

| N | Раздел Дисциплины/ Модуля | Семестр | Неделя семестра | Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах) | | | Текущие формы контроля |
|----|--------------------------------------|---------|--------------------|---|-------------------------|------------------------|---------------------------|
| | | | | Лекции | Практические занятия | Лабораторные работы | |
| 1. | Тема 1. Мощность множества. | 6 | 1-6 | 12 | 0 | 12 | |
| 2. | Тема 2. Мера Лебега на прямой. | 6 | 7-10 | 8 | 0 | 8 | |
| 3. | Тема 3. Интеграл Лебега. | 6 | 11-14 | 8 | 0 | 8 | |
| 4. | Тема 4. Функциональные пространства. | 6 | 15-18 | 8 | 0 | 8 | |
| | Тема . Итоговая форма контроля | 6 | | 0 | 0 | 0 | экзамен |
| | Итого | | | 36 | 0 | 36 | |

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Мощность множества.

лекционное занятие (12 часа(ов)):

Эквивалентные множества. Мощность множества. Счетные множества. Счётность множества рациональных и алгебраических чисел. Несчетность множества действительных чисел. Теорема Кантора-Бернштейна. Сравнение мощностей. Строение открытых и замкнутых множеств на прямой. Мощность открытых множеств

лабораторная работа (12 часа(ов)):

Эквивалентные множества. Мощность множества. Канторово совершенное множество. Строение открытых и замкнутых множеств на прямой.

Тема 2. Мера Лебега на прямой.

лекционное занятие (8 часа(ов)):

Длина элементарных множеств. Счетная аддитивность длины элементарных множеств. Внешняя мера Лебега. Внутренняя мера Лебега. Сравнение внешних и внутренних мер Лебега и Жордана. Множества измеримые по Лебегу. Свойства измеримых множеств.

лабораторная работа (8 часа(ов)):

Множества измеримые по Лебегу. Сравнение мер Лебега и Жордана. Счетная аддитивность и непрерывность меры Лебега. Измеримость открытых, замкнутых множеств.

Тема 3. Интеграл Лебега.

лекционное занятие (8 часа(ов)):

Определение измеримой функции. Свойства измеримых функций. Определение интеграла Лебега. Интегрируемость измеримой ограниченной функции. Свойства интеграла Лебега от ограниченных функций. Сравнение интегралов Римана и Лебега. Интеграл Лебега от неограниченной функции. Свойства Интеграла Лебега. Необходимое и достаточное условие интегрируемости по Лебегу.

лабораторная работа (8 часа(ов)):

Определение измеримой функции. Определение интеграла Лебега. Интегрируемость измеримой ограниченной функции. Сравнение интегралов Римана и Лебега. Интеграл Лебега от неограниченной функции.

Тема 4. Функциональные пространства.

лекционное занятие (8 часа(ов)):

Сходящиеся последовательности в пространстве $C[a,b]$. Полнота пространства $C[a,b]$. Принцип сжимающих отображений. Линейные пространства. Нормированные пространства. Евклидовы пространства. Неравенство Коши- Буняковского. Гильбертово пространство.

лабораторная работа (8 часа(ов)):

Применение принципа сжимающих отображений.

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

| N | Раздел Дисциплины | Семестр | Неделя семестра | Виды самостоятельной работы студентов | Трудоемкость (в часах) | Формы контроля самостоятельной работы |
|----|--------------------------------------|---------|-----------------|--|------------------------|---------------------------------------|
| 1. | Тема 1. Мощность множества. | 6 | 1-6 | Повторение лекционного материала, подготовка к практическим занятиям подготовка к контрольной работе | 6 | контрольная работа |
| 2. | Тема 2. Мера Лебега на прямой. | 6 | 7-10 | Повторение лекционного материала, подготовка к практическим занятиям | 4 | Домашнее задание |
| 3. | Тема 3. Интеграл Лебега. | 6 | 11-14 | Повторение лекционного материала, подготовка к практическим занятиям | 4 | Домашнее задание |
| 4. | Тема 4. Функциональные пространства. | 6 | 15-18 | Повторение лекционного материала, подготовка к практическим занятиям подготовка к контрольной работе | 4 | контрольная работа |
| | Итого | | | | 18 | |

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Лекции, контрольные работы, коллоквиум, экзамен. В течение семестра студенты решают задачи, указанные преподавателем. К экзамену допускаются студенты, показавшие положительные результаты по текущей работе в течение семестра.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Мощность множества.

контрольная работа , примерные вопросы:

1. Эквивалентные множества. Мощность множества. 2. Счетность множества рациональных и алгебраических чисел. Несчетность множества действительных чисел. 3. Теорема Кантора-Бернштейна. Сравнение мощностей. 4. Строение открытых и замкнутых множеств на прямой. Мощность открытых множеств.

Тема 2. Мера Лебега на прямой.

Домашнее задание , примерные вопросы:

1. Длина элементарных множеств. Счетная аддитивность длины элементарных множеств. 2. Внешняя мера Лебега. Внутренняя мера Лебега. 3. Сравнение внешних и внутренних мер Лебега и Жордана. 4. Множества измеримые по Лебегу. Свойства измеримых множеств. 5. Счетная аддитивность и непрерывность меры Лебега. 6. Измеримость открытых, замкнутых и борелевских множеств. 7. Определение измеримой функции. 8. Свойства измеримых функций.

Тема 3. Интеграл Лебега.

Домашнее задание, примерные вопросы:

1. Определение интеграла Лебега. 2. Интегрируемость измеримой ограниченной функции. 3. Свойства интеграла Лебега от ограниченных функций. 4. Сравнение интегралов Римана и Лебега. 5. Интеграл Лебега от неограниченной функции. 6. Свойства интеграла Лебега. 7. Необходимое и достаточное условие интегрируемости по Лебегу.

Тема 4. Функциональные пространства.

контрольная работа, примерные вопросы:

Пространства L_1 и L_2 .

Тема . Итоговая форма контроля

Примерные вопросы к экзамену:

1. Эквивалентные множества. Мощность множества.
2. Счетность множества рациональных и алгебраических чисел. Несчетность множества действительных чисел.
3. Теорема Кантора-Бернштейна. Сравнение мощностей.
4. Строение открытых и замкнутых множеств на прямой. Мощность открытых множеств.
5. Длина элементарных множеств. Счетная аддитивность длины элементарных множеств.
6. Внешняя мера Лебега. Внутренняя мера Лебега.
7. Сравнение внешних и внутренних мер Лебега и Жордана.
8. Множества измеримые по Лебегу. Свойства измеримых множеств.
9. Счетная аддитивность и непрерывность меры Лебега.
10. Измеримость открытых, замкнутых и борелевских множеств.
11. Определение измеримой функции.
12. Свойства измеримых функций.
14. Определение интеграла Лебега.
15. Интегрируемость измеримой ограниченной функции.
16. Свойства интеграла Лебега от ограниченных функций.
17. Сравнение интегралов Римана и Лебега.
18. Интеграл Лебега от неограниченной функции.
19. Свойства интеграла Лебега.
20. Необходимое и достаточное условие интегрируемости по Лебегу.
21. Пространства L_1 и L_2 .

7.1. Основная литература:

Функциональный анализ, Ильин, В. А.;Баталина, И. А., 2006г.

Функциональный анализ, Луговая, Галина Дмитриевна;Шерстнев, Анатолий Николаевич, 2008г.

Функциональный анализ, Сидоров, Анатолий Михайлович, 2010г.

1. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. -ФИЗМАТЛИТ, 2009 г. http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2206
2. Ильин В.А., Позняк В.Г. Основы математического анализа. Ч.2 : Учеб. пособие для вузов: Ч. 2. - М.: Наука: Физматлит, 2009.
3. Треногин В.А., Писаревский Б.М., Соболева Т.С. Задачи и упражнения по функциональному анализу. Издательство: ФИЗМАТЛИТ, 2005
г.http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2342.
http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2340
4. Треногин В.А.Функциональный анализ: Учебник. Издательство: ФИЗМАТЛИТ, 2007 г.

7.2. Дополнительная литература:

1. Виленкин Н.Я., Балк М.Б., Петров В.А. Математический анализ (Мощность, метрика, интеграл). - М.: Просвещение, 1980.
2. Очан Ю.С. Сборник задач и теорем по теории функций действительного переменного. - М.: Просвещение, 1983.
3. Толстов Г.П. Ряды Фурье. - М.: Наука, 1980.

7.3. Интернет-ресурсы:

справочник математических формул - <http://www.pm298.ru/reshenie/analitpl.php>
учебные материалы - <http://math.fizteh.ru/study/>
учебные пособия - <http://www.ksu.ru/f6/k6/index.php?id=15&idm=5>
электронное учебное пособие -
http://kma.imkn.urfu.ru/Students/programms/Arestov/Lectures_tfdp.pdf
электронный учебник - <http://window.edu.ru/resource/880/77880>

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Функциональный анализ" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Учебные аудитории для проведения лекционных занятий. Доступ студентов к компьютеру с Mircsft Office, с выходом в Интернет.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 050100.62 "Педагогическое образование" и профилю подготовки Математика, информатика и информационные технологии .

Автор(ы):

Денисова М.Ю. _____

"__" _____ 201__ г.

Рецензент(ы):

"__" _____ 201__ г.