

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



УТВЕРЖДАЮ

Проректор
по образовательной деятельности КФУ
Проф. Таюрский Д.А.

"__" _____ 20__ г.

Программа дисциплины
Дифференциальные уравнения Б1.Б.16

Направление подготовки: 02.03.01 - Математика и компьютерные науки

Профиль подготовки: Математическое и компьютерное моделирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Автор(ы):

Киясов С.Н.

Рецензент(ы):

Салехова И.Г.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Авхадиев Ф. Г.

Протокол заседания кафедры No ____ от "____" _____ 201__ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No ____ от "____" _____ 201__ г

Регистрационный No

Казань
2019

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, д.н. (доцент) Киясов С.Н. Кафедра теории функций и приближений отделение математики , Sergey.Kijasov@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

основные понятия теории дифференциальных уравнений, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел "Б1.Б.16 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 02.03.01 Математика и компьютерные науки и относится к базовой (общепрофессиональной) части. Осваивается на 2 курсе, 3, 4 семестры.

решать задачи вычислительного и теоретического характера в области дифференциальных уравнений;

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-1 (профессиональные компетенции)	владением методами математического моделирования при анализе глобальных проблем на основе глубоких знаний фундаментальных математических дисциплин и компьютерных наук
ПК-2 (профессиональные компетенции)	владением методами математического и алгоритмического моделирования при анализе проблем техники и естествознания;
ПК-3 (профессиональные компетенции)	способностью к интенсивной научно-исследовательской и научно-изыскательской деятельности
ПК-4 (профессиональные компетенции)	способностью создавать и исследовать новые математические модели реальных тел и конструкций;
ПК-7 (профессиональные компетенции)	классических постановках математических задач и задач механики;
ПК-8 (профессиональные компетенции)	умением публично представить собственные новые научные результаты ;

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

основные понятия теории дифференциальных уравнений, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений

2. должен уметь:

решать задачи вычислительного и теоретического характера в области дифференциальных уравнений;

3. должен владеть:

математическим аппаратом дифференциальных уравнений, методами решения задач и доказательства утверждений в этой области.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

умением ориентироваться в современных алгоритмах компьютерной математики, совершенствовать, углублять и развивать математическую теорию и физико-механические модели, лежащие в их основе ;

способностью к собственному видению прикладного аспекта в строгих математических формулировках ;

способностью к творческому применению, развитию и реализации математически сложных алгоритмов в современных специализированных программных комплексах.

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 7 зачетных(ые) единиц(ы) 252 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: зачет в 3 семестре; экзамен в 4 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Общая система обыкновенных дифференциальных уравнений.	3		10	0	10	
2.	Тема 2. Нормальная система обыкновенных дифференциальных уравнений.	3		6	0	6	
3.	Тема 3. Уравнения высших порядков	3		6	0	6	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
4.	Тема 4. Зависимость решения задачи Коши для нормальной системы от параметров и начальных данных	3		6	0	6	
5.	Тема 5. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами.	3		6	0	6	
6.	Тема 6. Нормальные системы линейных дифференциальных уравнений. Общая линейная система с постоянными коэффициентами.	4		4	0	6	
7.	Тема 7. Краевые задачи.	4		2	0	6	
8.	Тема 8. Автономные системы дифференциальных уравнений. Ламповый генератор.	4		4	0	8	
9.	Тема 9. Теория устойчивости.	4		4	0	6	
10.	Тема 10. Нелинейные системы дифференциальных уравнений. Уравнения с частными производными первого порядка.	4		4	0	8	
	Тема . Итоговая форма контроля	3		0	0	0	Зачет
	Тема . Итоговая форма контроля	4		0	0	0	Экзамен
	Итого			52	0	68	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Общая система обыкновенных дифференциальных уравнений.

лекционное занятие (10 часа(ов)):

Основные понятия и определения. Приведение общей системы дифференциальных уравнений к системе дифференциальных уравнений первого порядка. Задача о колебаниях математического маятника. Вспомогательные сведения из анализа и линейной алгебры. Линейные операторы в комплексном векторном пространстве. Комплексные функции действительного переменного. Леммы о вектор-функциях.

лабораторная работа (10 часа(ов)):

Метод изоклин. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными, однородные уравнения и приводящиеся к ним, линейные уравнения и приводящиеся к ним. Уравнения в полных дифференциалах, интегрирующий множитель. Геометрические и физические задачи,

Тема 2. Нормальная система обыкновенных дифференциальных уравнений.

лекционное занятие (6 часа(ов)):

Нормальная система дифференциальных уравнений. Геометрическая интерпретация нормальной системы дифференциальных уравнений. Задача Коши. Теоремы существования и единственности решения задачи Коши для нормальной системы дифференциальных уравнений и дифференциального уравнения, разрешенного относительно старшей производной. Метод последовательных приближений для нормальной системы. Непродолжаемые решения. Теорема о непродолжаемом решении. Уравнения, не разрешенные относительно производной. Огибающая однопараметрического семейства кривых. Особые решения.

лабораторная работа (6 часа(ов)):

Особые решения. Метод введения параметра. Уравнения Лагранжа и Клеро.

Тема 3. Уравнения высших порядков

лекционное занятие (6 часа(ов)):

Уравнения высших порядков, интегрируемые в квадратурах

лабораторная работа (6 часа(ов)):

Система уравнений в вариациях для отыскания производной решения нормальной системы по параметру.

Тема 4. Зависимость решения задачи Коши для нормальной системы от параметров и начальных данных

лекционное занятие (6 часа(ов)):

Непрерывность и дифференцируемость решения задачи Коши для нормальной системы по параметрам и начальным данным.

лабораторная работа (6 часа(ов)):

Линейные уравнения с постоянными коэффициентами. Метод неопределенных коэффициентов. Уравнение Эйлера.

Тема 5. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами.

лекционное занятие (6 часа(ов)):

Линейные уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристический многочлен как оператор дифференцирования, его свойства. Построение фундаментальной системы решений. Понятие квазимногочлена и его свойства. Метод неопределенных коэффициентов отыскания частного решения неоднородного уравнения с квазимногочленом в правой части. Выделение действительных решений.

лабораторная работа (6 часа(ов)):

Понижение порядка в линейных уравнениях при наличии частных решений и метод их отыскания. Метод вариации постоянных. Применение формулы Лиувилля при решении линейных уравнений второго порядка. Общая линейная система с постоянными коэффициентами. Операционный метод решения линейных уравнений и систем с постоянными коэффициентами

Тема 6. Нормальные системы линейных дифференциальных уравнений. Общая линейная система с постоянными коэффициентами.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Нормальные системы линейных дифференциальных уравнений. Свойства решений. Определитель Вронского. Фундаментальная система решений. Формула Лиувилля. Общее решение. Метод вариации постоянных. Линейные уравнения. Формула Лиувилля. Метод вариации постоянных. Линейные уравнения и системы с комплексными коэффициентами. Выделение действительных решений. Метод исключения для общей линейной системы с постоянными коэффициентами. Нормализуемые системы. Понятие решений системы, соответствующих корням ее определителя. Теорема об общем решении. Метод комплексных амплитуд. Операционный метод решения линейных уравнений и систем с постоянными коэффициентами.

лабораторная работа (6 часа(ов)):

Понижение порядка в линейных уравнениях при наличии частных решений и метод их отыскания. Метод вариации постоянных. Применение формулы Лиувилля при решении линейных уравнений второго порядка. Общая линейная система с постоянными коэффициентами. Операционный метод решения линейных уравнений и систем с постоянными коэффициентами

Тема 7. Краевые задачи.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Краевые задачи для линейных дифференциальных уравнений второго порядка. Метод факторизации. Метод функции Грина.

лабораторная работа (6 часа(ов)):

Понижение порядка в линейных уравнениях при наличии частных решений и метод их отыскания. Метод вариации постоянных. Применение формулы Лиувилля при решении линейных уравнений второго порядка. Общая линейная система с постоянными коэффициентами. Операционный метод решения линейных уравнений и систем с постоянными коэффициентами

Тема 8. Автономные системы дифференциальных уравнений. Ламповый генератор.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Автономные системы дифференциальных уравнений. Свойства решений. Кинематическая и геометрическая интерпретация. Три вида траекторий автономных систем. Траектории автономных систем на плоскости. Функция последования и ее свойства. Предельные циклы. Классификация предельных циклов. Поведение траекторий линейной однородной системы второго порядка с постоянными действительными коэффициентами. Ламповый генератор.

лабораторная работа (8 часа(ов)):

Построение траекторий линейной однородной системы второго порядка с постоянными действительными коэффициентами

Тема 9. Теория устойчивости.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Теория устойчивости. Устойчивость нулевого решения линейной однородной системы с постоянными коэффициентами. Лемма Ляпунова об устойчивости и асимптотической устойчивости. Теорема Ляпунова. Теорема о неустойчивости. Центробежный регулятор.

лабораторная работа (6 часа(ов)):

Исследование устойчивости, используя лемма Ляпунова об устойчивости и асимптотической устойчивости. и теорема Ляпунова.

Тема 10. Нелинейные системы дифференциальных уравнений. Уравнения с частными производными первого порядка.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Нелинейные системы дифференциальных уравнений. Уравнения с частными производными первого порядка. Постановка и геометрическая интерпретация задачи Коши. Решение задачи Коши для квазилинейного уравнения. Линейное однородное уравнение с частными производными первого порядка и первые интегралы автономных систем. Построение общего решения квазилинейных уравнений с частными производными первого порядка. Решение задачи Коши для нелинейного уравнения с частными производными первого порядка.

лабораторная работа (8 часа(ов)):

Нелинейные системы дифференциальных уравнений. Построение общего решения квазилинейных уравнений с частными производными первого по-рядка. Задача Коши.

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Общая система обыкновенных дифференциальных уравнений.	3		подготовка домашнего задания	10	проверка домашнего задания
2.	Тема 2. Нормальная система обыкновенных дифференциальных уравнений.	3		подготовка домашнего задания	10	проверка домашнего задания
3.	Тема 3. Уравнения высших порядков	3		подготовка домашнего задания	6	проверка домашнего задания
4.	Тема 4. Зависимость решения задачи Коши для нормальной системы от параметров и начальных данных	3		подготовка домашнего задания	6	проверка домашнего задания
5.	Тема 5. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами.	3		подготовка домашнего задания	8	проверка домашнего задания
6.	Тема 6. Нормальные системы линейных дифференциальных уравнений. Общая линейная система с постоянными коэффициентами.	4		подготовка домашнего задания	4	проверка домашнего задания
7.	Тема 7. Краевые задачи.	4		подготовка домашнего задания	10	проверка домашнего задания
8.	Тема 8. Автономные системы дифференциальных уравнений. Ламповый генератор.	4		подготовка домашнего задания	14	проверка домашнего задания
9.	Тема 9. Теория устойчивости.	4		подготовка домашнего задания	14	проверка домашнего задания

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
10.	Тема 10. Нелинейные системы дифференциальных уравнений. Уравнения с частными производными первого порядка.	4		подготовка домашнего задания	14	проверка домашнего задания
	Итого				96	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

активные и интерактивные формы.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Общая система обыкновенных дифференциальных уравнений.

проверка домашнего задания , примерные вопросы:

-3, 51-53, 78, 80, 105-107, 120-122, 144-146, 193-196.

Тема 2. Нормальная система обыкновенных дифференциальных уравнений.

проверка домашнего задания , примерные вопросы:

[7], ♦♦ 241-243, 278-280, 287-289.

Тема 3. Уравнения высших порядков

проверка домашнего задания , примерные вопросы:

контрольная работа ♦1: [7] ♦♦302, 309.348, 389.

Тема 4. Зависимость решения задачи Коши для нормальной системы от параметров и начальных данных

проверка домашнего задания , примерные вопросы:

7], ♦♦ 423-427, 451-453, 455-459, 471-473.

Тема 5. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами.

проверка домашнего задания , примерные вопросы:

контрольная работа ♦2: [3] ♦482, 485.575, 598.

Тема 6. Нормальные системы линейных дифференциальных уравнений. Общая линейная система с постоянными коэффициентами.

проверка домашнего задания , примерные вопросы:

[7], ♦♦ 681-683, 702-705, 821-823, 826-828, 846-848,

Тема 7. Краевые задачи.

проверка домашнего задания , примерные вопросы:

контрольная работа ♦3: [7] ♦825, 845.767.

Тема 8. Автономные системы дифференциальных уравнений. Ламповый генератор.

проверка домашнего задания, примерные вопросы:

[7], ♦♦ 961-963, 973-975.

Тема 9. Теория устойчивости.

проверка домашнего задания, примерные вопросы:

[7], ♦♦ 899-901, 907-909, 915-917, 923-925.

Тема 10. Нелинейные системы дифференциальных уравнений. Уравнения с частными производными первого порядка.

проверка домашнего задания, примерные вопросы:

[7], ♦♦ 141-143, 1148, 1157-1159, 1167-1169, 1194-1196.

Итоговая форма контроля

зачет и экзамен (в 4 семестре)

Итоговая форма контроля

зачет и экзамен (в 3 семестре)

Примерные вопросы к :

Вопросы к экзамену

1. Теорема единственности.
2. Теорема существования.
3. Теорема о непродолжаемом решении.
4. Уравнения, не разрешенные относительно производной. Особые решения.
5. Зависимость решения задачи Коши от параметров и начальных данных.
6. Нормальная система линейных дифференциальных уравнений. Фундаментальная система решений.
7. Формула Лиувилля.
8. Метод вариации произвольных постоянных.
9. Линейные уравнения. Формула Лиувилля, метод вариации произвольных постоянных.
10. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами (случай простых корней).
11. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами (случай кратных корней).
12. Метод неопределенных коэффициентов.
13. Общая линейная система с постоянными коэффициентами. Метод исключения.
14. Устойчивость нулевого решения линейной однородной системы с постоянными коэффициентами.
15. Лемма Ляпунова.
16. Теорема Ляпунова.
17. Автономные системы. Свойства решений. Свойства множества периодов.
18. Три вида траекторий автономных систем.
19. Поведение траекторий автономных систем на плоскости. Функция последования, ее свойства.
20. Замкнутые траектории. Предельные циклы.
21. Поведение траекторий линейной однородной системы второго порядка с постоянными коэффициентами (случай действительных собственных значений).
22. Поведение траекторий линейной однородной системы второго порядка с постоянными коэффициентами (случай комплексно-сопряженных собственных значений).
23. Поведение траекторий линейной однородной системы второго порядка с постоянными коэффициентами (вырожденные случаи).
24. Уравнение с частными производными первого порядка. Характеристики квазилинейного уравнения, теоремы 1,2.
25. Задача Коши для квазилинейного уравнения.
26. Первые интегралы автономных систем и линейное однородное уравнение с частными производными первого порядка.
27. Независимые первые интегралы.
28. Решение задачи Коши для нелинейного уравнения с частными производными первого

7.1. Основная литература:

- Бибиков Ю. Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений. - 2-е изд., стереотип. - Санкт-Петербург: Лань, 2011 - 304 стр. http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=1542
- Треногин В.А. Обыкновенные дифференциальные уравнения: учебник. - М.: Физматлит, 2009. - 312 с.
http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2341
- Демидович Б.П., Моденов В.П. Дифференциальные уравнения. - СПб.: Лань, 2008. - 288 с.
URL: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=126
- Дифференциальные уравнения. Основы теории, методы решения задач : учебное пособие / С. Н. Киясов, В. В. Шурыгин ; Казан. федер. ун-т .? Казань : [Казанский университет], 2011 .? 112 с. : ил. ; 21 .? Библиогр.: с. 111 (7 назв.), 100 .?

7.2. Дополнительная литература:

1. Мищенко А.С. Курс дифференциальной геометрии и топологии. Лань, 2010.
2. Сикорский Ю.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. С приложением их к некоторым техническим задачам. КомКнига. 2010.
3. Васильева А.Б. и др. Дифференциальные и интегральные уравнения, вариационное исчисление в примерах и задачах. Лань. 2010.

7.3. Интернет-ресурсы:

- Бибиков Ю. Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений. - 2-е изд., стереотип. - Санкт-Петербург: Лань, 2011 - 304 стр. - http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=1542
- В.К. Романенко. Курс дифференциальных уравнений и вариационного исчисления. - http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2341
- Демидович Б.П., Моденов В.П. Дифференциальные уравнения. - СПб.: Лань, 2008. - 288 с.
URL - http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=126
- Привалов И.И Введение в теорию функций комплексного переменного - http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=322
- Треногин В.А. Обыкновенные дифференциальные уравнения: учебник. - М.: Физматлит, 2009. - 312 с. - http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2341

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Дифференциальные уравнения" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань" , доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

учебные аудитории для проведения лекционных и семинарских занятий.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 02.03.01 "Математика и компьютерные науки" и профилю подготовки Математическое и компьютерное моделирование .

Автор(ы):

Киясов С.Н. _____

"__" _____ 201__ г.

Рецензент(ы):

Салехова И.Г. _____

"__" _____ 201__ г.