МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Факультет математики и естественных наук

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по образовательной деятельности КФУ
Проф. Д.А. Таюрский
_____ «___»_____20__г.

подписано электронно-цифровой подписью

Программа дисциплины

Функциональный анализ Б1.В.ОД.7

Направление подготовки: 02.03.01 - Математика и компьютерные науки
Профиль подготовки: Математическое и компьютерное моделирование
Квалификация выпускника: бакалавр
Форма обучения: очное
Язык обучения: русский

Автор(ы):

Анисимова Т.И. , Кожевникова Лариса Михайловна

Рецензент(ы):

Миронова Л.Б.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Анисимова Т. И.
Протокол заседания кафедры No ___ от "____" _____ 201__г

Учебно-методическая комиссия Елабужского института КФУ (Факультет математики и естественных наук):
Протокол заседания УМК No ____ от "____" _____ 201__г

Регистрационный No 1016753619

Казань
2019

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Анисимова Т.И. Кафедра математики и прикладной информатики Факультет математики и естественных наук , TIAnisimova@kpfu.ru ; Кожевникова Лариса Михайловна

1. Цели освоения дисциплины

Дисциплина призвана обеспечить фундаментальную подготовку в современных областях абстрактной математики, играющих важную роль в различных разделах математики и естествознания; сформировать личность студента, развить его интеллект и умение логически и алгоритмически мыслить.

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел "Б1.В.ОД.7 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 02.03.01 Математика и компьютерные науки и относится к обязательным дисциплинам. Осваивается на 3 курсе, 6 семестр.

Для освоения дисциплины используются знания, умения, навыки, способы деятельности и установки, полученные и сформированные в ходе изучения следующих дисциплин: 'Математический анализ', 'Алгебра'. Освоение данной дисциплины является основой для последующего изучения курсов по выбору студентов.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОПК-1 (профессиональные компетенции)	готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности
ПК-1 (профессиональные компетенции)	способностью к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области
ПК-11 (профессиональные компетенции)	способностью к проведению методических и экспертных работ в области математики
ПК-2 (профессиональные компетенции)	способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики
ПК-3 (профессиональные компетенции)	способностью строго доказывать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

-основные понятия функционального анализа;

-основные факты (теоремы, свойства) функционального анализа;

-основные методы, применяемые при решении задач;
-современные направления развития функционального анализа и его приложений

2. должен уметь:
-используя определения, проводить исследования, связанные с основными понятиями курса;
-точно и лаконично описывать решение задач

3. должен владеть:
-основными положениями классических разделов функционального анализа,
-базовыми понятиями и методами;
-системой основных математических структур и аксиоматическим методом.

4. должен демонстрировать способность и готовность:
-применять результаты освоения дисциплины в профессиональной деятельности.

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных(ые) единиц(ы) 144 часа(ов).
Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен в 6 семестре.
Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.
86 баллов и более - "отлично" (отл.);
71-85 баллов - "хорошо" (хор.);
55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);
54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Метрические пространства.	6		4	4	0	Устный опрос
2.	Тема 2. Топологические пространства.	6		4	4	0	Устный опрос
3.	Тема 3. Нормированные пространства.	6		4	4	0	Письменное домашнее задание Устный опрос
4.	Тема 4. Линейные операторы.	6		4	4	0	Устный опрос Письменное домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
5.	Тема 5. Линейные функционалы.	6		2	2	0	Устный опрос
.	Тема . Итоговая форма контроля	6		0	0	0	Экзамен
	Итого			18	18	0	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Метрические пространства.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Определение и примеры метрических пространств. Сходимость. Непрерывные отображения метрических пространств. Связность. Плотные множества. Полные метрические пространства. Принцип вложенных шаров. Теорема Бэра. Принцип сжимающих отображений и его приложения: алгебраические уравнения, линейные системы, интегральные уравнения.

практическое занятие (4 часа(ов)):

Метрические пространства. Сходимость в метрических пространствах. Принцип вложенных шаров. Принцип сжимающих отображений.

Тема 2. Топологические пространства.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Определение. Определяющие системы окрестностей. Аксиомы отделимости. Непрерывные отображения топологических пространств. Компактность. Компактность в метрических пространствах. Действительные функции на метрических и топологических пространствах.

практическое занятие (4 часа(ов)):

Топологические пространства. Компактность в метрических пространствах.

Тема 3. Нормированные пространства.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Линейные пространства. Линейные функционалы. Теорема Хана-Банаха. Нормированные пространства. Евклидовы пространства. Существование ортогональных базисов. Неравенство Бесселя. Равенство Парсеваля. Полные Евклидовы пространства. Теорема Рисса-Фишера. Гильбертово пространство. Характеристическое свойство евклидовых пространств. Комплексные евклидовы пространства.

практическое занятие (4 часа(ов)):

Нормированные пространства. Ортогональные базисы.

Тема 4. Линейные операторы.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Определение и примеры. Линейные операторы в линейных нормированных пространствах. Норма оператора. Пространство линейных ограниченных операторов. Теорема Банаха-Штейнгауза. Обратные операторы. Теорема Банаха.

практическое занятие (4 часа(ов)):

Линейные операторы в линейных нормированных пространствах. Норма оператора

Тема 5. Линейные функционалы.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Непрерывные линейные функционалы. Непрерывные линейные функционалы в нормированных пространствах. Общий вид линейных функционалов в некоторых пространствах. Теорема Рисса. Сопряженные операторы. Слабая сходимость последовательностей функционалов и элементов.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Непрерывные линейные функционалы. Непрерывные линейные функционалы в нормированных пространствах.

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Метрические пространства.	6		подготовка к устному опросу	16	Устный опрос
2.	Тема 2. Топологические пространства.	6		подготовка к устному опросу	14	Устный опрос
3.	Тема 3. Нормированные пространства.	6		подготовка домашнего задания	6	Письменное домашнее задание
				подготовка к устному опросу	10	Устный опрос
4.	Тема 4. Линейные операторы.	6		подготовка домашнего задания	6	Письменное домашнее задание
				подготовка к устному опросу	8	Устный опрос
5.	Тема 5. Линейные функционалы.	6		подготовка к устному опросу	12	Устный опрос
	Итого				72	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Информационные технологии - обучение в электронной образовательной среде с целью расширения доступа к образовательным ресурсам (теоретически к неограниченному объему и скорости доступа), увеличения контактного взаимодействия с преподавателем, построения индивидуальных траекторий подготовки и объективного контроля и мониторинга знаний студентов.

Проблемное обучение - стимулирование студентов к самостоятельному приобретению знаний, необходимых для решения конкретной проблемы.

Контекстное обучение - мотивация студентов к усвоению знаний путем выявления связей между конкретным знанием и его применением.

Междисциплинарное обучение - использование знаний из разных областей, их группировка и концентрация в контексте решаемой задачи.

Опережающая самостоятельная работа - изучение студентами нового материала до его изучения в ходе аудиторных занятий.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Метрические пространства.

Устный опрос , примерные вопросы:

Метрические пространства. Сходимость в метрических пространствах. Плотные множества. Полные метрические пространства. Принцип вложенных шаров. Теорема Бэра. Принцип сжимающих отображений и его приложения: алгебраические уравнения, линейные системы, интегральные уравнения.

Тема 2. Топологические пространства.

Устный опрос , примерные вопросы:

Топологические пространства. Непрерывные отображения топологических пространств. Компактность в метрических пространствах.

Тема 3. Нормированные пространства.

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

1. Показать, что векторные пространства - нормированные относительно указанных норм. 2. Проверить, задают ли норму на числовой прямой заданные функции. 3. Доказать утверждения: 1) Всякое нормированное пространство является топологическим векторным; 2) Открытый шар в нормированном пространстве гомеоморфен всему пространству; 3) Выпуклость шара в нормированном пространстве эквивалентна неравенству треугольника.

Устный опрос , примерные вопросы:

Нормированные пространства. Ортогональные базисы. Неравенство Бесселя. Равенство Парсеваля. Полные Евклидовы пространства. Теорема Рисса-Фишера.

Тема 4. Линейные операторы.

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

1. Даны операторы. Какие из них являются непрерывными? 2. Покажите, что оператор отображающий пространство в себя, линеен, и найдите его норму. 3. Вычислить нормы операторов в заданном пространстве. 4. Исследовать на слабую, сильную и равномерную сходимость последовательность операторов.

Устный опрос , примерные вопросы:

Линейные операторы в линейных нормированных пространствах. Норма оператора. Теорема Банаха-Штейнгауза. Обратные операторы.

Тема 5. Линейные функционалы.

Устный опрос , примерные вопросы:

Непрерывные линейные функционалы. Непрерывные линейные функционалы в нормированных пространствах. Теорема Рисса. Сопряженные операторы.

Итоговая форма контроля

экзамен (в 6 семестре)

Примерные вопросы к экзамену:

1. Определение и примеры метрических пространств.
2. Сходимость в метрических пространствах.
3. Принцип вложенных шаров. Принцип сжимающих отображений.
4. Теорема Бэра.
5. Топологические пространства.
6. Аксиомы отделимости.
7. Компактность в метрических пространствах.
8. Действительные функции на метрических и топологических пространствах.
9. Линейные пространства. Линейные функционалы.
10. Теорема Хана-Банаха.
11. Существование ортогональных базисов.
12. Неравенство Бесселя. Равенство Парсеваля.
13. Теорема Рисса-Фишера.
14. Линейные операторы в линейных нормированных пространствах.
15. Норма оператора.

ЭЛЕКТРОННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАЦИОННО-АНАЛИТИЧЕСКАЯ СИСТЕМА КФУ

16. Теорема Банаха-Штейнгауза.
17. Теорема Рисса.
18. Непрерывные линейные функционалы в нормированных пространствах.
19. Сопряженные операторы.
20. Линейные операторные уравнения с вполне непрерывными операторами.

7.1. Основная литература:

1. Хелемский, А.Я. Лекции по функциональному анализу [Электронный ресурс] : учебник / А.Я. Хелемский. - Электрон. дан. - Москва : МЦНМО, 2014. - 560 с. URL:https://e.lanbook.com/reader/book/56415/#1

2. Люстерник, Л.А. Краткий курс функционального анализа [Электронный ресурс] : учебное пособие / Л.А. Люстерник, В.И. Соболев. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2009. - 272 с. URL:https://e.lanbook.com/reader/book/245/#1

3. Гуревич, А.П. Сборник задач по функциональному анализу [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.П. Гуревич, В.В. Корнев, А.П. Хромов. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2012. - 192 с. URL:https://e.lanbook.com/reader/book/3175/#1

4. Власова, Е.А. Элементы функционального анализа [Электронный ресурс] : учебное пособие / Е.А. Власова, И.К. Марчевский. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2015. - 400 с. URL:https://e.lanbook.com/reader/book/67481/#1

7.2. Дополнительная литература:

1. Функциональный анализ в примерах и задачах: учеб. пособие / Ревина С.В., Сазонов Л.И. - Ростов-на-Дону:Издательство ЮФУ, 2009. - 120 с. URL:http://znanium.com/bookread2.php?book=556115

2. Колмогоров, А.Н. Элементы теории функций и функционального анализа [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин. - Электрон. дан. - Москва : Физматлит, 2009. - 572 с. URL:https://e.lanbook.com/reader/book/2206/#1

3. Треногин, В.А. Задачи и упражнения по функциональному анализу [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.А. Треногин, Б.М. Писаревский, Т.С. Соболева. - Электрон. дан. - Москва : Физматлит, 2005. - 240 с. URL:https://e.lanbook.com/reader/book/2342/#1

7.3. Интернет-ресурсы:

Бесплатный ресурс для студентов - http://math24.ru/calculus-list.html

Образовательный математический сайт - http://www.exponenta.ru/

Учебные материалы - http://math.fizteh.ru/study/

Учебные пособия - http://kpfu.ru/main_page?p_sub=14502

Функциональный анализ и его приложения - http://www.mathnet.ru/php/journal.phtml?jrnid=faa&option_lang=rus

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Функциональный анализ" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB,audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудованием имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань" , доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Интерактивная доска.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 02.03.01 "Математика и компьютерные науки" и профилю подготовки Математическое и компьютерное моделирование .

Автор(ы):
Анисимова Т.И. _____
Кожевникова Лариса Михайловна _____
"__" _____ 201 __ г.

Рецензент(ы):
Миронова Л.Б. _____
"__" _____ 201 __ г.