

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор по образовательной деятельности КФУ  
проф. Таюрский Д.А.

"\_\_" \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

## **Программа дисциплины**

Геометрия расслоенных пространств Б1.В.ДВ.08.01

Направление подготовки: 01.04.01 - Математика

Профиль подготовки: Анализ на многообразиях

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2018

**Автор(ы):** Шурыгин В.В.

**Рецензент(ы):** Попов А.А.

### **СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Попов А. А.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_ от "\_\_\_" \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No \_\_\_ от "\_\_\_" \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

## Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы
2. Место дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы высшего образования
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
  - 6.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы и форм контроля их освоения
  - 6.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания
  - 6.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы
  - 6.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций
7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
  - 7.1. Основная литература
  - 7.2. Дополнительная литература
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Программу дисциплины разработал(а)(и) профессор, д.н. (профессор) Шурыгин В.В. (Кафедра геометрии, отделение математики), vadim.shurygin

**1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

Выпускник, освоивший дисциплину, должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-1	Способен формулировать и решать актуальные и значимые задачи фундаментальной и прикладной математики
ПК-5	Способен находить и извлекать актуальную научно-техническую информацию из электронных библиотек, реферативных журналов и т.п.
ПК-6	Способен составлять научные обзоры, рефераты и отчеты по тематике проводимых исследований, а также подготовить научную публикацию
ПК-7	Обладать навыками преподавания математики и информатики в средней школе, специальных учебных заведениях, высших учебных заведениях на основе полученного фундаментального образования

Выпускник, освоивший дисциплину:

Должен демонстрировать способность и готовность:

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

- 1) Знать определения и свойства основных объектов теории групп Ли и локально три-виальных расслоений, формулировки наиболее важных утверждений, методы их доказательства, возможные сферы приложений.
- 2) Уметь решать задачи вычислительного и теоретического характера в области теории групп Ли и локально тривиальных расслоений, устанавливать взаимосвязи между понятиями, доказывать утверждения.
- 3) Владеть методами решения различных задач теории групп Ли и расслоенных пространств.
- 4) Демонстрировать способность и готовность применять полученные знания и навыки в научно-исследовательской работе и преподавании.

**2. Место дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы высшего образования**

Данная учебная дисциплина включена в раздел "Б1.В.ДВ.08.01 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 01.04.01 "Математика (Анализ на многообразиях)" и относится к дисциплинам по выбору.

Осваивается на 2 курсе в 3 семестре.

**3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных(ые) единиц(ы) на 144 часа(ов).

Контактная работа - 36 часа(ов), в том числе лекции - 0 часа(ов), практические занятия - 36 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 72 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 36 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен в 3 семестре.

**4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

**4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)**

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Г группы Ли	3	0	6	0	12

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
2.	Тема 2. Алгебры Ли	3	0	6	0	12
3.	Тема 3. Локально тривиальные расслоения	3	0	6	0	12
4.	Тема 4. Главные расслоения	3	0	6	0	12
5.	Тема 5. Связность в главном расслоении	3	0	6	0	12
6.	Тема 6. Расслоения дифференциально-геометрических объектов.	3	0	6	0	12
	Итого		0	36	0	72

## 4.2 Содержание дисциплины

### Тема 1. Группы Ли

Группа Ли. Примеры групп Ли. Подгруппы Ли. Гомоморфизмы и изоморфизмы. Действия групп Ли. Ортогональная группа  $O(n)$ . Ее свойства.

Полная линейная группа  $GL(n, R)$ . Ее свойства.

Специальная линейная группа  $SL(n, R)$ . Ее свойства. Комплексная линейная группа  $GL(n, C)$ . Симплектическая группа  $Sp(n, R)$ . Унитарная группа.

### Тема 2. Алгебры Ли

Алгебра Ли. Примеры алгебр Ли. Структурные константы. Левые и правые сдвиги на группе Ли.

Левоинвариантные векторные поля. Алгебра Ли группы Ли. Алгебра Ли группы обратимых элементов ассоциативной алгебры. Матричные алгебры Ли. Алгебры Ли групп  $GL(n, R)$  и  $GL(n, C)$ .

Алгебра Ли  $\mathfrak{o}(n)$  группы Ли  $O(n)$ .

### Тема 3. Локально тривиальные расслоения

Локально тривиальные расслоения. Функции склейки. Морфизмы локально тривиальных расслоений. Обратный образ расслоения. Расслоенное произведение. Накрытия. Сечения расслоения. Расслоение с фундаментальной группой.

Примеры расслоений. Расслоения Хопфа. Векторные и аффинные расслоения. Касательное расслоение дифференцируемого многообразия.

### Тема 4. Главные расслоения

Главные расслоения. Функции склейки главного расслоения. Расслоение линейных реперов дифференцируемого многообразия. Морфизмы главных расслоений. Расслоение ортонормированных реперов риманова многообразия. Ассоциированные расслоения. Касательное расслоение как расслоение, ассоциированное с расслоением линейных реперов.

Тензорные расслоения.

### Тема 5. Связность в главном расслоении

Связность в главном расслоении. Фундаментальные векторные поля. Существование связности в главном расслоении. Параллельное перенесение. Группа голономии. Лемма о разложении гомотопных нулю путей в произведение малых лассо. Гомоморфизмы связностей. Связность в присоединенном расслоении. Форма кривизны. Структурное уравнение связности.

### Тема 6. Расслоения дифференциально-геометрических объектов.

Струи (джеты). Многообразия джетов. Расслоения джетов. Дифференциальные группы высших порядков. Продолжения джетов.

Расслоения реперов высших порядков. Расслоения дифференциально-геометрических объектов. Расслоение объекта линейной связности как присоединенное к расслоению реперов второго порядка

## 5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 5 апреля 2017 года №301).

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996ин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений".

Положение от 29 декабря 2018 г. № 0.1.1.67-08/328 "О порядке проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет".

Положение № 0.1.1.67-06/241/15 от 14 декабря 2015 г. "О формировании фонда оценочных средств для проведения текущей, промежуточной и итоговой аттестации обучающихся федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет".

Положение № 0.1.1.56-06/54/11 от 26 октября 2011 г. "Об электронных образовательных ресурсах федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет".

Регламент № 0.1.1.67-06/66/16 от 30 марта 2016 г. "Разработки, регистрации, подготовки к использованию в учебном процессе и удаления электронных образовательных ресурсов в системе электронного обучения федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет".

Регламент № 0.1.1.67-06/11/16 от 25 января 2016 г. "О балльно-рейтинговой системе оценки знаний обучающихся в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет".

Регламент № 0.1.1.67-06/91/13 от 21 июня 2013 г. "О порядке разработки и выпуска учебных изданий в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет".

## 6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)

### 6.1 Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы и форм контроля их освоения

Этап	Форма контроля	Оцениваемые компетенции	Темы (разделы) дисциплины
<b>Семестр 3</b>			
<b>Текущий контроль</b>			
1	Контрольная работа	ПК-7, ПК-1	1. Группы Ли 2. Алгебры Ли 3. Локально тривиальные расслоения
2	Устный опрос	ПК-5	4. Главные расслоения 5. Связность в главном расслоении 6. Расслоения дифференциально-геометрических объектов.
3	Устный опрос	ПК-5	1. Группы Ли 2. Алгебры Ли 3. Локально тривиальные расслоения
	<b>Экзамен</b>	ПК-1, ПК-5, ПК-6, ПК-7	

### 6.2 Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Форма контроля	Критерии оценивания				Этап
	Отлично	Хорошо	Удовл.	Неуд.	
<b>Семестр 3</b>					
<b>Текущий контроль</b>					

Форма контроля	Критерии оценивания				Этап
	Отлично	Хорошо	Удовл.	Неуд.	
Контрольная работа	Правильно выполнены все задания. Продемонстрирован высокий уровень владения материалом. Проявлены превосходные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Правильно выполнена большая часть заданий. Присутствуют незначительные ошибки. Продемонстрирован хороший уровень владения материалом. Проявлены средние способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Задания выполнены более чем наполовину. Присутствуют серьезные ошибки. Продемонстрирован удовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены низкие способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Задания выполнены менее чем наполовину. Продемонстрирован неудовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены недостаточные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	1
Устный опрос	В ответе качественно раскрыто содержание темы. Ответ хорошо структурирован. Прекрасно освоен понятийный аппарат. Продемонстрирован высокий уровень понимания материала. Превосходное умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.	Основные вопросы темы раскрыты. Структура ответа в целом адекватна теме. Хорошо освоен понятийный аппарат. Продемонстрирован хороший уровень понимания материала. Хорошее умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.	Тема частично раскрыта. Ответ слабо структурирован. Понятийный аппарат освоен частично. Понимание отдельных положений из материала по теме. Удовлетворительное умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.	Тема не раскрыта. Понятийный аппарат освоен неудовлетворительно. Понимание материала фрагментарное или отсутствует. Неумение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.	2 3
Экзамен	Обучающийся обнаружил всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно-программного материала, умение свободно выполнять задания, предусмотренные программой, усвоил основную литературу и знаком с дополнительной литературой, рекомендованной программой дисциплины, усвоил взаимосвязь основных понятий дисциплины в их значении для приобретаемой профессии, проявил творческие способности в понимании, изложении и использовании учебно-программного материала.	Обучающийся обнаружил полное знание учебно-программного материала, успешно выполнил предусмотренные программой задания, усвоил основную литературу, рекомендованную программой дисциплины, показал систематический характер знаний по дисциплине и способен к их самостоятельному пополнению и обновлению в ходе дальнейшей учебной работы и профессиональной деятельности.	Обучающийся обнаружил знание основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по профессии, справился с выполнением заданий, предусмотренных программой, знаком с основной литературой, рекомендованной программой дисциплины, допустил погрешности в ответе на экзамене и при выполнении экзаменационных заданий, но обладает необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя.	Обучающийся обнаружил значительные пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, допустил принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий и не способен продолжить обучение или приступить по окончании университета к профессиональной деятельности без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.	

**6.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

**Семестр 3**

**Текущий контроль**



## 1. Контрольная работа

Темы 1, 2, 3

Образец билета контрольной работы.

Вариант 1

1. Умножение в  $R^3$  определено формулой  $ab=(a^1+b^1\cos a^3-b^2\sin a^3, a^2+b^1\sin a^3+b^2\cos a^3, a^3+b^3)$ . Показать, что при этом получается группа Ли. Найти координаты единицы и центр группы.
2. Показать, что данные три матрицы образуют базис в алгебре Ли  $su(2)$ . Найти структурные уравнения.
3. Записать функции склейки для суммы Уитни двух касательных расслоений.

Вариант 2.

1. Показать, что матрицы вида  $((1, x, y), (0, 1, z), (0, 0, 1))$  образуют группу Ли. Найти координаты единицы вычислить ее алгебру Ли.
2. Какие компоненты связности имеет группа Ли  $SL(n, R)$ ?
3. Записать функции склейки для суммы Уитни двух кокасательных расслоений.

## 2. Устный опрос

Темы 4, 5, 6

Тема 4

1. Главные расслоения. Функции склейки главного расслоения.
2. Расслоение линейных реперов.
3. Морфизмы главных расслоений.
4. Ассоциированные расслоения.
5. Касательное расслоение как ассоциированное расслоение.

Тема 5

1. Связность в главном расслоении.
2. Фундаментальные векторные поля.
3. Существование связности в главном расслоении.
4. Параллельное перенесение.
5. Группа голономии.
6. Гомоморфизмы связностей.
7. Связность в присоединенном расслоении.
8. Форма кривизны. Структурное уравнение связности

Тема 6

1. Расслоения струй.
2. Дифференциальные группы высших порядков.
3. Расслоения реперов высших порядков.
4. Расслоения дифференциально-геометрических объектов.
5. Расслоение объекта линейной связности как присоединенное к расслоению реперов второго порядка.

## 3. Устный опрос

Темы 1, 2, 3

Тема 1

1. Группа Ли. Примеры групп Ли.
2. Однопараметрические подгруппы групп Ли.
3. Левоинвариантные внешние формы на группе Ли.
4. Уравнения Маурера-Картана.

Тема 2

1. Алгебра Ли. Примеры алгебр Ли.
2. Структурные константы.
3. Алгебра Ли группы Ли. Алгебра Ли группы обратимых элементов ассоциативной алгебры.
4. Алгебры Ли групп  $GL(n, R)$ ,  $O(n)$  и  $GL(n, C)$ .
5. Присоединенное представление группы Ли.
6. Группы Ли преобразований. Фундаментальные векторные поля.

Тема 3

1. Морфизмы локально тривиальных расслоений.
2. Обратный образ расслоения.
3. Расслоенное произведение.
4. Расслоения Хопфа.
5. Векторные и аффинные расслоения.
6. Касательное расслоение.

## Экзамен

Вопросы к экзамену:

1. Группа Ли. Примеры групп Ли.

2. Ортогональная группа  $O(n)$ . Ее свойства.
3. Полная линейная группа  $GL(n, R)$ . Ее свойства.
4. Специальная линейная группа  $SL(n, R)$ . Ее свойства.
5. Комплексная линейная группа  $GL(n, C)$ .
6. Унитарная группа.
7. Присоединенное представление группы Ли.
8. Группы Ли преобразований. Фундаментальные векторные поля.
9. Алгебра Ли. Примеры алгебр Ли. Структурные константы.
10. Алгебра Ли группы Ли.
11. Алгебры Ли групп  $GL(n, R)$  и  $GL(n, C)$ .
12. Алгебра Ли  $\mathfrak{o}(n)$  группы Ли  $O(n)$ .
13. Локально тривиальные расслоения. Функции склейки.
14. Морфизмы локально тривиальных расслоений.
15. Обратный образ расслоения.
16. Расслоенное произведение.
17. Накрытия.
18. Расслоение с фундаментальной группой.
19. Примеры расслоений. Расслоения Хопфа.
20. Векторные и аффинные расслоения. Касательное расслоение дифференцируемого многообразия.
21. Главные расслоения. Функции склейки главного расслоения.
22. Расслоение линейных реперов.
23. Морфизмы главных расслоений.
24. Ассоциированные расслоения.
25. Существование связности в главном расслоении.
26. Параллельное перенесение.
27. Группа голономии.
28. Гомоморфизмы связностей.
29. Связность в присоединенном расслоении.
30. Форма кривизны. Структурное уравнение связности
31. Расслоения струй.
32. Дифференциальные группы высших порядков.
33. Расслоения реперов высших порядков.
34. Расслоения дифференциально-геометрических объектов.
35. Расслоение объекта линейной связности.

Примеры билетов на экзамен.

Билет 1.

1. Ортогональная группа  $O(n)$ . Ее свойства.
2. Связность в присоединенном расслоении.
3. Являются ли формы а)  $dx \wedge dy$ ; б)  $2dx + x dy$  левоинвариантными на группе Ли  $(R^2, +)$ ?

Билет 2.

1. Специальная линейная группа  $SL(n, R)$ . Ее свойства.
2. Расслоение линейных реперов.
3. Является ли четверка  $(C^2 \setminus 0, R^+, S^1, p)$ , где  $p: z \rightarrow |z|$ , локально тривиальным расслоением?

#### 6.4 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

В КФУ действует балльно-рейтинговая система оценки знаний обучающихся. Суммарно по дисциплине (модулю) можно получить максимум 100 баллов за семестр, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов.

Для зачёта:

56 баллов и более - "зачтено".

55 баллов и менее - "не зачтено".

Для экзамена:

86 баллов и более - "отлично".

71-85 баллов - "хорошо".

56-70 баллов - "удовлетворительно".

55 баллов и менее - "неудовлетворительно".

Форма контроля	Процедура оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций	Этап	Количество баллов
<b>Семестр 3</b>			



Форма контроля	Процедура оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций	Этап	Количество баллов
<b>Текущий контроль</b>			
Контрольная работа	Контрольная работа проводится в часы аудиторной работы. Обучающиеся получают задания для проверки усвоения пройденного материала. Работа выполняется в письменном виде и сдается преподавателю. Оцениваются владение материалом по теме работы, аналитические способности, владение методами, умения и навыки, необходимые для выполнения заданий.	1	25
Устный опрос	Устный опрос проводится на практических занятиях. Обучающиеся выступают с докладами, сообщениями, дополнениями, участвуют в дискуссии, отвечают на вопросы преподавателя. Оценивается уровень домашней подготовки по теме, способность системно и логично излагать материал, анализировать, формулировать собственную позицию, отвечать на дополнительные вопросы.	2	12
		3	13
<b>Экзамен</b>	Экзамен нацелен на комплексную проверку освоения дисциплины. Экзамен проводится в устной или письменной форме по билетам, в которых содержатся вопросы (задания) по всем темам курса. Обучающемуся дается время на подготовку. Оценивается владение материалом, его системное освоение, способность применять нужные знания, навыки и умения при анализе проблемных ситуаций и решении практических заданий.		50

## 7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

### 7.1 Основная литература:

1. Прасолов, В.В. Элементы теории гомологий [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.В. Прасолов. - Электрон. дан. - Москва : МЦНМО, 2006. - 448 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/9397>
2. Вик, Д.У. Теория гомологий. Введение в алгебраическую топологию [Электронный ресурс] / Д.У. Вик. - Электрон. дан. - М.: МЦНМО, 2005. - 288 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/9310>
3. Матвеев, С.В. Алгоритмическая топология и классификация трехмерных многообразий [Электронный ресурс] / С.В. Матвеев. - Электрон. дан. - М.: МЦНМО, 2007. - 456 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/9370>
4. Примаков, Д. А. Геометрия и топология [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Д. А. Примаков, Р. Я. Хамидуллин. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: МФПА, 2011. - 272 с. (Университетская серия). - ISBN 978-5-902597-13-1. - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/451172>
5. Сосов, Е. Н. Введение в теорию групп Ли: Учебно-методическое пособие. / Е.Н. Сосов. Казань: Казанский (Приволжский) федеральный университет, 2016. - 89 с. - Режим доступа: [http://kpfu.ru/staff\\_files/F709891002/Lie8.pdf](http://kpfu.ru/staff_files/F709891002/Lie8.pdf)

### 7.2. Дополнительная литература:

1. Паньженский, В.И. Введение в дифференциальную геометрию [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.И. Паньженский. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2015. - 240 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/67459>
2. Аила, Д. О ГЕОМЕТРИИ ТРАНССАСАКИЕВЫХ МНОГООБРАЗИЙ [Электронный ресурс] // Преподаватель XXI в. - Электрон. дан. - 2013. - № 3(ч.2). - С. 212-223. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/journal/issue/289376>
3. Бабенко О.Н. АГ-деформации поверхностей положительной гауссовой кривизны при внешних связях кинематического типа [Текст: электронный ресурс] : автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук : специальность 01.01.04 - геометрия и топология / Бабенко Олеся Николаевна ; [Каф. алгебры и геометрии Таганрог. гос. пед. ин-та] . - Электронные данные (1 файл: 10,9 Мб) . - (Казань, 2015) . - Режим доступа: <http://libweb.kpfu.ru/referat/2000/0718823-1.pdf>

## 8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

- Connections in the second order tangent bundle with extended structure group - <http://link.springer.com/article/10.1134/S199508021403010X>
- Notes on Differential Geometry and Lie Groups - <http://www.seas.upenn.edu/~jean/diffgeom.pdf>
- On the higher order geometry of Weil bundles over smooth manifolds and over parameter-dependent manifolds - <http://ijm.ksu.ru/vol18/19.html>

## 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вид работ	Методические рекомендации
практические занятия	При подготовке к практическому занятию следует освежить в памяти теоретический материал, изложенный преподавателем на лекциях, относящийся к изучаемой на занятии теме. Во время практического занятия следует отмечать излагаемые преподавателем методы и приемы решения задач, а при самостоятельном решении задач из домашнего задания следует по каждой не решенной задаче подготовить вопросы к преподавателю для разбора на аудиторном занятии.
самостоятельная работа	Самостоятельная работа студента по освоению теоретического материала состоит из изучения обязательного материала, изложенного на лекциях, и дополнительного изучения материала по рекомендованной учебной литературе для углубленного усвоения предмета и понимания, где и как пройденный материал может применяться. При решении задач из домашнего задания следует разобрать способы решения типовых задач, разобранные на аудиторном занятии. При подготовке к контрольной работе следует повторить весь материал, относящийся к темам контрольной работы, руководствуясь конкретными указаниями преподавателя.
контрольная работа	По результатам контрольной работы при правильном решении всех входящих в контрольные задания задач студент может набрать 25 баллов. Неполное решение задачи или решение задачи, содержащее ошибки, оценивается меньшим числом баллов. Для предметной подготовки к контрольной работе студентам заранее сообщаются типы задач, входящих в билеты. Образцы контрольных заданий приведены в разделе 6.3
устный опрос	Целью устного опроса является выяснение уровня усвоения студентами основных понятий, изучаемых в курсе. Подготовка к устному опросу заключается в повторении студентами определений основных понятий и формулировок основных теорем по конспектам лекций и рекомендованной литературе. По результатам устного опроса студенты могут набрать до 25 баллов из 50, отведенных на практические занятия.
экзамен	Экзамен проводится в письменной форме. Экзаменационный билет содержит два вопроса из программы курса и одну задачу. Полный ответ на каждый вопрос оценивается в 20 баллов, правильное решение задачи оценивается в 10 баллов. Неполный ответ, частичное решение задачи и решение задачи, содержащее ошибки, оцениваются меньшим числом баллов. Экзамен считается сданным, если при ответе на экзаменационный билет набрано не менее 28 баллов. При простановке оценки число баллов, набранных на экзамене, суммируется с числом баллов, набранных на практических занятиях. Экзаменационный билет содержит вопросы и задачи из всех разделов программы. При подготовке к экзамену следует ориентироваться на приведенный в п. 6.3 образец экзаменационного билета.

#### 10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Освоение дисциплины "Геометрия расслоенных пространств" предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

#### 11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Освоение дисциплины "Геометрия расслоенных пространств" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB, audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудование имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

## **12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 01.04.01 "Математика" и магистерской программе Анализ на многообразиях .