

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное учреждение
высшего профессионального образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



подписано электронно-цифровой подписью

Программа дисциплины
Математический анализ Б3.Б.1

Направление подготовки: 010200.62 - Математика и компьютерные науки

Профиль подготовки: Математическое и компьютерное моделирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Автор(ы):

Салахудинов Р.Г.

Рецензент(ы):

Насыров С.Р.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Насыров С. Р.

Протокол заседания кафедры No ___ от "___" _____ 201__ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No ___ от "___" _____ 201__ г

Регистрационный No 81725714

Казань
2014

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Салахудинов Р.Г. Кафедра математического анализа отделение математики , Rustem.Salahudinov@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

Формирование математической культуры студентов, фундаментальная подготовка студентов в области математического анализа, овладение современным аппаратом математического анализа для дальнейшего использования в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания.

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б3.Б.1 Профессиональный" основной образовательной программы 010200.62 Математика и компьютерные науки и относится к базовой (общепрофессиональной) части. Осваивается на 1, 2 курсах, 1, 2, 3, 4 семестры.

Дисциплина "Математический анализ" включена в базовую часть профессионального цикла, является базовой дисциплиной в освоении математических знаний. Освоение математического анализа необходимо для изучения всех дисциплин высшей математики и механики.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОК-11 (общекультурные компетенции)	фундаментальной подготовкой по основам профессиональных знаний и готовностью к использованию их в профессиональной деятельности
ОК-14 (общекультурные компетенции)	способностью к анализу и синтезу
ОК-15 (общекультурные компетенции)	способностью к письменной и устной коммуникации на русском языке
ОК-6 (общекультурные компетенции)	способностью применять знания на практике
ПК-13 (профессиональные компетенции)	глубоким пониманием сути точности фундаментального знания
ПК-16 (профессиональные компетенции)	выделением главных смысловых аспектов в доказательствах
ПК-2 (профессиональные компетенции)	умением понять поставленную задачу
ПК-29 (профессиональные компетенции)	возможностью преподавания физико-математических дисциплин и информатики в средней школе и средних специальных образовательных учреждениях на основе полученного фундаментального образования
ПК-3 (профессиональные компетенции)	умением формулировать результат

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-4 (профессиональные компетенции)	умением строго доказать утверждение
ПК-5 (профессиональные компетенции)	умением на основе анализа увидеть и корректно сформулировать результат
ПК-6 (профессиональные компетенции)	умением самостоятельно увидеть следствия сформулированного результата
ПК-7 (профессиональные компетенции)	умением грамотно пользоваться языком предметной области
ПК-8 (профессиональные компетенции)	умением ориентироваться в постановках задач
ПК-10 (профессиональные компетенции)	пониманием корректности постановок задач
ПК-18 (профессиональные компетенции)	умением публично представить собственные и известные научные результаты

В результате освоения дисциплины студент:

4. должен демонстрировать способность и готовность:

- 1) Знать: основные понятия, определения и свойства объектов математического анализа, формулировки и доказательства утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их связи и приложения в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания.
- 2) Уметь: доказывать утверждения математического анализа, решать задачи математического анализа, уметь применять полученные навыки в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания.
- 3) Владеть: аппаратом математического анализа, методами доказательства утверждений, навыками применения этого в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания.

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 25 зачетных(ые) единиц(ы) 900 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины экзамен в 1 семестре; экзамен во 2 семестре; экзамен в 3 семестре; экзамен в 4 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Понятие функции. Действительные числа.	1	1-3	6	0	12	домашнее задание тестирование устный опрос
2.	Тема 2. Предел числовой последовательности.	1	4-6	8	0	12	устный опрос домашнее задание
3.	Тема 3. Предел и непрерывность функций.	1	7-9	10	0	12	коллоквиум контрольная работа домашнее задание
4.	Тема 4. Дифференцирование.	1	10-12	10	0	12	тестирование домашнее задание
5.	Тема 5. Приложения понятия производной.	1	13-15	10	0	12	устный опрос домашнее задание
6.	Тема 6. Исследование функций с помощью производной	1	16-18	10	0	12	контрольная работа домашнее задание
7.	Тема 7. Первообразная и неопределенный интеграл.	2	1-3	12	0	14	домашнее задание тестирование
8.	Тема 8. Интеграл Римана и его приложения.	2	4-6	16	0	14	контрольная работа домашнее задание
9.	Тема 9. Отображения в евклидовых пространствах. Линейные отображения.	2	7-9	14	0	12	устный опрос домашнее задание
10.	Тема 10. Дифференцирование отображений.	2	10-13	14	0	14	устный опрос домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
11.	Тема 11. Локальный экстремум функции. Теорема о существовании неявной функции. Метод Лагранжа.	2	14-17	12	0	14	контрольная работа домашнее задание
12.	Тема 12. Числовые ряды. Несобственные интегралы.	3	1-5	12	0	16	контрольная работа тестирование домашнее задание
13.	Тема 13. Мера Жордана	3	5-10	16	0	18	коллоквиум домашнее задание
14.	Тема 14. Кратные интегралы Римана и их приложения	3	10-14	16	0	18	контрольная работа домашнее задание
15.	Тема 15. Кратные несобственные интегралы.	3	15-16	5	0	10	устный опрос домашнее задание
16.	Тема 16. Элементы интегрирования по многообразиям.	3	17-18	5	0	10	контрольная работа домашнее задание
17.	Тема 17. Интегралы, зависящие от параметра.	4	1-4	12	0	16	тестирование домашнее задание
18.	Тема 18. Последовательности и ряды функций.	4	5-8	12	0	16	контрольная работа домашнее задание
19.	Тема 19. Векторные пространства функций.	4	9-11	9	0	12	устный опрос домашнее задание
20.	Тема 20. Ряды и интегралы Фурье.	4	12-14	9	0	12	устный опрос домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
21.	Тема 21. Элементы теории обобщенных функций.	4	15-17	9	0	12	контрольная работа домашнее задание
	Тема . Итоговая форма контроля	1		0	0	0	экзамен
	Тема . Итоговая форма контроля	2		0	0	0	экзамен
	Тема . Итоговая форма контроля	3		0	0	0	экзамен
	Тема . Итоговая форма контроля	4		0	0	0	экзамен
	Итого			227	0	280	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Понятие функции. Действи-тельные числа.

лекционное занятие (6 часа(ов)):

Множества и операции над ними. Функции(отображения). Образ множества при отображении. Инъективные, сюръективные и биективные отображения. равномошные множества. Счетные множества. Числовые функции. Числовые последовательности. График функции. Обратная функция и условия ее существования. Операции над числовыми функциями. Бином Ньютона. Аксиоматическое определение действительных чисел. Верхняя и нижняя грани числового множества. Характеристическое свойство верхней грани. Топология числовой прямой (окрестности, открытые и замкнутые множества, предельные и изолированные точки множества). Расширенная числовая прямая.

лабораторная работа (12 часа(ов)):

Множества и операции над ними. Функции (отображения). Образ множества при отображении. Инъективные, сюръективные и биективные отображения. Числовые функции. Числовые последовательности. График функции. Обратная функция и условия ее существования. Операции над числовыми функциями. Бином Ньютона. Верхняя и нижняя грани числового множества. Характеристическое свойство верхней грани. Топология числовой прямой (окрестности, открытые и замкнутые множества, предельные и изолированные точки множества).

Тема 2. Предел числовой последовательности.

лекционное занятие (8 часа(ов)):

Предел числовой последовательности. Подпоследовательность. Элементарные свойства предела (единственность предела, свойство 2-х милиционеров, ограниченность сходящейся последовательности, арифметические свойства). Основные свойства предела (сходимость монотонных последовательностей, лемма о вложенных отрезках, существование сходящейся подпоследовательности, фундаментальные последовательности и критерий Коши). Несчётность \mathbb{R} . Пределы в расширенной числовой прямой. Верхний и нижний пределы последовательности и их свойства.

лабораторная работа (12 часа(ов)):

Предел числовой последовательности. Подпоследовательность. Предел ограниченной монотонной числовой последовательности. Пределы в расширенной числовой прямой. Верхний и нижний пределы последовательности. Критерий Коши сходимости числовой последовательности.

Тема 3. Предел и непрерывность функций.

лекционное занятие (10 часа(ов)):

Предел функции в точке. Эквивалентность определений на языках последовательностей, ε - δ , окрестностей. Свойства предела: единственность, ограниченность функции в окрестности точки существования предела, арифметические свойства, теорема о 2-х милиционерах, критерий Коши существования предела, свойство сохранения знака. Число φ ?

Асимптотические равенства. Свойства эквивалентных функций и замечательные эквивалентности. Непрерывность функции в точке. Свойства функции непрерывной в точке: ограниченность в окрестности точки непрерывности, сохранение знака, арифметические свойства, непрерывность суперпозиции функций. Точки разрыва. Непрерывные функции. Свойства функций непрерывных на отрезке: ограниченность, достижение границ, свойство промежуточных значений, равномерная непрерывность. Теорема о непрерывности обратной функции. Важнейшие элементарные функции (показательная, логарифмическая, степенная). Точки разрыва 1-го и 2-го рода.

лабораторная работа (12 часа(ов)):

Методы вычисления пределов функций. Исследование непрерывности функций. Точки разрыва 1-го и 2-го рода.

Тема 4. Дифференцирование.

лекционное занятие (10 часа(ов)):

Касательная к кривой. Дифференцируемость функции в точке. Производная функции в точке. Касательное отображение. Дифференциал функции его геометрический смысл. Правая (левая) производная функции в точке. Свойства производной: однозначная определённость, непрерывность дифференцируемой функции. Арифметические свойства операции дифференцирования. Дифференцирование суперпозиции функций. Дифференцирование обратной функции. Таблица производных элементарных функций. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница.

лабораторная работа (12 часа(ов)):

Техника дифференцирования.

Тема 5. Приложения понятия производной.

лекционное занятие (10 часа(ов)):

Основные теоремы дифференциального исчисления (Ролля, Коши, Лагранжа). Правило Лопиталя. Формула Тейлора с остатком в форме Лагранжа. Локальная формула Тейлора (с остатком в форме Пеано). Единственность представления функции с остатком в форме Пеано. Формулы Тейлора для основных элементарных функций (с анализом стремления остатка к нулю).

лабораторная работа (12 часа(ов)):

Исследование функций. Правило Лопиталя. Формула Тейлора с остатком в форме Лагранжа. Локальная формула Тейлора (с остатком в форме Пеано).

Тема 6. Исследование функций с помощью производной

лекционное занятие (10 часа(ов)):

Локальный экстремум. Необходимые условия локального экстремума. Достаточные условия локального экстремума. Возрастание и убывание функций на отрезке. Выпуклость кривой в точке. Точки перегиба. Асимптоты. Неравенства Гельдера, Минковского.

лабораторная работа (12 часа(ов)):

Исследование и построение графиков функций.

Тема 7. Первообразная и неопределенный интеграл.

лекционное занятие (12 часа(ов)):

Свойства неопределённого интеграла (формула интегрирования по частям, формула замены переменной). Разложение рациональной функции на элементарные дроби. Метод Остроградского ? Эрмита. Отыскание первообразных для рациональных функций. Интегралы приводящиеся к интегрированию рациональных функций (рациональная функция от дробно-линейной, рациональная функция от синуса и косинуса, рациональные функции, содержащие квадратный трех член под квадратным корнем, дифференциальный бином).

лабораторная работа (14 часа(ов)):

Техника отыскания первообразной функции.

Тема 8. Интеграл Римана и его приложения.

лекционное занятие (16 часа(ов)):

Задачи, приводящие к понятию интеграла Римана. Определения интеграла Римана (на языке последовательностей, на языке $\varepsilon \delta$), их эквивалентность. Необходимое условие интегрируемости функции. Множества лебеговой меры нуль и их свойства. Теорема Лебега (формулировка). Интегрируемость монотонной функции. Свойства интеграла Римана (линейность, интегрируемость произведения функций, модуля функции). Свойство аддитивности интеграла Римана относительно области интегрирования. Свойства интеграла, связанные с неравенствами. Теорема о среднем значении (с её уточнением для непрерывной функции). Свойство непрерывности интеграла, как функции своего верхнего предела. Теорема о существовании первообразной. Формула Ньютона - Лейбница. Обобщённая формула Ньютона ? Лейбница. Гладкие и непрерывные кусочно-гладкие функции и их свойства. Формула интегрирования по частям и формула замены переменной в интеграле Римана. Верхняя и нижняя суммы Дарбу и их свойства. Интегралы Дарбу. Критерий Дарбу интегрируемости функции. Интегрируемость непрерывной функции. Формула Тейлора с остатком в интегральной форме. Обоснование логарифмической функции. Геометрические приложения (площадь плоской фигуры в полярной системе координат, длина плоской кривой, площадь поверхности вращения, объём тела вращения). Приближённое вычисление интегралов (формулы прямоугольников (с оценкой погрешности), трапеций, Симпсона).

лабораторная работа (14 часа(ов)):

Методы вычисления интеграла Римана. Приложения интеграла Римана.

Тема 9. Отображения в евклидовых пространствах. Линейные отображения.

лекционное занятие (14 часа(ов)):

Комплексные и вещественные евклидовы пространства. Норма вектора и её свойства. Топология евклидова пространства: шары, открытые и замкнутые множества и их свойства, предельные и изолированные точки множества. Критерий замкнутости множества (в терминах предельных точек). Расширенное евклидово пространство. Компактные множества. Критерий компактности множества в евклидовом пространстве. Теоремы Вейерштрасса и Больцано-Вейерштрасса. Отображения из одного евклидова пространства в другое, функции нескольких переменных, вектор-функции. Предел векторной последовательности и его свойства. Критерий Коши сходимости векторной последовательности. Предел функции в точке и его свойства. Предел по направлению. Функции непрерывные в точке и их свойства (арифметические свойства, непрерывность суперпозиции). Свойства непрерывных функций на компактных множествах (ограниченность, равномерная непрерывность, достижение точных граней для функций нескольких переменных). Линейно связные множества в евклидовых пространствах. Аналог теоремы о промежуточных значениях для линейно связных множеств. Линейные отображения из одного евклидова пространства в другое. Представление линейных отображений матрицами. Условия обратимости линейных отображений. Евклидова и операторная нормы линейного отображения и их свойства.

лабораторная работа (12 часа(ов)):

Открытые и замкнутые множества в многомерном пространстве. Отображения в евклидовых пространствах. Линейные отображения. Непрерывность функции многих переменных.

Тема 10. Дифференцирование отображений.

лекционное занятие (14 часа(ов)):

Производная (касательное отображение) и дифференциал отображения в точке. Свойства касательного отображения (однозначная определённость, арифметические свойства, дифференцирование линейной функции, суперпозиции отображений; связь дифференцируемости и непрерывности). Частные производные и их геометрический смысл. Матрица Якоби касательного отображения; случай функции многих переменных, случай вектор-функции. Формула для полной производной. Условия дифференцируемости отображения. Арифметические свойства производной для функций многих переменных. Касательная плоскость. Производная отображения в области. Непрерывно дифференцируемое отображение. Критерий непрерывной дифференцируемости отображения. Производные отображения высших порядков. Условия не зависимости ч.п. от порядка дифференцирования.

лабораторная работа (14 часа(ов)):

Вычисление частных производных и первого дифференциала многозначных функций. Вычисление частных производных и дифференциалов многозначных функций высших порядков.

Тема 11. Локальный экстремум функции. Теорема о существовании неявной функции. Метод Лагранжа.

лекционное занятие (12 часа(ов)):

Формула Тейлора для функций многих переменных с остатками в форме Лагранжа и Пеано. Интеграл от непрерывной вектор-функции и его свойства. Оценочная формула Лагранжа. Формула Лагранжа для функций многих переменных. Теорема о дифференцировании обратной функции. Теорема о существовании неявной функции. Локальный экстремум функции (необходимое условие, достаточные условия). Локальный относительный экстремум. Метод Лагранжа.

лабораторная работа (14 часа(ов)):

Отыскание глобального и локального экстремума функции многих переменных. Теорема Вейерштрасса и метод Лагранжа.

Тема 12. Числовые ряды. Несобственные интегралы.

лекционное занятие (12 часа(ов)):

Числовые ряды. Арифметические свойства. Условия сходимости рядов: критерий Коши, необходимое условие сходимости знакопостоянного ряда. Ряд Лейбница. Признаки сходимости знакопостоянных рядов: признаки сравнения, признак Даламбера, признак Коши. Интегральный признак сходимости числового ряда. Абсолютно сходящиеся числовые ряды. Основная теорема для абсолютно сходящихся рядов. Признаки сходимости знакопеременных рядов: признак Дирихле, признак Абеля. Двойные ряды. Перемножение абсолютно сходящихся рядов. Интеграл с особенностью в одном из концов. Несобственные интегралы (общий случай). Интеграл в смысле главного значения. Арифметические свойства интегралов с особенностью. Критерий Коши сходимости интеграла. Формула Ньютона-Лейбница для интегралов с особенностью. Критерий сходимости для интегралов со знакопостоянной функцией. Признаки сходимости для интегралов со знакопостоянными функциями. Связь несобственных интегралов с рядами. Абсолютно сходящиеся интегралы. Признаки сходимости Дирихле и Абеля для интегралов с особенностью.

лабораторная работа (16 часа(ов)):

Вычисление числовых рядов. Методы исследования сходимости (расходимости) знакопостоянных числовых рядов. Знакопеременные числовые ряды. Вычисление несобственных интегралов. Методы исследования сходимости (расходимости) несобственных интегралов от знакопостоянной функции. несобственные интегралы от знакопеременных функций.

Тема 13. Мера Жордана

лекционное занятие (16 часа(ов)):

Элементарные множества и их свойства. Мера на классе элементарных множеств. Измеримые по Жордану множества. Множества жордановой меры нуль и множества лебеговой меры нуль, их свойства. Граница множества в евклидовом пространстве и ее топологические свойства. Критерий измеримости множества по Жордану. Свойства измеримых по Жордану множеств. Примеры: измеримость по Жордану криволинейной трапеции в R^2 , поверхности в R^n . Определения кратного интеграла (на языке последовательностей, на языке ε - δ). Невырожденные J -измеримые множества. Невырожденность открытого J -измеримого множества.

лабораторная работа (18 часа(ов)):

Примеры измеримых множеств по Жордану. Свойства измеримых множеств по Жордану.

Тема 14. Кратные интегралы Римана и их приложения

лекционное занятие (16 часа(ов)):

Связь между интегрируемостью и ограниченностью. Нижняя и верхняя интегральная сумма Дарбу и их свойства. Верхний и нижний интегралы Дарбу. Критерий интегрируемости Дарбу (формулировка). Интегрируемость непрерывной функции. Колебание функции в точке и его свойства. Теорема Лебега. Свойства интеграла (связь интегрируемости функции по множеству с ее интегрируемостью по замыканию множества, арифметические свойства, интегрируемость модуля интегрируемой функции, свойство аддитивности интеграла относительно области). Свойства интеграла, связанные с неравенствами. Теорема о среднем. Связь кратного интеграла с повторным. Изменение площади при преобразовании координат. Замена переменных в кратном интеграле. Площадь поверхности (в прямоугольной системе координат, в случае параметрического задания). Локально J -измеримые множества.

лабораторная работа (18 часа(ов)):

Расстановка пределов в двойном и тройном интеграле. Переход к полярным и обобщенным координатам. Переход к цилиндрическим и сферическим координатам. Вычисление площади, объема, площади поверхности при помощи кратных интегралов.

Тема 15. Кратные несобственные интегралы.

лекционное занятие (5 часа(ов)):

Кратный интеграл с особенностью в единственной точке (собственной или бесконечной). Критерий сходимости для знакопостоянной функции. Критерий Коши. Несобственные кратные интегралы (общий случай). Абсолютно сходящиеся кратные интегралы.

лабораторная работа (10 часа(ов)):

Вычисление кратных несобственных интегралов, исследование на сходимость кратных несобственных интегралов.

Тема 16. Элементы интегрирования по многообразиям.

лекционное занятие (5 часа(ов)):

Гладкие кривые в R^n . Натуральная параметризация кривой. Криволинейный интеграл 1-го рода и его свойства. Работа векторного поля. Ориентация кривой. Криволинейный интеграл 2-го рода. Градиент. Ротор. Потенциальные векторные поля. Условия потенциальности векторного поля (в терминах криволинейного интеграла, в терминах ротора). Ориентация плоской области. Формула Грина. Вычисление площади с помощью криволинейного интеграла. Гладкие поверхности в R^3 . Поверхностный интеграл 1-го рода. Поток вектора через ориентированную поверхность. Поверхностный интеграл 2-го рода. Дивергенция, ее физический смысл. Формула Гаусса-Остроградского. Вычисление объема с помощью поверхностного интеграла. Формула Стокса (общий случай, плоский случай).

лабораторная работа (10 часа(ов)):

Криволинейные интегралы по кривым и поверхностям. Формулы Грина, Остроградского, Стокса.

Тема 17. Интегралы, зависящие от параметра.

лекционное занятие (12 часа(ов)):

Собственные интегралы, зависящие от параметра: свойство непрерывности интеграла, зависящего от параметра, случай переменных пределов интегрирования.

Дифференцирование и интегрирование интеграла, зависящего от параметра. Равномерная сходимость несобственных интегралов, зависящих от параметра. Признаки Вейерштрасса, Дирихле и Абеля равномерной сходимости интегралов. Свойство непрерывности несобственного интеграла, зависящего от параметра, Дифференцирование и интегрирование несобственных интегралов, зависящих от параметра. Бэ́та- и гамма-функции Эйлера и их свойства.

лабораторная работа (16 часа(ов)):

Непрерывность интегралов, зависящих от параметра. Дифференцирование интегралов, зависящих от параметра. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Признаки Вейерштрасса, Дирихле и Абеля.

Тема 18. Последовательности и ряды функций.

лекционное занятие (12 часа(ов)):

Равномерная сходимость последовательности функций. Условия равномерной сходимости последовательности функций. Предел равномерно сходящейся последовательности непрерывных функций. Равномерная сходимость рядов функций. Критерий Коши. Признак и равномерной сходимости рядов: Вейерштрасса, Дирихле, Абеля. Почленное дифференцирование и интегрирование сходящихся рядов. Степенные ряды в комплексной плоскости. 1-я теорема Абеля. Радиус сходимости степенного ряда и его свойства. Формула Коши-Адамара. Интегрирование вещественных степенных рядов. 2-я теорема Абеля. Ряд Тейлора и условие его сходимости. Ряды Тейлора основных элементарных функций.

лабораторная работа (16 часа(ов)):

Равномерная сходимость последовательности функций. Условия равномерной сходимости последовательности функций. Предел равномерно сходящейся последовательности непрерывных функций. Равномерная сходимость рядов функций. Критерий Коши. Признак и равномерной сходимости рядов: Вейерштрасса, Дирихле, Абеля. Почленное дифференцирование и интегрирование сходящихся рядов.

Тема 19. Векторные пространства функций.

лекционное занятие (9 часа(ов)):

Нормированные и банаховы пространства. Банахово пространство всех ограниченных числовых функций на множестве Ω . Пространства $C(\Omega), R(\Omega)$. Факторизация. Унитарные пространства. Неравенства Коши-Буняковского и Шварца. Неравенства Коши-Буняковского и Шварца для интегралов. Пространство $R^2(\Omega)$. Теоремы о плотности. Ортонормированные системы векторов в унитарном пространстве.

лабораторная работа (12 часа(ов)):

Примеры векторных пространств функций и их свойства.

Тема 20. Ряды и интегралы Фурье.

лекционное занятие (9 часа(ов)):

Коэффициенты Фурье и их основное свойство. Ряд Фурье вектора относительно ортонормированной системы. Полнота ортонормированной системы. Тригонометрический ряд Фурье. Осцилляционная лемма. Оценка остатка ряда Фурье функции из R^1 . Класс функций L^p и его свойства. Теорема о равномерной сходимости ряда Фурье. Полнота тригонометрической системы. Полиномы Чебышева и их связь с тригонометрическими полиномами. Полнота системы полиномов в $C[a,b]$. Комплексная форма ряда Фурье. Дифференцирование и интегрирование рядов Фурье. Лемма о непрерывности интеграла по параметру. Простой интеграл Фурье и его сходимость к функции. Преобразование Фурье и его свойства. Производная и преобразование Фурье.

лабораторная работа (12 часа(ов)):

Ряды и интегралы Фурье. Ряды Фурье в комплексной форме.

Тема 21. Элементы теории обобщенных функций.

лекционное занятие (9 часа(ов)):

Пространства D и S основных функций. Непрерывные линейные отображения в пространствах основных функций: дифференцирование, умножение на бесконечно-дифференцируемую функцию. Преобразование Фурье в пространстве S . Пространства обобщенных функций. Примеры обобщенных функций. Действия над обобщенными функциями: умножение на функцию, дифференцирование. Последовательности и ряды обобщенных функций. Преобразование Фурье обобщенных функций над S . Производная и преобразование Фурье обобщенных функций.

лабораторная работа (12 часа(ов)):

Примеры обобщенных функций. Действия с обобщенными функциями.

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Понятие функции. Действительные числа.	1	1-3	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
				подготовка к тестированию	2	тестирование
				подготовка к устному опросу	3	устный опрос
2.	Тема 2. Предел числовой последовательности.	1	4-6	подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
				подготовка к устному опросу	2	устный опрос
3.	Тема 3. Предел и непрерывность функций.	1	7-9	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
				подготовка к коллоквиуму	4	коллоквиум
				подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа
4.	Тема 4. Дифференцирование.	1	10-12	подготовка домашнего задания	7	домашнее задание
				подготовка к тестированию	2	тестирование
5.	Тема 5. Приложения понятия производной.	1	13-15	подготовка домашнего задания	7	домашнее задание
				подготовка к устному опросу	2	устный опрос
6.	Тема 6. Исследование функций с помощью производной	1	16-18	подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
7.	Тема 7. Первообразная и неопределенный интеграл.	2	1-3	подготовка домашнего задания	8	домашнее задание
				подготовка к тестированию	2	тестирование
8.	Тема 8. Интеграл Римана и его приложения.	2	4-6	подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	4	контрольная работа
9.	Тема 9. Отображения в евклидовых пространствах. Линейные отображения.	2	7-9	подготовка домашнего задания	8	домашнее задание
				подготовка к устному опросу	2	устный опрос
10.	Тема 10. Дифференцирование отображений.	2	10-13	подготовка домашнего задания	8	домашнее задание
				подготовка к устному опросу	2	устный опрос
11.	Тема 11. Локальный экстремум функции. Теорема о существовании неявной функции. Метод Лагранжа.	2	14-17	подготовка домашнего задания	5	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	4	контрольная работа
12.	Тема 12. Числовые ряды. Несобственные интегралы.	3	1-5	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	4	контрольная работа
				подготовка к тестированию	2	тестирование
13.	Тема 13. Мера Жордана	3	5-10	подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
				подготовка к коллоквиуму	4	коллоквиум
14.	Тема 14. Кратные интегралы Римана и их приложения	3	10-14	подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	4	контрольная работа

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
15.	Тема 15. Кратные несобственные интегралы.	3	15-16	подготовка домашнего задания	8	домашнее задание
				подготовка к устному опросу	2	устный опрос
16.	Тема 16. Элементы интегрирования по многообразиям.	3	17-18	подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	3	контрольная работа
17.	Тема 17. Интегралы, зависящие от параметра.	4	1-4	подготовка домашнего задания	8	домашнее задание
				подготовка к тестированию	2	тестирование
18.	Тема 18. Последовательности и ряды функций.	4	5-8	подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	4	контрольная работа
19.	Тема 19. Векторные пространства функций.	4	9-11	подготовка домашнего задания	8	домашнее задание
				подготовка к устному опросу	2	устный опрос
20.	Тема 20. Ряды и интегралы Фурье.	4	12-14	подготовка домашнего задания	7	домашнее задание
				подготовка к устному опросу	2	устный опрос
21.	Тема 21. Элементы теории обобщенных функций.	4	15-17	подготовка домашнего задания	5	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	4	контрольная работа
Итого					195	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

В течение семестра студенты решают задачи, указанные преподавателем, к каждому лабораторному занятию. В каждом семестре проводятся тестовые и контрольные работы (на лабораторных занятиях). К экзамену допускаются студенты, показавшие положительные результаты по текущей работе в течение семестра.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Понятие функции. Действительные числа.

домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашнего задания по пройденному материалу и способность объяснения схемы решения.

тестирование , примерные вопросы:

Тест по остаточным знаниям,

устный опрос , примерные вопросы:

Знание основных определений и утверждений.

Тема 2. Предел числовой последовательности.

домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашнего задания по пройденному материалу и способность объяснения схемы решения.

устный опрос , примерные вопросы:

Знание основных определений и утверждений.

Тема 3. Предел и непрерывность функций.

домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашнего задания по пройденному материалу и способность объяснения схемы решения.

коллоквиум , примерные вопросы:

Знание основных определений и утверждений. Способность объяснить основную схему доказательств.

контрольная работа , примерные вопросы:

Контрольные задания по пройденному материалу.

Тема 4. Дифференцирование.

домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашнего задания по пройденному материалу и способность объяснения схемы решения.

тестирование , примерные вопросы:

Тест на умение дифференцировать элементарные функции.

Тема 5. Приложения понятия производной.

домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашнего задания по пройденному материалу и способность объяснения схемы решения.

устный опрос , примерные вопросы:

Знание основных определений и утверждений.

Тема 6. Исследование функций с помощью производной

домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашнего задания по пройденному материалу и способность объяснения схемы решения.

контрольная работа , примерные вопросы:

Контрольные задания по пройденному материалу.

Тема 7. Первообразная и неопределенный интеграл.

домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашнего задания по пройденному материалу и способность объяснения схемы решения.

тестирование , примерные вопросы:

Тест по остаточным знаниям.

Тема 8. Интеграл Римана и его приложения.

домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашнего задания по пройденному материалу и способность объяснения схемы решения.

контрольная работа , примерные вопросы:

Контрольные задания по пройденному материалу.

Тема 9. Отображения в евклидовых пространствах. Линейные отображения.

домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашнего задания по пройденному материалу и способность объяснения схемы решения.

устный опрос , примерные вопросы:

Знание основных определений и утверждений.

Тема 10. Дифференцирование отображений.

домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашнего задания по пройденному материалу и способность объяснения схемы решения.

устный опрос , примерные вопросы:

Знание основных определений и утверждений.

Тема 11. Локальный экстремум функции. Теорема о существовании неявной функции. Метод Лагранжа.

домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашнего задания по пройденному материалу и способность объяснения схемы решения.

контрольная работа , примерные вопросы:

Контрольные задания по пройденному материалу.

Тема 12. Числовые ряды. Несобственные интегралы.

домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашнего задания по пройденному материалу и способность объяснения схемы решения.

контрольная работа , примерные вопросы:

Контрольные задания по пройденному материалу.

тестирование , примерные вопросы:

Тест по остаточным знаниям.

Тема 13. Мера Жордана

домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашнего задания по пройденному материалу и способность объяснения схемы решения.

коллоквиум , примерные вопросы:

Знание основных определений и утверждений. Способность объяснить основную схему доказательств.

Тема 14. Кратные интегралы Римана и их приложения

домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашнего задания по пройденному материалу и способность объяснения схемы решения.

контрольная работа , примерные вопросы:

Контрольные задания по пройденному материалу.

Тема 15. Кратные несобственные интегралы.

домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашнего задания по пройденному материалу и способность объяснения схемы решения.

устный опрос , примерные вопросы:

Знание основных определений и утверждений.

Тема 16. Элементы интегрирования по многообразиям.

домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашнего задания по пройденному материалу и способность объяснения схемы решения.

контрольная работа , примерные вопросы:

Контрольные задания по пройденному материалу.

Тема 17. Интегралы, зависящие от параметра.

домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашнего задания по пройденному материалу и способность объяснения схемы решения.

тестирование , примерные вопросы:

Тест по остаточным знаниям.

Тема 18. Последовательности и ряды функций.

домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашнего задания по пройденному материалу и способность объяснения схемы решения.

контрольная работа , примерные вопросы:

Контрольные задания по пройденному материалу.

Тема 19. Векторные пространства функций.

домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашнего задания по пройденному материалу и способность объяснения схемы решения.

устный опрос , примерные вопросы:

Знание основных определений и утверждений.

Тема 20. Ряды и интегралы Фурье.

домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашнего задания по пройденному материалу и способность объяснения схемы решения.

устный опрос , примерные вопросы:

Знание основных определений и утверждений.

Тема 21. Элементы теории обобщенных функций.

домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашнего задания по пройденному материалу и способность объяснения схемы решения.

контрольная работа , примерные вопросы:

Контрольные задания по пройденному материалу.

Тема . Итоговая форма контроля

Тема . Итоговая форма контроля

Тема . Итоговая форма контроля

Тема . Итоговая форма контроля

Примерные вопросы к экзамену:

Пример экзаменационного билета за 1 семестр:

Билет ♦ 1-1

1) Теорема Больцано-Вейерштрасса.

2) Приращение аргумента и функции. Определение производной. Дифференцируемость функции в точке. Необходимое условие дифференцируемости.

3) Теорема Коши о промежуточном значении функции, непрерывной на отрезке.

Пример экзаменационного билета за 2 семестр:

Билет ♦ 1-1

1) Свойства неопределённого интеграла: формула интегрирования по частям.

2) Свойство аддитивности интеграла Римана относительно области интегрирования.

3) Условия дифференцируемости отображения.

Пример экзаменационного билета за 3 семестр:

Билет ♦ 1-1

1) Определение суммы числового ряда. Необходимое условие сходимости числового ряда.

2) Мера на классе элементарных множеств.

3) Потенциальные векторные поля. Условия потенциальности векторного поля (в терминах криволинейного интеграла, в терминах ротора).

Пример экзаменационного билета за 4 семестр:

Билет ♦ 1-1

1) Равномерная сходимость несобственных интегралов, зависящих от параметра. Признаки Вейерштрасса.

2) Ортонормированные системы векторов в унитарном пространстве.

3) Пространства D и S основных функций.

7.1. Основная литература:

Основы математического анализа. [Ч.] 2, , 2006г.

Основы математического анализа. [Ч.] 1, , 2006г.

Сборник задач и упражнений по математическому анализу, Демидович, Борис Павлович, 2007г.

Сборник задач по математическому анализу, Т. 1. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость, , 2010г.

1. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: Учебник. В 3-х тт. Том 1, Изд-во: "Лань", 2009. - 608 с. <http://e.lanbook.com/view/book/407/>

2. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: Учебник. В 3-х тт. Том 2, Изд-во: "Лань", 2009. - 800 с. <http://e.lanbook.com/view/book/408/>

3. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: Учебник. В 3-х тт. Том 3, Изд-во: "Лань", 2009. - 656 с. <http://e.lanbook.com/view/book/409/>

4. Кудрявцев Л.Д. Краткий курс математического анализа. Т. 1. Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной переменной. Ряды, Изд-во: "Физматлит", 2008. - 656 с. <http://e.lanbook.com/view/book/2224/>

5. Кудрявцев Л.Д. Сборник задач по математическому анализу. Том 1. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость. Изд-во: "Физматлит", 2010. - 496 с. <http://e.lanbook.com/view/book/2226/>

6. Кудрявцев Л.Д. Сборник задач по математическому анализу. Том 2. Интегралы. Ряды. Изд-во: "Физматлит", 2009. - 504 с. <http://e.lanbook.com/view/book/2227/>

7.2. Дополнительная литература:

Математический анализ. (Ч. 2), , 2007г.

1. Никольский С.М. Математический анализ. В 2 т. - М.: Наука, 1973 - 1975. - Т. 1. - 432 с.; Т. 2. - 408 с.

2. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. I, II, III. М.: ГИФМЛ, 1963; СПб: Невский диалект, 2001, 2002.

3. Зорич В.А. Математический анализ. Ч. I, II. М.: Фазис, 1997, 1998; МЦНМО, 2002.
4. Насыров С.Р., Шерстнев А.Н. Пределы и непрерывность отображений в евклидовых пространствах. - Казань, КГУ, 1994. -- 11 с.

7.3. Интернет-ресурсы:

Полиа Г., Сеге Г. Задачи и теоремы из анализа. Часть 1. Ряды. Интегральное исчисление. Теория функций. М.: Наука, 1978 -

http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/PoliaSege_ch1_1978ru.djvu

Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления, том 1. М.: Наука, 1962 - http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Fihtengolc_t1_1962ru.djvu

Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления, том 2. М.: Наука, 1964 - http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Fihtengolc_t2_1964ru.djvu

Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления, том 3. М.: Наука, 1966 - http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Fihtengolc_t3_1966ru.djvu

Харди Г.Х. Курс чистой математики. М.: ИЛ, 1949 -

<http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Hardi1949ru.djvu>

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Математический анализ" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

учебные аудитории для проведения лекционных и семинарских занятий

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010200.62 "Математика и компьютерные науки" и профилю подготовки Математическое и компьютерное моделирование .

Автор(ы):

Салахудинов Р.Г. _____

"__" _____ 201__ г.

Рецензент(ы):

Насыров С.Р. _____

"__" _____ 201__ г.