

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное учреждение
высшего профессионального образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



УТВЕРЖДАЮ

Проректор
по образовательной деятельности КФУ
Проф. Таюрский Д.А.

"__" _____ 20__ г.

Программа дисциплины

Дифференциальные уравнения Б3.Б.5

Направление подготовки: 010200.62 - Математика и компьютерные науки

Профиль подготовки: Математическое и компьютерное моделирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Автор(ы):

Бикчантаев И.А.

Рецензент(ы):

Авхадиев Ф.Г.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Обносов Ю. В.

Протокол заседания кафедры No ____ от "____" _____ 201__ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No ____ от "____" _____ 201__ г

Регистрационный No

Казань
2015

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) профессор, д.н. (профессор) Бикчантаев И.А.
Кафедра дифференциальных уравнений отделение математики , lldar.Bikchantaev@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины (модуля) "Дифференциальные уравнения" являются:

- 1) фундаментальная подготовка в области дифференциальных уравнений;
- 2) овладение методами решения основных типов дифференциальных уравнений и их систем;
- 3) овладение современным математическим аппаратом для дальнейшего использования в приложениях.

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б3.Б.5 Профессиональный" основной образовательной программы 010200.62 Математика и компьютерные науки и относится к базовой (общепрофессиональной) части. Осваивается на 2 курсе, 3, 4 семестры.

Дисциплина "Дифференциальные уравнения" входит в цикл профессиональных дисциплин в базовой части.

Для ее успешного изучения необходимы знания и умения, приобретенные в результате освоения предшествующих дисциплин: математический анализ, линейная алгебра, абстрактная алгебра.

Освоение дисциплины "Дифференциальные уравнения" необходимо при последующем изучении дисциплин "Уравнения в частных производных" ("Уравнения математической физики"), "Дифференциальная геометрия и топология" и ряда других.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОК-11 (общекультурные компетенции)	фундаментальной подготовкой в области фундаментальной математики и компьютерных наук, готовностью к использованию полученных знаний в профессиональной деятельности
ОК-14 (общекультурные компетенции)	способностью к анализу и синтезу информации, полученной из любых источников
ОК-8 (общекультурные компетенции)	способностью и постоянной готовностью совершенствоваться и углублять свои знания, быстро адаптироваться к любым ситуациям
ПК-16 (профессиональные компетенции)	выделением главных смысловых аспектов в доказательствах
ПК-2 (профессиональные компетенции)	умением понять поставленную задачу
ПК-27 (профессиональные компетенции)	умением точно представить математические знания в устной форме
ПК-3 (профессиональные компетенции)	умением формулировать результат

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-4 (профессиональные компетенции)	умением строго доказать утверждение

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

основные понятия теории дифференциальных уравнений, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений;

2. должен уметь:

решать задачи вычислительного и теоретического характера в области дифференциальных уравнений;

3. должен владеть:

математическим аппаратом дифференциальных уравнений, методами решения задач и доказательства утверждений в этой области.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

решать задачи вычислительного и теоретического характера в области дифференциальных уравнений

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 7 зачетных(ые) единиц(ы) 252 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 3 семестре; экзамен в 4 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Основные понятия и определения. Приведение общей системы дифференциальных уравнений к системе уравнений первого порядка. Нормальная система дифференциальных уравнений. Геометрическая интерпретация нормальной системы дифференциальных уравнений. Задача Коши.	3	1-6	12	0	12	устный опрос
2.	Тема 2. Вспомогательные сведения из анализа и линейной алгебры. Линейные операторы в комплексном векторном пространстве. Комплексные функции действительного переменного. Леммы о вектор-функциях. Теоремы существования и единственности решения задачи Коши для нормальной системы дифференциальных уравнений и дифференциального уравнения, разрешенного относительно старшей производной.	3	7-8	4	0	4	устный опрос

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
3.	Тема 3. Непродолжаемые решения. Теорема о непродолжаемом решении. Уравнения, не разрешенные относительно производной. Огибающая однопараметрического семейства кривых. Особые решения. Непрерывность и дифференцируемость решения задачи Коши для нормальной системы по параметрам и начальным данным.	3	9-15	14	0	14	устный опрос
4.	Тема 4. Нормальные системы линейных дифференциальных уравнений. Свойства решений. Определитель Вронского. Фундаментальная система решений. Формула Лиувилля. Общее решение. Метод вариации постоянных. Линейные уравнения. Формула Лиувилля. Метод вариации постоянных. Линейные уравнения и системы с комплексными коэффициентами. Выделение действительных решений.	3	16	2	0	2	устный опрос

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
5.	Тема 5. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристический многочлен как оператор дифференцирования, его свойства. Построение фундаментальной системы решений. Понятие квазимногочлена и его свойства. Метод неопределенных коэффициентов отыскания частного решения неоднородного уравнения с квазимногочленом в правой части. Выделение действительных решений. Метод исключения для общей линейной системы с постоянными коэффициентами. Нормализуемые системы. Понятие решений системы, соответствующих корням ее определителя. Теорема об общем решении.	3	17-18	4	0	4	письменная работа
6.	Тема 6. Краевые задачи для линейных дифференциальных уравнений второго порядка. Метод факторизации. Метод функции Грина	4	1-4	4	0	8	устный опрос

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
7.	Тема 7. Автономные системы дифференциальных уравнений. Свойства решений. Кинематическая и геометрическая интерпретация. Три вида траекторий автономных систем. Траектории автономных систем на плоскости. Функция последования и ее свойства. Предельные циклы. Классификация предельных циклов. Поведение траекторий линейной однородной системы второго порядка с постоянными действительными коэффициентами.	4	5-8	4	0	8	устный опрос
8.	Тема 8. Ламповый генератор. Теория устойчивости. Устойчивость нулевого решения линейной однородной системы с постоянными коэффициентами. Лемма Ляпунова. Теорема Ляпунова.	4	9-11	3	0	6	устный опрос
9.	Тема 9. Уравнения с частными производными первого порядка. Постановка и геометрическая интерпретация задачи Коши. Решение задачи Коши для квазилинейного уравнения. Линейное однородное уравнение с частными производными первого порядка и первые интегралы автономных систем.	4	12-13	4	0	4	устный опрос

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
10.	Тема 10. Решение задачи Коши для нелинейного уравнения с частными производными первого порядка.	4	14-17	2	0	8	письменная работа
	Тема . Итоговая форма контроля	3		0	0	0	зачет
	Тема . Итоговая форма контроля	4		0	0	0	экзамен
	Итого			53	0	70	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Основные понятия и определения. Приведение общей системы дифференциальных уравнений к системе уравнений первого порядка. Нормальная система дифференциальных уравнений. Геометрическая интерпретация нормальной системы дифференциальных уравнений. Задача Коши.

лекционное занятие (12 часа(ов)):

Понятия и определения дифференциального уравнения и его решения. Приведение общей системы дифференциальных уравнений к системе уравнений первого порядка. Метод изоклин. Применение компьютерного пакета "Математика" для построения поля направлений и интегральных кривых дифференциального уравнения.

лабораторная работа (12 часа(ов)):

Метод изоклин. Применение компьютерного пакета "Математика" для построения поля направлений и интегральных кривых дифференциального уравнения. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными, однородные уравнения и приводящиеся к ним, линейные уравнения и приводящиеся к ним. Уравнения в полных дифференциалах, интегрирующий множитель. Геометрические и физические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.

Тема 2. Вспомогательные сведения из анализа и линейной алгебры. Линейные операторы в комплексном векторном пространстве. Комплексные функции действительного переменного. Леммы о вектор-функциях. Теоремы существования и единственности решения задачи Коши для нормальной системы дифференциальных уравнений и дифференциального уравнения, разрешенного относительно старшей производной.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Теорема в приведении матрицы к нормальной жордановой форме. Три леммы о вектор-функциях векторного аргумента. Линейные операторы в комплексном векторном пространстве. Комплексные функции действительного переменного. Леммы о вектор-функциях.

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Решение задач на применение теоремы существования и единственности для нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Решение задач на применение теоремы существования и единственности задачи Коши для дифференциальных уравнений старшего порядка, разрешенных относительно старшей производной.

Тема 3. Непродолжаемые решения. Теорема о непродолжаемом решении. Уравнения, не разрешенные относительно производной. Огибающая однопараметрического семейства кривых. Особые решения. Непрерывность и дифференцируемость решения задачи Коши для нормальной системы по параметрам и начальным данным.

лекционное занятие (14 часа(ов)):

Непродолжаемые решения. Теорема о существовании непродолжаемого решения. Теорема об интегральных кривых непродолжаемого решения. Уравнения, не разрешенные относительно производной. Огибающая однопараметрического семейства кривых. Особые решения. Связь особых интегральных кривых и огибающих для однопараметрического семейства решений дифференциального уравнения.

лабораторная работа (14 часа(ов)):

Метод введения параметра. Уравнения Лагранжа и Клеро. Применение компьютерного пакета ?Математика? для построения однопараметрического семейства интегральных кривых и особой интегральной кривой.

Тема 4. Нормальные системы линейных дифференциальных уравнений. Свойства решений. Определитель Вронского. Фундаментальная система решений. Формула Лиувилля. Общее решение. Метод вариации постоянных. Линейные уравнения. Формула Лиувилля. Метод вариации постоянных. Линейные уравнения и системы с комплексными коэффициентами. Выделение действительных решений.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Основные свойства нормальных систем линейных дифференциальных уравнений. Свойства решений однородной системы. Определитель Вронского. дифференциальных уравнений Фундаментальная система решений . нормальной системы линейных дифференциальных уравнений.. Формула Лиувилля. Общее решение нормальной системы линейных однородных дифференциальных уравнений Нахождение частных решений неоднородных нормальных линейных систем дифференциальных уравнений методом вариации постоянных. Линейные уравнения порядка n . Формула Лиувилля для линейных уравнений порядка n .. Метод вариации постоянных. для линейных уравнений порядка n . Линейные уравнения и системы дифференциальных уравнений с комплексными коэффициентами. Выделение действительных решений.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Понижение порядка в линейных уравнениях при наличии частных решений и метод их отыскания. Применение формулы Лиувилля при решении линейных уравнений второго порядка

Тема 5. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристический многочлен как оператор дифференцирования, его свойства. Построение фундаментальной системы решений. Понятие квазимногочлена и его свойства. Метод неопределенных коэффициентов отыскания частного решения неоднородного уравнения с квазимногочленом в правой части. Выделение действительных решений. Метод исключения для общей линейной системы с постоянными коэффициентами. Нормализуемые системы. Понятие решений системы, соответствующих корням ее определителя. Теорема об общем решении.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами в случае комплексных и действительных коэффициентов. Характеристический многочлен линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами как оператор дифференцирования, его свойства. Построение фундаментальной системы решений. Понятие квазимногочлена и его свойства. Метод неопределенных коэффициентов отыскания частного решения неоднородного уравнения с квазимногочленом в правой части. Выделение действительных решений. Метод исключения для общей линейной системы с постоянными коэффициентами. Нормализуемые системы. Понятие решений системы, соответствующих корням ее характеристического многочлена. Общее решение линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами.

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Решение линейных уравнений и систем с постоянными коэффициентами. Метод вариации постоянных. Метод неопределенных коэффициентов. Операционный метод решения линейных уравнений и систем с постоянными коэффициентами.

Тема 6. Краевые задачи для линейных дифференциальных уравнений второго порядка. Метод факторизации. Метод функции Грина

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Краевые задачи для линейных нормальных систем дифференциальных уравнений. Метод функции Грина решения краевых задач для линейных нормальных систем дифференциальных уравнений. Краевые задачи для линейных дифференциальных уравнений второго порядка. Решение краевых задач для линейных дифференциальных уравнений второго порядка методом стрельбы. Краевые задачи для линейных дифференциальных уравнений второго порядка. Решение краевых задач для линейных дифференциальных уравнений второго порядка прогонки (факторизации). Краевые задачи для линейных дифференциальных уравнений второго порядка. Решение краевых задач для линейных дифференциальных уравнений второго порядка методом функции Грина в случае, когда однородная краевая задача не имеет нетривиальных решений. Краевые задачи для линейных дифференциальных уравнений второго порядка. Решение краевых задач для линейных дифференциальных уравнений второго порядка методом функции Грина в случае, когда однородная краевая задача имеет нетривиальные решения.

лабораторная работа (8 часа(ов)):

Решение краевых задач методом функции Грина.

Тема 7. Автономные системы дифференциальных уравнений. Свойства решений. Кинематическая и геометрическая интерпретация. Три вида траекторий автономных систем. Траектории автономных систем на плоскости. Функция последования и ее свойства. Предельные циклы. Классификация предельных циклов. Поведение траекторий линейной однородной системы второго порядка с постоянными действительными коэффициентами.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Понятие автономных систем дифференциальных уравнений. Свойства решений автономных систем дифференциальных уравнений. Связь кинематической и геометрической интерпретаций решений автономных систем дифференциальных уравнений с геометрической интерпретацией самой системы дифференциальных уравнений. Три вида траекторий автономных систем. Траектории автономных систем на плоскости. Функция последования и ее свойства. Предельные циклы. Классификация предельных циклов. Поведение траекторий линейной однородной системы второго порядка с постоянными действительными коэффициентами. Случай, когда фазовая картина носит название устойчивый или неустойчивый узел. Случай, когда фазовая картина носит название седло. Случай, когда фазовая картина носит название устойчивый или неустойчивый фокус. Различные вырожденные случаи.

лабораторная работа (8 часа(ов)):

Построение траекторий линейных однородных систем второго порядка с постоянными действительными коэффициентами.

Тема 8. Ламповый генератор. Теория устойчивости. Устойчивость нулевого решения линейной однородной системы с постоянными коэффициентами. Лемма Ляпунова. Теорема Ляпунова.

лекционное занятие (3 часа(ов)):

Теория устойчивости по Ляпунову решений систем дифференциальных уравнений. Теорема об устойчивости нулевого решения линейной однородной системы с постоянными коэффициентами. Достаточное условие устойчивости нулевого решения нормальной системы Лемма Ляпунова. Исследование решений нормальной системы дифференциальных уравнений на устойчивость путем ее линеаризации. Теорема Ляпунова об устойчивости решений нормальной системы дифференциальных уравнений по первому приближению.

лабораторная работа (6 часа(ов)):

Исследование устойчивости по первому приближению. Исследование устойчивости при помощи функции Ляпунова.

Тема 9. Уравнения с частными производными первого порядка. Постановка и геометрическая интерпретация задачи Коши. Решение задачи Коши для квазилинейного уравнения. Линейное однородное уравнение с частными производными первого порядка и первые интегралы автономных систем.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Дифференциальные уравнения, в которых искомая функция зависит от нескольких независимых переменных. Постановка и геометрическая интерпретация задачи Коши для уравнения с частными производными первого порядка. Постановка задачи Коши для линейного уравнения с частными производными первого порядка. Связь между решениями уравнения с частными производными первого порядка и первыми интегралами характеристической системы. Теорема о существовании $n-1$ независимых первых интегралов характеристической системы. Теорема об общем виде первого интеграла характеристической системы. Теорема об общем решении линейного уравнения с частными производными первого порядка. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для линейного уравнения с частными производными первого порядка. Квазилинейное неоднородное уравнение с частными производными первого порядка. Характеристическая система для квазилинейного неоднородного уравнения с частными производными первого порядка. Теорема о связи между характеристиками характеристической системы для квазилинейного неоднородного уравнения с частными производными первого порядка и интегральной поверхностью этого уравнения. Теорема о сведении квазилинейного неоднородного уравнения с частными производными первого порядка к линейному однородному уравнению с частными производными первого порядка. Задача Коши для квазилинейного неоднородного уравнения с частными производными первого порядка. Постановка задачи. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для квазилинейного неоднородного уравнения с частными производными первого порядка.

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Нелинейные системы дифференциальных уравнений. Построение общего решения квазилинейных уравнений с частными производными первого порядка и решение задачи Коши.

Тема 10. Решение задачи Коши для нелинейного уравнения с частными производными первого порядка.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Нелинейные уравнения с частными производными первого порядка. Характеристическая система для нелинейного уравнения с частными производными первого порядка. Решение задачи Коши для нелинейного уравнения с частными производными первого порядка. Примеры задач на решение задачи Коши для нелинейных дифференциальных уравнений с частными производными первого порядка, иллюстрирующих необходимость всех условий в теореме о существовании и единственности решения задачи Коши для нелинейного неоднородного уравнения с частными производными первого порядка.

лабораторная работа (8 часа(ов)):

Примеры задач на решение задачи Коши для нелинейных дифференциальных уравнений с частными производными первого порядка.

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Основные понятия и определения. Приведение общей системы дифференциальных уравнений к системе уравнений первого порядка. Нормальная система дифференциальных уравнений. Геометрическая интерпретация нормальной системы дифференциальных уравнений. Задача Коши.	3	1-6	подготовка к устному опросу Решение задач 1-220 из задачника А.Ф.Филиппова.	19	устный опрос
2.	Тема 2. Вспомогательные сведения из анализа и линейной алгебры. Линейные операторы в комплексном векторном пространстве. Комплексные функции действительного переменного. Леммы о вектор-функциях. Теоремы существования и единственности решения задачи Коши для нормальной системы дифференциальных уравнений и дифференциального уравнения, разрешенного относительно старшей производной.	3	7-8	подготовка к устному опросу Изучение теоремы существования и единственности решения задачи Коши для	4	устный опрос

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
3.	Тема 3. Непродолжаемые решения. Теорема о непродолжаемом решении. Уравнения, не разрешенные относительно производной. Огибающая однопараметрического семейства кривых. Особые решения. Непрерывность и дифференцируемость решения задачи Коши для нормальной системы по параметрам и начальным данным.	3	9-15	подготовка к устному опросу Решение задач 241-286 из задачника А.Ф.Филиппова	10	устный опрос
4.	Тема 4. Нормальные системы линейных дифференциальных уравнений. Свойства решений. Определитель Вронского. Фундаментальная система решений. Формула Лиувилля. Общее решение. Метод вариации постоянных. Линейные уравнения. Формула Лиувилля. Метод вариации постоянных. Линейные уравнения и системы с комплексными коэффициентами. Выделение действительных решений.	3	16	подготовка к устному опросу Решение задач из параграфа 12 из задачника А.Ф.Филиппова.	11	устный опрос

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
5.	<p>Тема 5. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристический многочлен как оператор дифференцирования, его свойства. Построение фундаментальной системы решений. Понятие квазимногочлена и его свойства. Метод неопределенных коэффициентов отыскания частного решения неоднородного уравнения с квазимногочленом в правой части. Выделение действительных решений. Метод исключения для общей линейной системы с постоянными коэффициентами. Нормализуемые системы. Понятие решений системы, соответствующих корням ее определителя. Теорема об общем решении.</p>	3	17-18	подготовка к устному опросу	4	устный опрос
				Решение задач из параграфа 11 из задачника А.Ф. Филиппова. подготовка к письменной работе	6	письменная работа
6.	Тема 6. Краевые задачи для линейных дифференциальных уравнений второго порядка. Метод факторизации. Метод функции Грина	4	1-4	подготовка к устному опросу	12	устный опрос

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
7.	Тема 7. Автономные системы дифференциальных уравнений. Свойства решений. Кинематическая и геометрическая интерпретация. Три вида траекторий автономных систем. Траектории автономных систем на плоскости. Функция последования и ее свойства. Предельные циклы. Классификация предельных циклов. Поведение траекторий линейной однородной системы второго порядка с постоянными действительными коэффициентами.	4	5-8	подготовка к устному опросу	10	устный опрос
8.	Тема 8. Ламповый генератор. Теория устойчивости. Устойчивость нулевого решения линейной однородной системы с постоянными коэффициентами. Лемма Ляпунова. Теорема Ляпунова.	4	9-11	подготовка к устному опросу Изучение работы лампового генератора по книге Л.С.Понтрягина "Обыкновен"	6	устный опрос
9.	Тема 9. Уравнения с частными производными первого порядка. Постановка и геометрическая интерпретация задачи Коши. Решение задачи Коши для квазилинейного уравнения. Линейное однородное уравнение с частными производными первого порядка и первые интегралы автономных систем.	4	12-13	подготовка к устному опросу Решение задач 1141-1188 из задачника А.Ф.Филиппова.	3	устный опрос

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
10.	Тема 10. Решение задачи Коши для нелинейного уравнения с частными производными первого порядка.	4	14-17	подготовка к письменной работе Решение задач 1189-1223 из задачника А.Ф.Филиппова.	4	письменная работа
				подготовка к устному опросу	4	устный опрос
	Итого				93	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Использование компьютерного пакета "Математика" при решении обыкновенных дифференциальных уравнений.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Основные понятия и определения. Приведение общей системы дифференциальных уравнений к системе уравнений первого порядка. Нормальная система дифференциальных уравнений. Геометрическая интерпретация нормальной системы дифференциальных уравнений. Задача Коши.

устный опрос , примерные вопросы:

Проверяется умение решать задачи из задачника А.Ф.Филиппова, параграфы 1-6. Вопросы: Что такое нормальная система обыкновенных дифференциальных уравнений? Каков геометрический смысл задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений?

Тема 2. Вспомогательные сведения из анализа и линейной алгебры. Линейные операторы в комплексном векторном пространстве. Комплексные функции действительного переменного. Леммы о вектор-функциях. Теоремы существования и единственности решения задачи Коши для нормальной системы дифференциальных уравнений и дифференциального уравнения, разрешенного относительно старшей производной.

устный опрос , примерные вопросы:

Проверяется понимание студентом теоремы существования и единственности решения задачи Коши для нормальной системы дифференциальных уравнений и дифференциального уравнения, разрешенного относительно старшей производной. Вопросы: Дать определение нормы линейного оператора. Каковы достаточные условия для существования решения задачи Коши для нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений? Каковы достаточные условия для единственности решения задачи Коши для нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений?

Тема 3. Непродолжаемые решения. Теорема о непродолжаемом решении. Уравнения, не разрешенные относительно производной. Огибающая однопараметрического семейства кривых. Особые решения. Непрерывность и дифференцируемость решения задачи Коши для нормальной системы по параметрам и начальным данным.

устный опрос , примерные вопросы:

Проверяется умение решать задачи из задачника А.Ф.Филиппова, параграф 8. Вопросы: Что такое продолжения решения обыкновенного дифференциального уравнения? Какое решение обыкновенного дифференциального уравнения называется непродолжаемым?

Тема 4. Нормальные системы линейных дифференциальных уравнений. Свойства решений. Определитель Вронского. Фундаментальная система решений. Формула Лиувилля. Общее решение. Метод вариации постоянных. Линейные уравнения. Формула Лиувилля. Метод вариации постоянных. Линейные уравнения и системы с комплексными коэффициентами. Выделение действительных решений.

устный опрос , примерные вопросы:

Проверяется умение студента решать нормальные системы линейных дифференциальных уравнений. Вопросы: Дать определение нормальной системы линейных дифференциальных уравнений. Каковы свойства вронскиана? В чем состоит метод вариации постоянных при решении неоднородной нормальной системы линейных дифференциальных уравнений?

Тема 5. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристический многочлен как оператор дифференцирования, его свойства. Построение фундаментальной системы решений. Понятие квазимногочлена и его свойства. Метод неопределенных коэффициентов отыскания частного решения неоднородного уравнения с квазимногочленом в правой части. Выделение действительных решений. Метод исключения для общей линейной системы с постоянными коэффициентами. Нормализуемые системы. Понятие решений системы, соответствующих корням ее определителя. Теорема об общем решении.

письменная работа , примерные вопросы:

Проверяется умение решать задачи из задачника А.Ф.Филиппова, параграф 11.

устный опрос , примерные вопросы:

Вопросы: В чем состоит операторный метод решения системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами? Что мы называем квазимногочленом? В чем суть метода исключения при решении системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами?

Тема 6. Краевые задачи для линейных дифференциальных уравнений второго порядка. Метод факторизации. Метод функции Грина

устный опрос , примерные вопросы:

Проверяется умение решать задачи из задачника А.Ф.Филиппова, параграф 13. Вопросы: Дать постановку краевой задачи первого рода для обыкновенного дифференциального уравнения. Что называется функцией Грина краевой задачи?

Тема 7. Автономные системы дифференциальных уравнений. Свойства решений. Кинематическая и геометрическая интерпретация. Три вида траекторий автономных систем. Траектории автономных систем на плоскости. Функция последования и ее свойства. Предельные циклы. Классификация предельных циклов. Поведение траекторий линейной однородной системы второго порядка с постоянными действительными коэффициентами.

устный опрос , примерные вопросы:

Проверяется умение решать задачи из задачника А.Ф.Филиппова, параграф 17. Вопросы: Чем отличается автономная система дифференциальных уравнений от неавтономной? Каковы свойства решений автономных систем? Что называется предельным циклом?

Тема 8. Ламповый генератор. Теория устойчивости. Устойчивость нулевого решения линейной однородной системы с постоянными коэффициентами. Лемма Ляпунова. Теорема Ляпунова.

устный опрос , примерные вопросы:

Предлагается разобрать принцип работы простейшего лампового генератора. Вопросы: Как связана устойчивая работа лампового генератора с понятием предельного цикла автономной системы дифференциальных уравнений? Дать достаточные критерии устойчивости решения задачи Коши для нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

Тема 9. Уравнения с частными производными первого порядка. Постановка и геометрическая интерпретация задачи Коши. Решение задачи Коши для квазилинейного уравнения. Линейное однородное уравнение с частными производными первого порядка и первые интегралы автономных систем.

устный опрос , примерные вопросы:

Проверяется умение решать задачи из задачника А.Ф.Филиппова, параграфы 19, 20. Вопросы: Сравните степень свободы общего решения обыкновенного дифференциального уравнения и уравнения с частными производными. Какова связь дифференциальных уравнений с частными производными первого порядка и автономными системами обыкновенных дифференциальных уравнений?

Тема 10. Решение задачи Коши для нелинейного уравнения с частными производными первого порядка.

письменная работа , примерные вопросы:

Проверяется умение решать задачи из задачника А.Ф.Филиппова, параграф 20.

устный опрос , примерные вопросы:

Проверяется умение решать задачи из задачника А.Ф.Филиппова, параграф 20. Вопросы: Дать постановку задачи Коши для нелинейного уравнения с частными производными первого порядка. Чем она отличается от постановки задачи Коши для линейного дифференциального уравнения первого порядка?

Тема . Итоговая форма контроля

Тема . Итоговая форма контроля

Примерные вопросы к зачету и экзамену:

В течение семестра студенты решают задачи, указанные преподавателем, к каждому семинару. В каждом семестре проводятся по 2 контрольные работы (на семинарах). Зачет выставляется после решения всех задач контрольных работ.

приложение 1

ВОПРОСЫ К ЗАЧЕТУ

Тема: Основные понятия и определения.

1. Дать определение обыкновенного дифференциального уравнения n -го порядка.
2. Что понимается под решением обыкновенного дифференциального уравнения.
3. Дать определение системы обыкновенных дифференциальных уравнений.
4. Дать определение решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

Тема: Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.

1. Вывести уравнение радиоактивного распада и дать основные характеристики процесса.
2. Вывести уравнение математического маятника.
3. Вывести уравнение, описывающее закон размножения бактерий.

Тема: Нормальная система дифференциальных уравнений.

1. Дать определение нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений.
2. Сформулировать задачу Коши для нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений.
3. Дать геометрическую интерпретацию нормальной системы и ее решений. Описать их связь.

Тема: Теорема существования и единственности для решения задачи Коши для нормальной системы.

1. Почему все условия теоремы существования и единственности существенны? Подтвердить это примером.
2. Дать формулировку теоремы существования и единственности для решения задачи Коши для нормальной системы.

Тема: Продолжение решений.

1. Что такое продолжение решения?
2. Какое решение называется непродолжаемым?
3. Критерий непродолжаемости решения.

Тема: Уравнения, не разрешенные относительно производной.

1. Дать определение огибающей однопараметрического семейства кривых.

2. Что такое особое решение?

3. Как связаны особые решения и огибающая семейства интегральных кривых дифференциального уравнения?

Тема: Непрерывность и дифференцируемость решения задачи Коши по параметрам и начальным значениям.

1. Дать формулировку теоремы о непрерывной зависимости решения задачи Коши по параметрам и начальным значениям.

2. Сформулировать теорему о дифференцируемости решения задачи Коши по параметрам и начальным значениям.

Тема: Нормальные системы линейных дифференциальных уравнений.

1. Каково пространство решений нормальной системы линейных дифференциальных уравнений?

2. Что такое фундаментальная система решений?

3. Что такое определитель Вронского?

4. В чем состоит метод вариации произвольных постоянных?

5. Какова структура общего решения нормальной неоднородной системы линейных дифференциальных уравнений?

Тема: Линейные уравнения с постоянными коэффициентами.

1. В чем состоит операционный метод решения линейного уравнения с постоянными коэффициентами?

2. Какова суть метода исключения для решения системы линейных уравнений с постоянными коэффициентами?

3. Какова структура общего решения системы линейных уравнений с постоянными коэффициентами?

Тема: Краевые задачи для линейных дифференциальных уравнений второго порядка.

1. Решить краевую задачу методом стрельбы.

2. Решить краевую задачу методом прогонки.

3. Решить краевую задачу методом функции Грина.

Тема: Автономные системы дифференциальных уравнений.

1. Какая система дифференциальных уравнений называется автономной?

2. Назвать основные свойства траекторий автономных систем.

3. Дать определение предельного цикла.

4. Дать критерий существования предельного цикла.

Тема: Поведение траекторий линейной однородной системы второго порядка с постоянными действительными коэффициентами.

1. В каком случае фазовая картина линейной однородной системы второго порядка с постоянными действительными коэффициентами называется седлом?

2. В каком случае фазовая картина линейной однородной системы второго порядка с постоянными действительными коэффициентами называется устойчивым (неустойчивым) узлом?

3. В каком случае фазовая картина линейной однородной системы второго порядка с постоянными действительными коэффициентами называется устойчивым (неустойчивым) фокусом?

4. В каком случае фазовая картина линейной однородной системы второго порядка с постоянными действительными коэффициентами называется центром?

5. Описать фазовую картину в вырожденных случаях.

Тема: Ламповый генератор.

1. Вывести уравнение, описывающее работу лампового генератора.

2. Исследовать уравнение лампового генератора, найти его предельный цикл.

Тема: Уравнения с частными производными первого порядка.

1. Дать определение уравнения с частными производными первого порядка.
2. Что такое квазилинейное уравнение с частными производными первого порядка?
3. Постановка задачи Коши для квазилинейного уравнения с частными производными первого порядка.
4. Метод характеристик решения задачи Коши для квазилинейного уравнения с частными производными первого порядка.
5. Задачи Коши для нелинейного уравнения с частными производными первого порядка.

приложение 2

ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ

1. Теорема единственности.
2. Теорема существования.
3. Теорема о непродолжаемом решении.
4. Уравнения, не разрешенные относительно производной. Особые решения.
5. Зависимость решения задачи Коши от параметров и начальных данных.
6. Нормальная система линейных дифференциальных уравнений. Фундаментальная система решений.
7. Формула Лиувилля.
8. Метод вариации произвольных постоянных.
9. Линейные уравнения. Формула Лиувилля, метод вариации произвольных постоянных.
10. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами (случай простых корней).
11. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами (случай кратных корней).
12. Метод неопределенных коэффициентов.
13. Общая линейная система с постоянными коэффициентами. Метод исключения.
14. Устойчивость нулевого решения линейной однородной системы с постоянными коэффициентами.
15. Лемма Ляпунова.
16. Теорема Ляпунова.
17. Автономные системы. Свойства решений. Свойства множества периодов.
18. Три вида траекторий автономных систем.
19. Поведение траекторий автономных систем на плоскости. Функция последования, ее свойства.
20. Замкнутые траектории. Предельные циклы.
21. Поведение траекторий линейной однородной системы второго порядка с постоянными коэффициентами (случай действительных собственных значений).
22. Поведение траекторий линейной однородной системы второго порядка с постоянными коэффициентами (случай комплексно-сопряженных собственных значений).
23. Поведение траекторий линейной однородной системы второго порядка с постоянными коэффициентами (вырожденные случаи).
24. Уравнение с частными производными первого порядка. Характеристики квазилинейного уравнения, теоремы 1,2.
25. Задача Коши для квазилинейного уравнения.
26. Первые интегралы автономных систем и линейное однородное уравнение с частными производными первого порядка.
27. Независимые первые интегралы.
28. Решение задачи Коши для нелинейного уравнения с частными производными первого

7.1. Основная литература:

Обыкновенные дифференциальные уравнения, Сикорский, Юрий Станиславович; Михлин, С. Г., 2010г.

Дифференциальные уравнения. Основы теории, методы решения задач, Киясов, Сергей Николаевич; Шурыгин, Вадим Васильевич, 2011г.

1. Бибиков Ю. Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений.

"Лань"Издательство:978-5-8114-1176-4ISBN: 2011Год: 2-е изд.,

стереотип. 304 стр. http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=1542

2. Демидович Б.П., Моденов В.П. Дифференциальные уравнения "Лань"Издательство:- 978-5-8114-0677-7ISBN:- 2008 Год: 3-е изд.Издание: 288 стр.

http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=126

7.2. Дополнительная литература:

Дифференциальные уравнения, Эльсгольц, Лев Эрнестович, 2013г.

Дифференциальные уравнения для инженерных направлений, Егоров, Анатолий Иванович; Мухарлямов, Руслан Камилевич; Панкратьева, Татьяна Николаевна, 2013г.

1. Петрушко И.М. Курс высшей математики. Интегральное исчисление. Функции нескольких переменных. Дифференциальные уравнения. Лекции и практикум. 2008. Лань. 2008. 608 стр. http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=306

2. Треногин В.А. Обыкновенные дифференциальные уравнения: учебник. - М.: Физматлит, 2009. - 312 с.

http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2341

3. Групповой анализ дифференциальных уравнений: [учебно-методическое пособие] / В. В. Шурыгин; Казан. (Приволж.) федер. ун-т. Казань: [Казанский (Приволжский) федеральный университет], 2010. 75 с.

7.3. Интернет-ресурсы:

Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям / А.Ф. Филиппов. Москва; Ижевск: Регуляр. и хаотич. динамика, 2005.-174 с. - <http://lib.mexmat.ru/books/48>

Васильева А.Б., Медведев Г.Н., Тихонов Н.А., Уразгильдина Т.А. Дифференциальные и интегральные уравнения, вариационное исчисление в примерах и задачах дифференциальные уравнения и основы вариационного исчисления. М.: Физматлит, 2003. -

http://e.lanbook.com/books/?p_f_1_65=917&p_f_1_63=2787&p_f_1_67=912

Наймарк М.А. Линейные дифференциальные операторы. Физматлит, 2010, 528 с. -

http://e.lanbook.com/books/?p_f_1_65=917&p_f_1_63=2787&p_f_1_67=912

Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения: учебник для студ. математ. спец. ун-тов / Л.С. Понтрягин.-5-е изд.-Москва: Наука, 1982.-332с. -

<http://lib.mexmat.ru/books/64/s2>

Треногин В.А. Обыкновенные дифференциальные уравнения, Физматлит, 2009, 312 с. -

http://e.lanbook.com/books/?p_f_1_65=917&p_f_1_63=2787&p_f_1_67=912

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Дифференциальные уравнения" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

учебные аудитории для проведения лекционных и семинарских занятий.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010200.62 "Математика и компьютерные науки" и профилю подготовки Математическое и компьютерное моделирование .

Автор(ы):

Бикчантаев И.А. _____

"__" _____ 201__ г.

Рецензент(ы):

Авхадиев Ф.Г. _____

"__" _____ 201__ г.