

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор  
по образовательной деятельности КФУ  
Проф. Минзарипов Р.Г.

\_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**Программа дисциплины**

Качественная теория дифференциальных уравнений и ее применение для исследования динамических систем М1.В.1

Направление подготовки: 050100.68 - Педагогическое образование

Профиль подготовки: Информационные технологии в физико-математическом образовании

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Игнатъев Ю.Г.

**Рецензент(ы):**

Сушков С.В.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Игнатъев Ю. Г.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No

Казань  
2013

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) заведующий кафедрой, д.н. (профессор) Игнатъев Ю.Г. кафедра высшей математики и математического моделирования отделение педагогического образования, Jurij.Ignatev@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Одним из основных объектов исследования современного естествознания являются нелинейные динамические системы, описываемые системами обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений. Поскольку отсутствуют общие методы аналитического решения таких систем, на первый план выдвигаются численные методы их решения, при этом важную роль начинают играть качественные методы исследования решений систем уравнений, обеспечивающие, во-первых, прогнозирование поведения динамической системы и, во-вторых, контролирующие правильность применения численных методов.

Учебные цели и задачи дисциплины

1. Дать необходимый теоретический материал по теории динамических систем и методам их исследования;
2. Дать необходимый материал по методам решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений;
3. Дать основные методы качественной теории дифференциальных уравнений и их систем.
4. Ознакомить с методами исследования динамических систем в прикладных математических пакетах (Maple)

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " М1.В.1 Общенаучный" основной образовательной программы 050100.68 Педагогическое образование и относится к вариативной части. Осваивается на 2 курсе, 3 семестр.

Для освоения дисциплины необходима математическая подготовка бакалавра по математическому анализу и теории обыкновенных дифференциальных уравнений, а также линейной алгебры (системы линейных уравнений) и основ владения прикладными математическими пакетами.

Предшествующий курс магистратуры "Дифференциальные уравнения в системах компьютерной математики" является ключевым для овладения данным курсом. В свою очередь данный курс является одной из основ математического и компьютерного моделирования: "Математическое моделирование в системах компьютерной математики", "Компьютерное моделирование в механических и электродинамических системах", а также для выполнения магистерской диссертации.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОК - 1 (общекультурные компетенции)	общеинтеллектуальный и общекультурный уровень
ОК - 2 (общекультурные компетенции)	готовностью использовать знание современных проблем науки и образования при решении образовательных и профессиональных задач
ОК - 3 (общекультурные компетенции)	способностью к самостоятельному освоению новых методов исследования, к изменению научного профиля своей профессиональной деятельности

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОК - 4 (общекультурные компетенции)	способностью формировать ресурсно-информационные базы для решения профессиональных задач
ОК - 5 (общекультурные компетенции)	способностью самостоятельно приобретать с помощью информационных технологий и использовать в практической деятельности новые знания и умения, в том числе, в новых областях знаний, непосредственно не связанных со сферой деятельности
ОПК - 1 (профессиональные компетенции)	готовностью осуществлять профессиональную коммуникацию на государственном (русском) и иностранном языках
ОПК - 2 (профессиональные компетенции)	способностью осуществлять профессиональное и личностное самообразование, проектировать дальнейший образовательный маршрут и профессиональную карьеру
ПК - 1 (профессиональные компетенции)	способностью применять современные методики и технологии организации и реализации образовательного процесса на различных образовательных ступенях в различных образовательных учреждениях
ПК - 5 (профессиональные компетенции)	способностью анализировать результаты научных исследований и применять их при решении конкретных образовательных и исследовательских задач
ПК - 6 (профессиональные компетенции)	готовностью использовать индивидуальные креативные способности для оригинального решения исследовательских задач
ПК - 7 (профессиональные компетенции)	готовностью самостоятельно осуществлять научное исследование с использованием современных методов науки
ПК - 8 (профессиональные компетенции)	готовностью к разработке и реализации методических моделей, методик, технологий и приемов обучения, к анализу результатов процесса их использования в образовательных заведениях различных типов

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

1. Основы качественной теории дифференциальных уравнений;
2. Знать методы определения типа системы и нахождения ее характеристических точек;
3. Знать типы асимптотического поведения решений и соответствующие фазовые диаграммы двумерной динамической системы;
4. Знать основные программные процедуры исследования динамических систем в прикладных математических пакетах (Maple).

2. должен уметь:

1. Уметь приводить системы обыкновенных дифференциальных уравнений к нормальному виду и определять тип системы, ее характеристические точки и типы асимптотического поведения решений;
2. Уметь строить фазовую диаграмму двумерной динамической системы;
3. Уметь провести исследование автономной динамической системы в пакете Maple и построить фазовый портрет системы.

3. должен владеть:

Студент должен владеть навыками и методами исследования нелинейных динамических систем в прикладном математическом пакете Maple.

Студент должен демонстрировать способность и готовность провести полное исследование нелинейной автономной динамической системы в прикладном математическом пакете (Maple) и дать полную характеристику поведения динамической системы.

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет зачетных(ые) единиц(ы) 72 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 3 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Качественная теория дифференциальных уравнений и ее применение для исследования динамических систем	3	13	6	0	20	
	Тема . Итоговая форма контроля	3		0	0	0	зачет
	Итого			6	0	20	

#### 4.2 Содержание дисциплины

##### Тема 1. Качественная теория дифференциальных уравнений и ее применение для исследования динамических систем

###### **лекционное занятие (6 часа(ов)):**

Понятие о динамических системах. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений и их классификация. Автономные системы. Линейные системы обыкновенных дифференциальных уравнений и методы их решения. Основы качественной теории дифференциальных уравнений. Особые точки и их классификация. Асимптотическое поведение решений автономных систем дифференциальных уравнений.

###### **лабораторная работа (20 часа(ов)):**

Примеры исследования динамических систем. Исследование точек равновесия уравнения Ван-дер-Поля. Исследование фазовых траекторий уравнения Ван-дер-Поля. Исследование фазовых траекторий неравновесных химических систем в пакетах прикладной математики.

### 4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Качественная теория дифференциальных уравнений и ее применение для исследования динамических систем	3	13	1. Работа с литературой по пройденным темам; 2. Работа в компьютерном кабинете над индивидуальными заданиями;	46	Индивидуальное творческое задание на исследование динамической системы.
	Итого				46	

### 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Традиционные практические и лабораторные занятия, интерактивные формы обучения с помощью компьютерной системы Maple, модульная технология обучения, проектная деятельность.

### 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

#### Тема 1. Качественная теория дифференциальных уравнений и ее применение для исследования динамических систем

Индивидуальное творческое задание на исследование динамической системы., примерные вопросы:

1. Исследование нелинейных колебаний в системе с потенциалом 4-го порядка и линейным затуханием.
2. Исследование нелинейных колебаний в системе с потенциалом 4-го порядка и нелинейным квадратичным затуханием.
3. Исследование уравнения Ван-дер-Поля.
4. Исследование нелинейной химической системы.

#### Тема . Итоговая форма контроля

Примерные вопросы к зачету:

1. Понятие о динамических системах.
2. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений и их классификация.
3. Автономные системы.
4. Простейшие методы интегрирования линейных систем обыкновенных дифференциальных уравнений.
5. Основы качественной теории дифференциальных уравнений.
6. Особые точки и их классификация.
7. Асимптотическое поведение решений автономных систем дифференциальных уравнений.
8. Фазовый портрет динамической системы.

### 7.1. Основная литература:

1. "Математическое моделирование фундаментальных объектов и явлений в системах компьютерной математики", российская летняя школа. Российская летняя школа "Математическое моделирование фундаментальных объектов и явлений в системах компьютерной математики". Российский семинар "Нелинейные поля и релятивистская статистика в теории гравитации и космологии", 6-10 сентября 2010 г., Казань-Яльчик: труды семинара / [под общ. ред. д.ф.-м.н., проф. Ю. Г. Игнатъева].-Казань: Татарский государственный гуманитарно-педагогический университет: Фолиантъ, 2010.-215 с.
2. Эльсгольц, Лев Эрнестович. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление: учебник / Л. Э. Эльсгольц.-Издание 5-е.-Москва: Едиториал УРСС, 2002.-320 с.-Библиогр.: с.316.
3. Игнатъев, Юрий Г. Релятивистская кинетическая теория неравновесных процессов в гравитационных полях / Ю. Г. Игнатъев.-Казань: Фолиантъ, 2010.-505 с.

## 7.2. Дополнительная литература:

1. Дьяконов, Владимир Павлович. Mathematica 4.1/4.2/5.0 в математических и научно-технических расчетах / В. П. Дьяконов. М.: СОЛОН-Пресс, 2004.-696 с.
2. Кирсанов, Михаил Николаевич. Теоретическая механика: статика, кинематика, динамика, решения в системе MAPLE V / М. Н. Кирсанов.-Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2002.-384 с.
3. Зельдович, Яков Борисович. Элементы прикладной математики / Я. Б. Зельдович, А. Д. Мышкис.-2-е изд., испр. и доп.. М.: Наука, 1967. 646 с.
4. Самарский А. А. Численные методы математической физики / А. А. Самарский, А. В. Гулин.-Москва: Научный мир, 2000.-316 с.
5. Самарский, Александр Андреевич. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры / Самарский А.А., Михайлов А.П.-2-е изд., испр.-М.: Физматлит, 2001.-320с.
6. Самарский, Александр Андреевич. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры / А. А. Самарский, А. П. Михайлов.-Издание 2-е, исправленное. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002.-320с.
7. Самарский, Александр Андреевич. Численные методы решения обратных задач математической физики / А.А. Самарский, П.Н. Вабищевич.-Москва: Эдиториал УРСС, 2004.-478с.
8. Арнольд, Владимир Игоревич. Эргодические проблемы классической механики / В.И.Арнольд, А.Авец; Пер. с англ., фр.: А.В.Борисов и др.-Ижевск: Ред. журн. "Регулярная и хаотическая динамика": Ижев. респ. тип., 1999.-281с.
9. Арнольд, Владимир Игоревич. Геометрические методы в теории обыкновенных дифференциальных уравнений / В.И.Арнольд.-3-е изд., стер.-М.: НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика": МЦНМО, 2002.-399с.
10. Арнольд, Владимир Игоревич. Особенности дифференцируемых отображений / В.И. Арнольд, А.Н. Варченко, С.М. Гусейн-заде.-2-е изд., испр.-М.: МЦНМО, 2004.-670с.
11. Арнольд, Владимир Игоревич. Что такое математика? / В.И. Арнольд.-М.: Изд-во МЦНМО, 2004.-103с.

## 7.3. Интернет-ресурсы:

- А.А. Самарский, А.П. Михайлов, Математическое моделирование - идеи, методы, примеры - <http://www.mat.net.ua/mat/biblioteka/Samarskiy-Matmodelirovanie.djvu>
- А.А. Самарский, Введение в численные методы - <http://www.mat.net.ua/mat/Samarski-Vvedenie-chislennye-metody.htm>
- В.И. Арнольд, Геометрические методы в теории обыкновенных дифференциальных уравнений - <http://www.mat.net.ua/mat/Arnold-Geom-Metod-Difuri.htm>
- В.И. Арнольд, Теория катастроф - <http://www.mat.net.ua/mat/Arnold-Teoriya-katastrof.htm>
- Л.С. Понтрягин, Обыкновенные дифференциальные уравнения - <http://www.mat.net.ua/mat/Pontragin-Difuravnenia.htm>

"Математическое моделирование фундаментальных объектов и явлений в системах компьютерной математики", российская летняя школа. Российская летняя школа "Математическое моделирование фундаментальных объектов и явлений в системах компьютерной математики" - [http://z3950.ksu.ru/bcover/0000609939\\_con.pdf](http://z3950.ksu.ru/bcover/0000609939_con.pdf).

Н.Г. де Брёйн, Асимптотические методы в анализе - <http://www.mat.net.ua/mat/biblioteka/Brein-Assimptotika-v-analize.djvu>

Н.Н. Моисеев, Асимптотические методы нелинейной механики - <http://www.mat.net.ua/mat/biblioteka/Moiseev-Asimptotika-nelineynoy-mehaniki.djvu>

## **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану**

Освоение дисциплины "Качественная теория дифференциальных уравнений и ее применение для исследования динамических систем" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB, audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудование имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

Компьютерный класс, представляющий собой рабочее место преподавателя и не менее 15 рабочих мест студентов, включающих компьютерный стол, стул, персональный компьютер, лицензионное программное обеспечение. Каждый компьютер имеет широкополосный доступ в сеть Интернет. Все компьютеры подключены к корпоративной компьютерной сети КФУ и находятся в едином домене.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 050100.68 "Педагогическое образование" и магистерской программе Информационные технологии в физико-математическом образовании .

Автор(ы):

Игнатъев Ю.Г. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Сушков С.В. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Лист согласования

<b>N</b>	<b>ФИО</b>	<b>Согласование</b>
1	Игнатъев Ю. Г.	Согласовано
2	Насрутдинов М. Ф.	Согласовано
3	Чижанова Е. А.	
4	Соколова Е. А.	
5	Тимофеева О. А.	