

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор по образовательной деятельности КФУ  
проф. Таюрский Д.А.

"\_\_" \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

## **Программа дисциплины**

Методы решения интегральных уравнений

Направление подготовки: 02.04.01 - Математика и компьютерные науки

Профиль подготовки: Методы математического и алгоритмического моделирования общенаучных и прикладных задач

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2018

## Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и) профессор, д.н. (профессор) Бикчантаев И.А. (Кафедра теории функций и приближений, отделение математики), lldar.Bikchantaev@kpfu.ru

**1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО**

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-1	Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, программирования и информационных технологий
ПК-2	Способность проводить научные исследования на основе существующих методов в конкретной области профессиональной деятельности
ПК-3	Способен различным образом представлять и адаптировать математические знания и информационные технологии с учетом уровня аудитории
ПК-5	Способен преподавать физико-математические дисциплины и информатику в сфере общего образования, среднего профессионального образования, дополнительного образования, высшего образования

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен демонстрировать способность и готовность:

Различать основные типы интегральных уравнений (Вольтерра, Фредгольма, сингулярные). Связь между линейными дифференциальными уравнениями и интегральными уравнениями Вольтерра. Способность строить резольвенты интегральных уравнений Вольтерра и Фредгольма. Решать интегральные уравнения Фредгольма с вырожденным ядром. Применять интегральные преобразования для решения интегральных уравнений. Освоить приближенные методы решения интегральных уравнений.

**2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО**

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.В.03 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 02.04.01 "Математика и компьютерные науки (Методы математического и алгоритмического моделирования общенаучных и прикладных задач)" и относится к вариативной части. Осваивается на 1 курсе в 2 семестре.

**3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных(ые) единиц(ы) на 180 часа(ов).

Контактная работа - 48 часа(ов), в том числе лекции - 0 часа(ов), практические занятия - 0 часа(ов), лабораторные работы - 48 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 96 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 36 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен во 2 семестре.

**4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

**4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)**

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. 1. Интегральные уравнений					

Вольтерра.

---

2

0

0

10

20

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
2.	Тема 2. 2. Интегральные уравнения Фредгольма	2	0	0	10	20
3.	Тема 3. 3. Применение интегральных преобразований к решению интегральных уравнений.	2	0	0	10	20
4.	Тема 4. 4. Интегральные уравнения 1-го рода.	2	0	0	10	20
5.	Тема 5. 5. Приближенные методы решения интегральных уравнений.	2	0	0	8	16
	Итого		0	0	48	96

## 4.2 Содержание дисциплины (модуля)

### Тема 1. 1. Интегральные уравнений Вольтерра.

#### 1. Интегральные уравнений Вольтерра.

Основные понятия. Связь между линейными дифференциальными уравнениями интегральными уравнениями Вольтерра. Резольвента интегрального уравнения Вольтерра. Решение интегрального уравнения с помощью резольвенты. Эйлеровы интегралы. Интегральное уравнение Абеля и его обобщения.

#### 2. Интегральные уравнения Фредгольма.

Уравнения Фредгольма. Основные понятия. Метод определителей Фредгольма. Итерированные ядра. Построение резольвенты с помощью итерированных ядер. Интегральные уравнения с вырожденным ядром. Характеристические числа и собственные функции. Решение однородных интегральных уравнений с вырожденным ядром. Неоднородные симметричные уравнения. Альтернатива Фредгольма. Построение функции Грина для обыкновенных дифференциальных уравнений. Применение функции Грина для решения краевых задач. Краевые задачи, содержащие параметр, сведение их к интегральным уравнениям.

#### 3. Применение интегральных преобразований к решению интегральных уравнений.

Применение преобразования Фурье к решению некоторых интегральных уравнений. Применение преобразования Лапласа к решению некоторых интегральных уравнений. Применение преобразования Меллина к решению некоторых интегральных уравнений.

#### 4. Интегральные уравнения 1-го рода.

Интегральные уравнения Вольтерра 1-го рода. Интегральные уравнения Вольтерра 1-го рода типа свертки. Интегральные уравнения Фредгольма 1-го рода.

#### 5. Приближенные методы решения интегральных уравнений.

Замена ядра интегрального уравнения вырожденным ядром. Замена интеграла конечной суммой. Метод последовательных приближений. Метод Бубнова-Галеркина. Приближенные методы отыскания характеристических чисел и собственных функций симметричных ядер.

### Тема 2. 2. Интегральные уравнения Фредгольма

#### 2. Интегральные уравнения Фредгольма.

Уравнения Фредгольма. Основные понятия. Метод определителей Фредгольма. Итерированные ядра. Построение резольвенты с помощью итерированных ядер. Интегральные уравнения с вырожденным ядром. Характеристические числа и собственные функции. Решение однородных интегральных уравнений с вырожденным ядром. Неоднородные симметричные уравнения. Альтернатива Фредгольма. Построение функции Грина для обыкновенных дифференциальных уравнений. Применение функции Грина для решения краевых задач. Краевые задачи, содержащие параметр, сведение их к интегральным уравнениям.

### Тема 3. 3. Применение интегральных преобразований к решению интегральных уравнений.

#### 3. Применение интегральных преобразований к решению интегральных уравнений.

Применение преобразования Фурье к решению некоторых интегральных уравнений. Применение преобразования Лапласа к решению некоторых интегральных уравнений. Применение преобразования Меллина к решению некоторых интегральных уравнений.

### Тема 4. 4. Интегральные уравнения 1-го рода.

#### 4. Интегральные уравнения 1-го рода.

Интегральные уравнения Вольтерра 1-го рода. Интегральные уравнения Вольтерра 1-го рода типа свертки. Интегральные уравнения Фредгольма 1-го рода.

Метод определителей Фредгольма. Итерированные ядра. Построение резольвенты с помощью итерированных ядер. Интегральные уравнения с вырожденным ядром. Характеристические числа и собственные функции. Решение однородных интегральных уравнений с вырожденным ядром. Неоднородные симметричные уравнения. Альтернатива Фредгольма. Построение функции Грина для обыкновенных дифференциальных уравнений. Применение функции Грина для решения краевых задач. Краевые задачи, содержащие параметр, сведение их к интегральным уравнениям.

### **Тема 5. 5. Приближенные методы решения интегральных уравнений.**

5. Приближенные методы решения интегральных уравнений.

Замена ядра интегрального уравнения вырожденным ядром.

Замена интеграла конечной суммой.

Метод последовательных приближений.

Метод Бубнова-Галеркина.

Приближенные методы отыскания характеристических чисел и собственных функций симметричных ядер. (Метод Рунца. Метод следов. Метод Келлога)

### **5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 5 апреля 2017 года №301)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996ин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

Демидович Б.П., Марон И.А., Шувалова Э.З. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения. Издательство "Лань". 2010. - <https://e.lanbook.com/book/537#authors>

Петрушко И.М. Курс высшей математики. Интегральное исчисление. Функции нескольких переменных. Дифференциальные уравнения. Лекции и практикум. Издательство "Лань". 2008. - <https://e.lanbook.com/book/306#authors>

Васильева А.Б., Тихонов Н.А. Интегральные уравнения. Издательство "Лань". 2009. - <https://e.lanbook.com/book/42#authors>

### **6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)**

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

### 7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;

- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС 3++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

### 8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Запорожец Г.И. Руководство к решению задач по математическому анализу Руководство к решению задач по математическому анализу Приобрести в личное пользование. Издательство: Издательство "Лань" ISBN: 978-5-8114-0912-9 Год: 2014 - <https://e.lanbook.com/book/149#authors>

Васильева А.Б., Медведев Г.Н., Тихонов Н.А., Уразгильдина Т.А. Дифференциальные и интегральные уравнения, вариационное исчисление в примерах и задачах. Издательство "Лань". 2003. - <https://e.lanbook.com/book/2358#authors>

Полянин А.Д., Манжиров А.В. Справочник по интегральным уравнениям - <https://e.lanbook.com/book/2278#authors>

### 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вид работ	Методические рекомендации
лабораторные работы	Работа на лабораторных занятиях предполагает систематическую и планомерную подготовку к занятию. После лекции следует познакомиться с планом практических занятий и списком обязательной и дополнительной литературы, которую необходимо прочитать, изучить и законспектировать. Разъяснение по вопросам новой темы даются преподавателем в конце предыдущего практического занятия.
самостоятельная работа	САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА требует, прежде всего, изучения рекомендуемых источников и монографических работ, их реферирования, подготовки докладов и сообщений. Важным этапом в самостоятельной работе является повторение материала по конспекту лекции. Одна из главных составляющих внеаудиторной подготовки - работа с учебником. Она предполагает: внимательное прочтение, критическое осмысление содержания, обоснование собственной позиции по дискуссионным моментам, постановки интересующих вопросов, которые могут стать предметом обсуждения на семинаре. При работе с терминами необходимо обращаться к словарям, в том числе доступным в Интернете, например, на сайте <a href="http://dic.academic.ru">http://dic.academic.ru</a> .
экзамен	При подготовке к ЭКЗАМЕНУ необходимо тщательно проработать лекции. Следует также обратить внимание на дополнительную литературу и источники, которые разбирались на семинарах в течение семестра. Ответ на экзамене предполагает полное и последовательное изложение изученного материала, а также демонстрацию способности и готовности применить полученные теоретические знания к предлагаемым практическим заданиям.

### 10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

## **11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Компьютерный класс.

## **12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 02.04.01 "Математика и компьютерные науки" и магистерской программе "Методы математического и алгоритмического моделирования общенаучных и прикладных задач".



Приложение 2  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
Б1.В.03 Методы решения интегральных уравнений

**Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Направление подготовки: 02.04.01 - Математика и компьютерные науки

Профиль подготовки: Методы математического и алгоритмического моделирования общенаучных и прикладных задач

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2018

**Основная литература:**

1. Карчевский, М.М. Лекции по уравнениям математической физики [Электронный ресурс] : учебное пособие / М.М. Карчевский. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2016. - 164 с. - URL: <https://e.lanbook.com/book/72982>
2. Емельянов, В.М. Уравнения математической физики. Практикум по решению задач [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.М. Емельянов, Е.А. Рыбакина. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург: Лань, 2016. - 216 с. - URL: <https://e.lanbook.com/book/71748>
3. Бикчантаев И.А, Салехов Л.Г. Дифференциальные уравнения в обобщенных функциях: учебное пособие / И.А.Бикчантаев, Л.Г. Салехов. - Казань: Казанский университет, 2017. - 62 с. URL: [https://kpfu.ru//staff\\_files/F1947995040/duof.pdf](https://kpfu.ru//staff_files/F1947995040/duof.pdf)

**Дополнительная литература:**

1. Владимиров, В.С. Уравнения математической физики [Электронный ресурс]: учебник / В.С. Владимиров, В.В. Жаринов. - Электрон. дан. - Москва : Физматлит, 2000. - 400 с. - URL: <https://e.lanbook.com/book/2363>
2. Агранович, М.С. Обобщенные функции [Электронный ресурс]: учебное пособие / М.С. Агранович. - Электрон. дан. - Москва : МЦНМО, 2008. - 128 с. - URL: <https://e.lanbook.com/book/9275>
3. Карчевский, М.М. Уравнения математической физики. Дополнительные главы [Электронный ресурс] : учебное пособие / М.М. Карчевский, М.Ф. Павлова. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2016. - 276 с. - URL: <https://e.lanbook.com/book/72983>

Приложение 3  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
Б1.В.03 Методы решения интегральных уравнений

**Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

Направление подготовки: 02.04.01 - Математика и компьютерные науки

Профиль подготовки: Методы математического и алгоритмического моделирования общенаучных и прикладных задач

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2018

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань" , доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.