

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



подписано электронно-цифровой подписью

**Программа дисциплины**  
Теория чисел БЗ.В.3

Направление подготовки: 050100.62 - Педагогическое образование

Профиль подготовки: Математика, информатика и информационные технологии

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Зиннатуллина Э.Д.

**Рецензент(ы):**

-

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Игнатьев Ю. Г.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_ от "\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No \_\_\_ от "\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No 8172314

Казань  
2014

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Зиннатуллина Э.Д. кафедра высшей математики и математического моделирования отделение педагогического образования, Endzhe.Husainova@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

формирование представлений об основах теории целых чисел, теории сравнений и их арифметических приложениях, воспитание алгебраической культуры студента, фундаментальная подготовка в области теории делимости и теории сравнений в кольце целых чисел, овладение математическим аппаратом для дальнейшего использования в процессе будущей педагогической деятельности в качестве учителя математики.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б3.В.3 Профессиональный" основной образовательной программы 050100.62 Педагогическое образование и относится к вариативной части. Осваивается на 3 курсе, 5 семестр.

Для её успешного изучения необходимы знания и умения, приобретенные в результате освоения дисциплины "Алгебра". Изучение данной дисциплины должно предшествовать изучению дисциплин, как "Элементарная математика" и "Методика преподавания математики", так как в ней дается теоретическое обоснование вопросов, изучаемых в средней школе, к школьной математике относятся так же признаки делимости и обращение обыкновенных дробей в десятичные.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
СПК-10. (профессиональные компетенции)	способен понимать универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость в различных областях человеческой деятельности
СПК-11. (профессиональные компетенции)	владеет современными формализованными математическими, информационно-логическими и логико-семантическими моделями и методами представления, сбора и обработки информации для учебных целей
СПК-12. (профессиональные компетенции)	владеет математикой как универсальным языком науки, средством моделирования явлений и процессов
СПК-8. (профессиональные компетенции)	владеет основными положениями классических разделов математической науки, базовыми идеями и методами математики, системой основных математических структур и аксиоматическим методом;
СПК-9. (профессиональные компетенции)	владеет культурой математического мышления, логической и алгоритмической культурой, пользоваться языком математики, выражать и аргументировано обосновывать имеющиеся знания

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

основные понятия теории делимости и теории сравнений в кольце целых чисел, определения и свойства математических объектов в этих областях, формулировки утверждений, методы доказательства основных из них, возможные сферы их приложений в школьной математике.

2. должен уметь:

решать задачи вычислительного и теоретического характера в области теории делимости и теории сравнений в множестве целых чисел, доказывать утверждения в этой области.

3. должен владеть:

математическим аппаратом теории делимости и теории сравнений в кольце целых чисел, методами решения задач и доказательства утверждений в этой области.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

применять полученные знания на практике.

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных(ые) единиц(ы) 108 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины экзамен в 5 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Теория делимости.	5	1-4	4	8	0	домашнее задание
2.	Тема 2. Важнейшие функции, встречающиеся в теории чисел.	5	5-6	2	4	0	домашнее задание
3.	Тема 3. Сравнения.	5	7-10	4	8	0	контрольная работа домашнее задание
4.	Тема 4. Сравнения с одним неизвестным.	5	11-14	4	8	0	домашнее задание
5.	Тема 5. Первообразные корни и индексы.	5	15-18	4	8	0	контрольная работа домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
	Тема . Итоговая форма контроля	5		0	0	0	экзамен
	Итого			18	36	0	

## 4.2 Содержание дисциплины

### Тема 1. Теория делимости.

#### **лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Отношение делимости и его основные свойства. Деление с остатком. Наибольший общий делитель и его свойства. Алгоритм Евклида. Наименьшее общее кратное чисел и его связь с НОД. Взаимно-простые числа. Связь алгоритма Евклида с непрерывными дробями. Решение диофантовых уравнений с помощью алгоритма Евклида. Простые и составные числа. Бесконечность множества простых чисел. Разложение целых чисел на простые множители. Основная теорема арифметики.

#### **практическое занятие (8 часа(ов)):**

Простые и составные числа. Разложение целых чисел на простые множители. Представление рациональных чисел в виде конечных цепных дробей. Разложение квадратичной иррациональности в бесконечную цепную дробь. Решение диофантовых уравнений с помощью алгоритма Евклида и с помощью цепных дробей.

### Тема 2. Важнейшие функции, встречающиеся в теории чисел.

#### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Арифметические (числовые) функции: функция целой части числа, число и сумма натуральных делителей. Функция Эйлера и ее свойства. Мультипликативные функции.

#### **практическое занятие (4 часа(ов)):**

Арифметические функции.

### Тема 3. Сравнения.

#### **лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Отношение сравнения в кольце целых чисел. Признак сравнимости. Основные свойства отношения сравнения. Классы вычетов. Полная и приведенная системы вычетов по данному модулю и их свойства. Связь между отношением сравнения и отношением делимости. Приложение теории сравнений к выводу признаков делимости. Теорема Эйлера и Ферма.

#### **практическое занятие (8 часа(ов)):**

Сравнения. Свойства сравнений. Классы вычетов. Полная и приведенная системы вычетов по данному модулю и их свойства. Связь между отношением сравнения и отношением делимости. Приложение теории сравнений к выводу признаков делимости. Теорема Эйлера и Ферма.

### Тема 4. Сравнения с одним неизвестным.

#### **лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Сравнения, содержащие неизвестное. Равносильные сравнения. Линейные сравнения. Теоремы о количестве решений линейного сравнения. Различные методы решения линейных сравнений. Система сравнений первой степени. Решение диофантовых уравнений с помощью сравнений.

#### **практическое занятие (8 часа(ов)):**

Сравнения, содержащие неизвестное. Равносильные сравнения. Линейные сравнения. Теоремы о количестве решений линейного сравнения. Различные методы решения линейных сравнений. Система сравнений первой степени. Решение диофантовых уравнений с помощью сравнений.

### Тема 5. Первообразные корни и индексы.

#### **лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Порядок числа и класса вычетов по данному модулю. Первообразные корни по простому модулю и их существование. Индекс числа по простому модулю. Основные свойства индексов. Таблицы индексов и антииндексов. Применение индексов при нахождении порядка числа по простому модулю. Обращение обыкновенной дроби в десятичную. Длина периода и предпериода. Обращение бесконечных десятичных дробей в обыкновенные дроби.

**практическое занятие (8 часа(ов)):**

Порядок числа и класса вычетов по данному модулю. Первообразные корни по простому модулю. Индекс числа по простому модулю. Основные свойства индексов. Таблицы индексов и антииндексов. Применение индексов при нахождении порядка числа по простому модулю. Обращение обыкновенной дроби в десятичную. Длина периода и предпериода. Обращение бесконечных десятичных дробей в обыкновенные дроби.

**4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Теория делимости.	5	1-4	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
2.	Тема 2. Важнейшие функции, встречающиеся в теории чисел.	5	5-6	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
3.	Тема 3. Сравнения.	5	7-10	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа
4.	Тема 4. Сравнения с одним неизвестным.	5	11-14	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
5.	Тема 5. Первообразные корни и индексы.	5	15-18	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа
Итого					18	

**5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения**

Традиционные лекционные и лабораторные занятия, интерактивные формы обучения с помощью компьютерной системы Maple, в форме эвристической беседы и дискуссии, технологии модульного обучения, проектная деятельность.

**6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов**

**Тема 1. Теория делимости.**

домашнее задание , примерные вопросы:

1. Выяснить, простыми или составными являются заданные целые числа. Найти их канонические разложения. 2. Найти все простые числа из указанного промежутка чисел. 3. Данное рациональное число записать в виде цепной дроби. Вычислить подходящие дроби и соответствующие им погрешности. 4. Меньший корень квадратного уравнения разложить в периодическую цепную дробь и вычислить с указанной точностью. 5. Найти квадратное уравнение, имеющее одним из своих корней данную периодическую цепную дробь. 6. Решить диофантово уравнение методом цепных дробей с помощью алгоритма Евклида.

### **Тема 2. Важнейшие функции, встречающиеся в теории чисел.**

домашнее задание , примерные вопросы:

1. Выяснить, на какую максимальную степень числа  $m$  делится  $n!$  2. Сколькими нулями оканчивается  $n!$  ? 3. Для числа  $n$  найти количество и сумму натуральных делителей, а также значение функции Эйлера.

### **Тема 3. Сравнения.**

домашнее задание , примерные вопросы:

1. Найти остаток от деления числа  $a$  на число  $b$ . 2. Найти две последние цифры числа  $a$ .

контрольная работа , примерные вопросы:

Примерный билет контрольной работы: 1. Вычислите число делителей и их сумму для числа 4704. 2. Большой корень квадратного уравнения разложите в цепную дробь. Вычислите приближенное значение этого корня с точностью 0,001. 3. Найдите квадратное уравнение, имеющее одним из своих корней периодическую цепную дробь  $[-4;(2,3)]$ . 4. Найдите две последние цифры числа 844 в степени 297. 5. Решите диофантово уравнение  $153x+297y=9$ . 6. Постройте график функции  $y=[-2x]$ , на промежутке  $[-2;2]$ .

### **Тема 4. Сравнения с одним неизвестным.**

домашнее задание , примерные вопросы:

1. Решить линейное сравнение методом подбора, методом Эйлера и методом преобразования коэффициентов. 2. Решить линейное сравнение с помощью цепных дробей. 3. Решить диофантово уравнение с помощью сравнений и найти все решения, заключенные в указанном прямоугольнике. 4. Решить систему линейных сравнений.

### **Тема 5. Первообразные корни и индексы.**

домашнее задание , примерные вопросы:

1. Для данного модуля  $m$ : 1) проверить, что заданное число является первообразным корнем по модулю  $m$ ; 2) составить таблицы индексов и антииндексов по модулю  $m$ ; 3) найти все остальные первообразные корни по модулю  $m$ ; 4) пользуясь составленными таблицами решить сравнение. 2. Вычислить длину периода и предпериода у представления указанной обыкновенной дроби в виде десятичной дроби. Записать эту дробь.

контрольная работа , примерные вопросы:

Примерный билет контрольной работы: 1. Решите линейное сравнение. 2. Решите систему линейных сравнений. 3. Для данного модуля  $m$ : 1) проверьте, что заданное число является первообразным корнем по модулю  $m$ ; 2) составьте таблицы индексов и антииндексов по модулю  $m$ ; 3) найдите все остальные первообразные корни по модулю  $m$ ; 4) пользуясь составленными таблицами решите заданное сравнение  $n$ -ой степени. 4. Вычислите длину периода и предпериода у представления дроби  $30/143$  в виде десятичной дроби. Запишите эту дробь.

### **Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к экзамену:

Примерный экзаменационный билет.

БИЛЕТ ♦ 00.

1. Классы вычетов. Полная система вычетов и её основные свойства.
2. Различные методы решения линейных сравнений.
3. Доказать, что классы вычетов по модулю 6 образуют кольцо, если ввести операции сложения и умножения по указанным правилам. Будет ли оно полем?

#### 4. Решить линейное сравнение.

### 7.1. Основная литература:

1. Курош. А.Г. Курс высшей алгебры. - Спб.: "Лань", 2008.
2. Виноградов, Иван Матвеевич. Основы теории чисел: учебное пособие / И. М. Виноградов.-Издание 11-е, стереотипное.-Санкт-Петербург: Лань, 2006.-176 с.
3. Корешков, Николай Александрович. Теория чисел: учебно-методическое пособие / Н. А. Корешков; ФГАОУВПО "Казан. (Приволж.) федер. ун-т".-Казань: [Казанский университет], 2010.-43, [1] с.
4. Дирихле, Петер Густав Лежен. Лекции по теории чисел / П. Г. Л. Дирихле; в обраб. и с доб. Р. Дедекинда; пер. с нем. А. И. и С. И. Каменецких; под ред. проф. Б. И. Сегала.-Изд. 4-е.-Москва: URSS: [ЛИБРОКОМ, 2013].-369 с.
5. Вейль, Андрэ. Основы теории чисел./ А. Вейль; пер. с англ. Л.Н. Вассерштейна и А.Н. Паршина; под ред. И.И. Пятецкого-Шапиро.-Изд. 2-е, стер.-М.: УРСС, 2004.-408 с.
6. Корешков, Николай Александрович. Сборник задач по теории чисел: учеб. пособие / Н.А. Корешков, М.Ф. Насрутдинов; Казан. гос. ун-т.-Казань: [Казан. гос. ун-т], 2006.-15, [1] с.

### 7.2. Дополнительная литература:

1. Казачек Н.А., Перлатов Г.Н., Виленкин Н. Я., Бородин А.И. Алгебра и теория чисел. - М., Прсвещение, 1984.
2. Галиева Л.И., Чепанова Н.В., Баширова Д.Р. Индивидуальные задания по курсу "Алгебра и теория чисел". - Казань, 2007.

### 7.3. Интернет-ресурсы:

бесплатный ресурс для студентов - <http://math24.ru/index.html>  
Библиотека алгоритмов: электронный справочник. - <http://doors.infor.ru/allsrsg/alg/index.html>  
Бухштаб А.А. Теория чисел. М.: Просвещение, 1966. - <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/numtheory.htm>  
Виноградов И.М. Основы теории чисел. М.: Наука, 1972. - <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/numtheory.htm>  
справочник математических формул - <http://www.pm298.ru/reshenie/analitpl.php>

## 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Теория чисел" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "КнигаФонд", доступ к которой предоставлен студентам. Электронно-библиотечная система "КнигаФонд" реализует легальное хранение, распространение и защиту цифрового контента учебно-методической литературы для вузов с условием обязательного соблюдения авторских и смежных прав. КнигаФонд обеспечивает широкий законный доступ к необходимым для образовательного процесса изданиям с использованием инновационных технологий и соответствует всем требованиям новых ФГОС ВПО.

1. На кафедре высшей математики и математического моделирования имеется собственный кафедральный фонд книг (свыше 700 книг).



2. На педагогическом отделении имеется 3 компьютерных класса, объединенных в локальные сети и подключенные к интернету, 4 ноутбука и 3 проектора, 4 принтера, из них 1 - цветной, и 2 ксерокса, позволяющие обеспечивать учебный процесс. Компьютеры используются, помимо прочего, для спецкурсов и спецсеминаров а также для выполнения квалификационных работ.
3. На кафедре имеется оборудование, позволяющее размножить брошюровать методические пособия и учебники.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 050100.62 "Педагогическое образование" и профилю подготовки Математика, информатика и информационные технологии .

Автор(ы):

Зиннатуллина Э.Д. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.