

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



подписано электронно-цифровой подписью

**Программа дисциплины**  
**Обобщенные краевые задачи БЗ.ДВ.4**

Направление подготовки: 010100.62 - Математика

Профиль подготовки: Общий профиль

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Киясов С.Н. , Обносов Ю.В.

**Рецензент(ы):**

Авхадиев Ф.Г.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Обносов Ю. В.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_ от "\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No \_\_\_ от "\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No 81723514

Казань  
2014

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Киясов С.Н. Кафедра дифференциальных уравнений отделение математики , Sergey.Kijasov@kpfu.ru ; профессор, д.н. (профессор) Обносов Ю.В. Кафедра дифференциальных уравнений отделение математики , yurii.obnosov@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины "Обобщенные краевые задачи" являются:

- 1) получить углубленные знания в области краевых задач и приводящихся к ним интегральных уравнений типа свертки;
- 2) обладать теоретическими знаниями и иметь четкое представление о методах исследования и решения краевых задач со сдвигом и интегральных уравнений типа свертки;
- 3) научиться применять полученные теоретические знания к решению конкретных задач.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " БЗ.ДВ.4 Профессиональный" основной образовательной программы 010100.62 Математика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 4 курсе, 8 семестр.

Дисциплина "Обобщенные краевые задачи" входит в цикл профессиональных дисциплин по выбору.

Для ее успешного изучения необходимы знания и умения, приобретенные в результате освоения предшествующих дисциплин: математический анализ, линейная алгебра, абстрактная алгебра, аналитическая геометрия, дифференциальные уравнения, комплексный анализ и специального курса краевые задачи для аналитических функций и сингулярные интегральные уравнения..

Освоение дисциплины "Обобщенные краевые задачи" выводит обучающихся на передний край науки, что позволит проводить им самостоятельные исследования при выполнении курсовых и дипломных работ по данному направлению.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОК-8 (общекультурные компетенции)	способностью приобретать новые знания, используя современные образовательные и информационные технологии
ПК-17 (профессиональные компетенции)	умением извлекать полезную научно-техническую информацию из электронных библиотек, реферативных журналов, сети Интернет
ОК-10 (общекультурные компетенции)	умением находить, анализировать и контекстно обрабатывать научно-техническую информацию
ОК-7 (общекультурные компетенции)	исследовательскими навыками
ПК-21 (профессиональные компетенции)	владением методами математического и алгоритмического моделирования при анализе теоретических проблем и задач

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-1 (профессиональные компетенции)	определением общих форм, закономерностей и инструментальных средств отдельной предметной области
ПК-19 (профессиональные компетенции)	владением методом алгоритмического моделирования при анализе постановок математических задач
ПК-27 (профессиональные компетенции)	умением точно представить математические знания в устной форме
ПК-8 (профессиональные компетенции)	умением ориентироваться в постановках задач

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

Знать основные понятия теории краевых задач, сингулярных интегральных уравнений со сдвигом и уравнений типа свертки, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений;

2. должен уметь:

Уметь решать краевые задачи, сингулярные интегральные уравнения со сдвигом и уравнения типа свертки, допускающие получение решений в замкнутой форме;

3. должен владеть:

Владеть математическим аппаратом, методами решения задач и доказательства утверждений в этой области.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

1) знать: основные понятия теории краевых задач, сингулярных интегральных уравнений со сдвигом и уравнений типа свертки, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений;

2) уметь: решать краевые задачи, сингулярные интегральные уравнения со сдвигом и уравнения типа свертки, допускающие получение решений в замкнутой форме;

3) владеть: математическим аппаратом, методами решения задач и доказательствами утверждений в этой области.

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных(ые) единиц(ы) 216 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет и экзамен в 8 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Основные положения теории нетеровых операторов. Операторы сингулярного интегрирования, сдвига и комплексного сопряжения. Сингулярные интегральные уравнения с ядром Коши. Краевая задача Римана для кусочно аналитического вектора. [1], Г. I: ♦ 1-♦ 5, п. 5.3; [3], Г. I, ♦ 5, ♦ 8. [1], Г. I: ♦ 5, п. 5.1, п. 5.2; [2], Г. II: ♦ 14 п. 14.1-14.5; [2], Г. VI: ♦ 43	8	1	4	4	0	отчет

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
2.	Тема 2. Сингулярное интегральное уравнение со сдвигом Карлемана (случай двучленной циклической группы, порожденной итерациями сдвига). Сингулярное интегральное уравнение со сдвигом Карлемана (случай конечной циклической группы, порожденной итерациями сдвига). Теория Нетера сингулярных интегральных уравнений со сдвигом Карлемана и комплексно сопряженными значениями неизвестной функции. [1], Г. II: ♦ 6-8	8	2-3	6	6	0	отчет
3.	Тема 3. Краевая задача Газемана. Интегральное представление для кусочно аналитической функции. Краевая задача Карлемана. Решение внутренней и внешней краевой задачи Карлемана. Краевая задача типа задачи Карлемана. Решение внешней краевой задачи типа задачи Карлемана. Краевая задача типа задачи Карлемана с дробно-линейным сдвигом. [1], Г. III: ♦ 10, 11	8	3-4	6	6	0	отчет

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
4.	Тема 4. Краевая задача типа задачи Карлемана. Решение внешней краевой задачи типа задачи Карлемана. Краевая задача типа задачи Карлемана с дробно-линейным сдвигом. [1], Г.III: ♦ 13,14	8	5-6	6	6	0	отчет
5.	Тема 5. Обобщенная краевая задача Римана. Четырехэлементная краевая задача со сдвигом Карлемана. Четырехэлементная краевая задача со сдвигом Карлемана и комплексно сопряженными предельными значениями в устойчивом случае. [1], Г.V: ♦ 17-19 .	8	6-8	10	10	0	отчет

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
6.	<p>Тема 6. Преобразование Фурье. Интегралы Фурье и преобразование Фурье. Классы <math>\{0\}</math> и <math>\{\{0\}\}</math>. Свойства преобразования Фурье. ([4], гл.1, <math>\diamond 1</math>; задачи 1-5 к главе 1) Аналитическое продолжение интегралов Фурье. Связь интеграла Фурье с интегралом типа Коши. Односторонние интегралы Фурье. ([4], гл.1, <math>\diamond 2</math>; задачи 6-10 к главе 1) Краевая задача Римана. Задача о скачке, каноническая функция, однородная задача, неоднородная задача. Решение краевой задачи Римана методом аналитического продолжения в случае рациональных коэффициентов. Задача Римана для полосы. ([4], гл.1, <math>\diamond 1-3</math>; задачи 1-16 к главе 1)</p>	8	1-3	8	8	0	отчет



N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
7.	<p>Тема 7. а) Характеристические уравнения типа свертки. Интегральное уравнение с одним ядром. Интегральное уравнение с двумя ядрами. Парное уравнение. Одностороннее уравнение (Винера-Хопфа). Уравнения с переменным пределом интегрирования. Уравнения с ядрами, зависящими от отношения аргументов.</p> <p>б) Полные уравнения типа свертки. Связь уравнений типа свертки с уравнениями с ядром Коши. Теоремы Нетера. Регуляризирующие операторы. Регуляризация. ([4], гл.2, ♦5, 6; задачи 5-15 к главе 2)</p>	8	3-6	8	8	0	отчет

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
8.	Тема 8. а) Краевая задача Римана для вещественной оси в особом случае. б) Исключительные случаи интегральных уравнений типа свертки. Уравнения с двумя ядрами. Интегральные уравнения первого рода с двумя ядрами. Одностороннее уравнение (Винера-Хопфа). Парное интегральное уравнение. Парное интегральное уравнение первого рода. ([4], гл.3, ♦ 9,10; задачи 1-8 к главе 3)	8	6-8	8	8	0	отчет
	Тема . Итоговая форма контроля	8		0	0	0	зачет экзамен
	Итого			56	56	0	

#### 4.2 Содержание дисциплины

**Тема 1. Основные положения теории нетеровых операторов. Операторы сингулярного интегрирования, сдвига и комплексного сопряжения. Сингулярные интегральные уравнения с ядром Коши. Краевая задача Римана для кусочно аналитического вектора. [1], Г.I: ♦ 1-♦ 5, п. 5.3; [3], Г.I, ♦ 5, ♦ 8. [1], Г.I: ♦ 5, п. 5.1, п. 5.2; [2], Г.II: ♦ 14 п. 14.1-14.5; [2], Г.VI: ♦ 43**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Основные положения теории нетеровых операторов. Операторы сингулярного интегрирования, сдвига и комплексного сопряжения.

**практическое занятие (4 часа(ов)):**

Темы докладов: 1. Сингулярные интегральные уравнения с ядром Коши ([2], гл.3, ♦ 21: 21.1-21.5; задачи 1-6 к главе 3). 2. Краевая задача Римана для кусочно аналитического вектора ( [3], гл.1, ♦4, 5)

**Тема 2. Сингулярное интегральное уравнение со сдвигом Карлемана (случай двучленной циклической группы, порожденной итерациями сдвига). Сингулярное интегральное уравнение со сдвигом Карлемана (случай конечной циклической группы, порожденной итерациями сдвига). Теория Нетера сингулярных интегральных уравнений со сдвигом Карлемана и комплексно сопряженными значениями неизвестной функции. [1], Г.II: ♦ 6-8**

**лекционное занятие (6 часа(ов)):**

Сингулярное интегральное уравнение со сдвигом Карлемана (случай двучленной циклической группы, порожденной итерациями сдвига). . Теория Нетера сингулярных интегральных уравнений со сдвигом Карлемана и комплексно сопряженными значениями неизвестной функции.

**практическое занятие (6 часа(ов)):**

Тема докладов: Сингулярное интегральное уравнение со сдвигом Карлемана (случай конечной циклической группы, порожденной итерациями сдвига) ([1], гл.2, ♦7)

**Тема 3. Краевая задача Газемана. Интегральное представление для кусочно аналитической функции. Краевая задача Карлемана. Решение внутренней и внешней краевой задачи Карлемана. Краевая задача типа задачи Карлемана. Решение внешней краевой задачи типа задачи Карлемана. Краевая задача типа задачи Карлемана с дробно-линейным сдвигом. [1], Г.III: ♦ 10, 11**

**лекционное занятие (6 часа(ов)):**

Краевая задача Газемана. Интегральное представление для кусочно аналитической функции. Краевая задача Карлемана. Решение внутренней и внешней краевой задачи Карлемана. Краевая задача типа задачи Карлемана. .

**практическое занятие (6 часа(ов)):**

Темы докладов: 1. Решение внешней краевой задачи типа задачи Карлемана. 2. Краевая задача типа задачи Карлемана с дробно-линейным сдвигом. ([1], гл.2, ♦ 11 )

**Тема 4. Краевая задача типа задачи Карлемана. Решение внешней краевой задачи типа задачи Карлемана. Краевая задача типа задачи Карлемана с дробно-линейным сдвигом. [1], Г.III: ♦ 13,14**

**лекционное занятие (6 часа(ов)):**

Краевая задача типа задачи Карлемана. Решение внешней краевой задачи типа задачи Карлемана.

**практическое занятие (6 часа(ов)):**

Темы докладов: Краевая задача типа задачи Карлемана с дробно-линейным сдвигом. ([1], гл.2, ♦ 14 )

**Тема 5. Обобщенная краевая задача Римана. Четырехэлементная краевая задача со сдвигом Карлемана. Четырехэлементная краевая задача со сдвигом Карлемана и комплексно сопряженными предельными значениями в устойчивом случае. [1], Г.V: ♦ 17-19 .**

**лекционное занятие (10 часа(ов)):**

Обобщенная краевая задача Римана. Четырехэлементная краевая задача со сдвигом Карлемана и комплексно сопряженными предельными значениями в устойчивом случае.

**практическое занятие (10 часа(ов)):**

Темы докладов: Четырехэлементная краевая задача со сдвигом Карлемана. ([1], гл.2, ♦ 18 )

**Тема 6. Преобразование Фурье. Интегралы Фурье и преобразование Фурье. Классы  $\{0\}$  и  $\{\{0\}\}$ . Свойства преобразования Фурье. ([4], гл.1, ♦ 1; задачи 1-5 к главе 1)**

**Аналитическое продолжение интегралов Фурье. Связь интеграла Фурье с интегралом типа Коши. Односторонние интегралы Фурье. ([4], гл.1, ♦ 2; задачи 6-10 к главе 1)**

**Краевая задача Римана. Задача о скачке, каноническая функция, однородная задача, неоднородная задача. Решение краевой задачи Римана методом аналитического продолжения в случае рациональных коэффициентов. Задача Римана для полосы. ([4], гл.1, ♦1-3; задачи 1-16 к главе 1)**

**лекционное занятие (8 часа(ов)):**

1. Преобразование Фурье. Интегралы Фурье и преобразование Фурье. Классы  $\{0\}$  и  $\{\{0\}\}$ . Свойства преобразования Фурье. 2. Аналитическое продолжение интегралов Фурье. Связь интеграла Фурье с интегралом типа Коши. Односторонние интегралы Фурье. 3,4. раевая задача Римана. Задача о скачке, каноническая функция, однородная задача, неоднородная задача. Решение краевой задачи Римана методом аналитического продолжения в случае рациональных коэффициентов. Задача Римана для полосы.

**практическое занятие (8 часа(ов)):**

1. Решение задач ([4], гл.1, ♦ 1; задачи 1-5 к главе 1) 2. Решение задач ([4], гл.1, ♦ 2; задачи 6-10 к главе 1) 3,4. Решение задач ([4], гл.1, ♦1-3; задачи 11-16 к главе 1)

**Тема 7. а) Характеристические уравнения типа свертки. Интегральное уравнение с одним ядром. Интегральное уравнение с двумя ядрами. Парное уравнение. Одностороннее уравнение (Винера-Хопфа). Уравнения с переменным пределом интегрирования. Уравнения с ядрами, зависящими от отношения аргументов. б) Полные уравнения типа свертки. Связь уравнений типа свертки с уравнениями с ядром Коши. Теоремы Нетера. Регуляризирующие операторы. Регуляризация. ([4], гл.2, ♦5, 6; задачи 5-15 к главе 2)**

**лекционное занятие (8 часа(ов)):**

1. Характеристические уравнения типа свертки. Интегральное уравнение с одним ядром. Интегральное уравнение с двумя ядрами. 2. Парное уравнение. Одностороннее уравнение (Винера-Хопфа). Уравнения с переменным пределом интегрирования. Уравнения с ядрами, зависящими от отношения аргументов. 3. Полные уравнения типа свертки. Связь уравнений типа свертки с уравнениями с ядром Коши. Теоремы Нетера. 4. . Регуляризирующие операторы. Регуляризация

**практическое занятие (8 часа(ов)):**

1-4. Решение задач ([4], гл.2, ♦5, 6; задачи 5-15 к главе 2)

**Тема 8. а) Краевая задача Римана для вещественной оси в особом случае. б) Исключительные случаи интегральных уравнений типа свертки. Уравнения с двумя ядрами. Интегральные уравнения первого рода с двумя ядрами. Одностороннее уравнение (Винера-Хопфа). Парное интегральное уравнение. Парное интегральное уравнение первого рода. ([4], гл.3, ♦ 9,10; задачи 1-8 к главе 3)**

**лекционное занятие (8 часа(ов)):**

1. Краевая задача Римана для вещественной оси в особом случае. 2. Исключительные случаи интегральных уравнений типа свертки. Уравнения с двумя ядрами. Интегральные уравнения первого рода с двумя ядрами. 3,4. Одностороннее уравнение (Винера-Хопфа). Парное интегральное уравнение. Парное интегральное уравнение первого рода.

**практическое занятие (8 часа(ов)):**

1-4. Решение задач ([4], гл.3, ♦ 9,10; задачи 1-8 к главе 3)

### 4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Основные положения теории нетеровых операторов. Операторы сингулярного интегрирования, сдвига и комплексного сопряжения. Сингулярные интегральные уравнения с ядром Коши. Краевая задача Римана для кусочно аналитического вектора. [1], Г.I: ♦ 1-♦ 5, п. 5.3; [3], Г.I, ♦ 5, ♦ 8. [1], Г.I: ♦ 5, п. 5.1, п. 5.2; [2], Г.II: ♦ 14 п. 14.1-14.5; [2], Г.VI: ♦ 43	8	1	подготовка к отчету	6	отчет

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
2.	<p>Тема 2. Сингулярное интегральное уравнение со сдвигом Карлемана (случай двучленной циклической группы, порожденной итерациями сдвига). Сингулярное интегральное уравнение со сдвигом Карлемана (случай конечной циклической группы, порожденной итерациями сдвига). Теория Нетера сингулярных интегральных уравнений со сдвигом Карлемана и комплексно сопряженными значениями неизвестной функции. [1], Г.II: ♦ 6-8</p>	8	2-3	подготовка к отчету	8	отчет
3.	<p>Тема 3. Краевая задача Газемана. Интегральное представление для кусочно аналитической функции. Краевая задача Карлемана. Решение внутренней и внешней краевой задачи Карлемана. Краевая задача типа задачи Карлемана. Решение внешней краевой задачи типа задачи Карлемана. Краевая задача типа задачи Карлемана с дробно-линейным сдвигом. [1], Г.III: ♦ 10, 11</p>	8	3-4	подготовка к отчету	6	отчет

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
4.	Тема 4. Краевая задача типа задачи Карлемана. Решение внешней краевой задачи типа задачи Карлемана. Краевая задача типа задачи Карлемана с дробно-линейным сдвигом. [1], Г.III: ♦ 13,14	8	5-6	подготовка к отчету	6	отчет
5.	Тема 5. Обобщенная краевая задача Римана. Четырехэлементная краевая задача со сдвигом Карлемана. Четырехэлементная краевая задача со сдвигом Карлемана и комплексно сопряженными предельными значениями в устойчивом случае. [1], Г.V: ♦ 17-19 .	8	6-8	подготовка к отчету	10	отчет

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
6.	<p>Тема 6. Преобразование Фурье. Интегралы Фурье и преобразование Фурье. Классы <math>\{0\}</math> и <math>\{\{0\}\}</math>. Свойства преобразования Фурье. ([4], гл.1, <math>\diamond 1</math>; задачи 1-5 к главе 1) Аналитическое продолжение интегралов Фурье. Связь интеграла Фурье с интегралом типа Коши. Односторонние интегралы Фурье. ([4], гл.1, <math>\diamond 2</math>; задачи 6-10 к главе 1) Краевая задача Римана. Задача о скачке, каноническая функция, однородная задача, неоднородная задача. Решение краевой задачи Римана методом аналитического продолжения в случае рациональных коэффициентов. Задача Римана для полосы. ([4], гл.1, <math>\diamond 1-3</math>; задачи 1-16 к главе 1)</p>	8	1-3	подготовка к отчету	10	отчет

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
7.	<p>Тема 7. а) Характеристические уравнения типа свертки. Интегральное уравнение с одним ядром. Интегральное уравнение с двумя ядрами. Парное уравнение. Одностороннее уравнение (Винера-Хопфа). Уравнения с переменным пределом интегрирования. Уравнения с ядрами, зависящими от отношения аргументов. б) Полные уравнения типа свертки. Связь уравнений типа свертки с уравнениями с ядром Коши. Теоремы Нетера. Регуляризирующие операторы. Регуляризация. ([4], гл.2, ◆5, 6; задачи 5-15 к главе 2)</p>	8	3-6	подготовка к отчету	12	отчет
8.	<p>Тема 8. а) Краевая задача Римана для вещественной оси в особом случае. б) Исключительные случаи интегральных уравнений типа свертки. Уравнения с двумя ядрами. Интегральные уравнения первого рода с двумя ядрами. Одностороннее уравнение (Винера-Хопфа). Парное интегральное уравнение. Парное интегральное уравнение первого рода. ([4], гл.3, ◆ 9,10; задачи 1-8 к главе 3)</p>	8	6-8	подготовка к отчету	10	отчет
	Итого				68	



## 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

активные и интерактивные формы.

## 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

**Тема 1. Основные положения теории нетеровых операторов. Операторы сингулярного интегрирования, сдвига и комплексного сопряжения. Сингулярные интегральные уравнения с ядром Коши. Краевая задача Римана для кусочно аналитического вектора. [1], Г.І: ♦ 1-♦ 5, п. 5.3; [3], Г.І, ♦ 5, ♦ 8. [1], Г.І: ♦ 5, п. 5.1, п. 5.2; [2], Г.ІІ: ♦ 14 п. 14.1-14.5; [2], Г.ІІ: ♦ 43**

отчет , примерные вопросы:

Операторы сингулярного интегрирования, сдвига и комплексного сопряжения. Сингулярные интегральные уравнения с ядром Коши. Краевая задача Римана для кусочно аналитического вектора.

**Тема 2. Сингулярное интегральное уравнение со сдвигом Карлемана (случай двучленной циклической группы, порожденной итерациями сдвига). Сингулярное интегральное уравнение со сдвигом Карлемана (случай конечной циклической группы, порожденной итерациями сдвига). Теория Нетера сингулярных интегральных уравнений со сдвигом Карлемана и комплексно сопряженными значениями неизвестной функции. [1], Г.ІІ: ♦ 6-8**

отчет , примерные вопросы:

Сингулярное интегральное уравнение со сдвигом Карлемана (случай конечной циклической группы, порожденной итерациями сдвига). Теория Нетера сингулярных интегральных уравнений со сдвигом Карлемана и комплексно сопряженными значениями неизвестной функции.

**Тема 3. Краевая задача Газемана. Интегральное представление для кусочно аналитической функции. Краевая задача Карлемана. Решение внутренней и внешней краевой задачи Карлемана. Краевая задача типа задачи Карлемана. Решение внешней краевой задачи типа задачи Карлемана. Краевая задача типа задачи Карлемана с дробно-линейным сдвигом. [1], Г.ІІІ: ♦ 10, 11**

отчет , примерные вопросы:

Краевая задача Газемана. Интегральное представление для кусочно аналитической функции. Краевая задача Карлемана. Решение внутренней и внешней краевой задачи Карлемана. Краевая задача типа задачи Карлемана. Решение внешней краевой задачи типа задачи Карлемана. Краевая задача типа задачи Карлемана с дробно-линейным сдвигом.

**Тема 4. Краевая задача типа задачи Карлемана. Решение внешней краевой задачи типа задачи Карлемана. Краевая задача типа задачи Карлемана с дробно-линейным сдвигом. [1], Г.ІІІ: ♦ 13,14**

отчет , примерные вопросы:

Решение внешней краевой задачи типа задачи Карлемана. Краевая задача типа задачи Карлемана с дробно-линейным сдвигом. [1], Г.ІІІ: ♦ 13,14

**Тема 5. Обобщенная краевая задача Римана. Четырехэлементная краевая задача со сдвигом Карлемана. Четырехэлементная краевая задача со сдвигом Карлемана и комплексно сопряженными предельными значениями в устойчивом случае. [1], Г.ІV: ♦ 17-19 .**

отчет , примерные вопросы:

Четырехэлементная краевая задача со сдвигом Карлемана. Четырехэлементная краевая задача со сдвигом Карлемана и комплексно сопряженными предельными значениями в устойчивом случае

**Тема 6. Преобразование Фурье. Интегралы Фурье и преобразование Фурье. Классы  $\{0\}$  и  $\{0\}$ . Свойства преобразования Фурье. ([4], гл.1,  $\diamond 1$ ; задачи 1-5 к главе 1) Аналитическое продолжение интегралов Фурье. Связь интеграла Фурье с интегралом типа Коши. Односторонние интегралы Фурье. ([4], гл.1,  $\diamond 2$ ; задачи 6-10 к главе 1) Краевая задача Римана. Задача о скачке, каноническая функция, однородная задача, неоднородная задача. Решение краевой задачи Римана методом аналитического продолжения в случае рациональных коэффициентов. Задача Римана для полосы. ([4], гл.1,  $\diamond 1-3$ ; задачи 1-16 к главе 1)**

отчет , примерные вопросы:

Свойства преобразования Фурье. ([4], гл.1,  $\diamond 1$ ; задачи 1-5 к главе 1) Аналитическое продолжение интегралов Фурье. Связь интеграла Фурье с интегралом типа Коши. Односторонние интегралы Фурье. ([4], гл.1,  $\diamond 2$ ; задачи 6-10 к главе 1) Решение краевой задачи Римана методом аналитического продолжения в случае рациональных коэффициентов. Задача Римана для полосы.

**Тема 7. а) Характеристические уравнения типа свертки. Интегральное уравнение с одним ядром. Интегральное уравнение с двумя ядрами. Парное уравнение. Одностороннее уравнение (Винера-Хопфа). Уравнения с переменным пределом интегрирования. Уравнения с ядрами, зависящими от отношения аргументов. б) Полные уравнения типа свертки. Связь уравнений типа свертки с уравнениями с ядром Коши. Теоремы Нетера. Регуляризирующие операторы. Регуляризация. ([4], гл.2,  $\diamond 5, 6$ ; задачи 5-15 к главе 2)**

отчет , примерные вопросы:

Интегральное уравнение с одним ядром. Интегральное уравнение с двумя ядрами. Парное уравнение. Одностороннее уравнение (Винера-Хопфа). Уравнения с переменным пределом интегрирования. Уравнения с ядрами, зависящими от отношения аргументов. б) Полные уравнения типа свертки. Связь уравнений типа свертки с уравнениями с ядром Коши

**Тема 8. а) Краевая задача Римана для вещественной оси в особом случае. б) Исключительные случаи интегральных уравнений типа свертки. Уравнения с двумя ядрами. Интегральные уравнения первого рода с двумя ядрами. Одностороннее уравнение (Винера-Хопфа). Парное интегральное уравнение. Парное интегральное уравнение первого рода. ([4], гл.3,  $\diamond 9,10$ ; задачи 1-8 к главе 3)**

отчет , примерные вопросы:

Исключительные случаи интегральных уравнений типа свертки. Уравнения с двумя ядрами. Интегральные уравнения первого рода с двумя ядрами. Одностороннее уравнение (Винера-Хопфа). Парное интегральное уравнение. Парное интегральное уравнение первого рода. Примеры экзамен

**Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к зачету и экзамену:

**ВОПРОСЫ К ЗАЧЕТУ**

1. Свойства преобразования Фурье
2. Связь интеграла Фурье с интегралом типа Коши.
3. Односторонние интегралы Фурье.
4. Решение краевой задачи Римана методом аналитического продолжения в случае рациональных коэффициентов.
5. Задача Римана для полосы.
6. Характеристические уравнения типа свертки. Интегральное уравнение с одним ядром. Интегральное уравнение с двумя ядрами.
7. Парное уравнение. Одностороннее уравнение (Винера-Хопфа).
8. Парное интегральное уравнение первого рода.
9. Полные уравнения типа свертки. Связь уравнений типа свертки с уравнениями с ядром Коши.
10. Теоремы Нетера.
11. Регуляризирующие операторы. Регуляризация.

12. Краевая задача Римана для вещественной оси в особом случае. Однородная задача.
13. Краевая задача Римана для вещественной оси в особом случае. Неоднородная задача.
14. Исключительные случаи интегральных уравнений типа свертки. Уравнения типа свертки с двумя ядрами в исключительном случае.
15. Интегральные уравнения первого рода с двумя ядрами в исключительном случае.
16. Одностороннее уравнение (Винера-Хопфа) и парное интегральное уравнение в исключительном случае.
17. Парное интегральное уравнение первого рода в исключительном случае.

Вопросы к экзамену.

1. Сингулярного интегрального уравнения со сдвигом Карлемана (случай двучленной циклической группы, порожденной итерациями сдвига).
2. Связь между разрешимостью и числом решений соответствующей системы сингулярного интегрального уравнения со сдвигом Карлемана (случай двучленной циклической группы, порожденной итерациями сдвига) и сопутствующего уравнения и союзных с ними уравнений.
3. Связь между сопутствующими сингулярными интегральными операторами со сдвигом Карлемана (случай двучленной циклической группы, порожденной итерациями сдвига).
4. Теория Негера сингулярного интегрального уравнения со сдвигом Карлемана (случай двучленной циклической группы, порожденной итерациями сдвига).
5. Сингулярное интегральное уравнения со сдвигом Карлемана (случай конечной циклической группы, порожденной итерациями сдвига).
6. Связь между разрешимостью и числом решений соответствующей системы, сопутствующих уравнений и союзных с ними уравнений (случай конечной циклической группы, порожденной итерациями сдвига).
7. Связь между сопутствующими операторами (случай конечной циклической группы, порожденной итерациями сдвига).
8. Теория Нетера сингулярных интегральных уравнений со сдвигом Карлемана и комплексно сопряженными значениями неизвестной функции.
9. Краевая задача Газемана. Интегральное представление для кусочно аналитической функции. . Решение краевой задачи Газемана по скачку.
10. Теорема конформного склеивания и сведение краевой задачи Газемана к краевой задачи Римана.
11. Краевая задача Карлемана. Постановка задачи. Условия разрешимости.
12. Решение внутренней задачи Карлемана по скачку.
13. Теорема конформного склеивания и сведение краевой задачи Карлемана к краевой задаче Римана на разомкнутом контуре.
14. Решение внутренней краевой задачи Карлемана.
15. Интегральные представления для функции, аналитической в неограниченной области. Решение внешней краевой задачи Карлемана по скачку.
16. Теорема конформного склеивания для внешней краевой задачи Карлемана.
17. Краевая задача типа задачи Карлемана. Условия разрешимости. Связь с краевой задачей Гильберта.
18. Интегральные представления. Решение внутренней краевой задачи типа задачи Карлемана по скачку в случае нетождественного сдвига.
19. Решение внутренней краевой задачи типа задачи Карлемана в случае четного индекса Коши коэффициента однородной задачи.
20. Решение внутренней краевой задачи типа задачи Карлемана в случае тождественного сдвига и нечетного индекса Коши коэффициента однородной задачи.
21. Интегральные представления для функции, аналитической в неограниченной области. Решение внешней краевой типа задачи Карлемана по скачку.
22. Картина разрешимости внешней краевой типа задачи Карлемана.

23. Обобщенная краевая задача Римана. Сведение обобщенной краевой задачи Римана на окружности к задаче Римана для системы двух пар функций
24. Теория разрешимости обобщенной задачи Римана в устойчивом случае.
25. Теория разрешимости обобщенной задачи Римана в вырожденном случае.
26. Теория разрешимости четырехмерной обобщенной задачи Римана в устойчивом и вырожденном случаях.

Примеры экзаменационного билетов:

Билет 1.

1. Решение внутренней задачи Карлемана по скачку.
2. Сингулярное интегральное уравнения со сдвигом Карлемана (случай конечной циклической группы, порожденной итерациями сдвига).

### 7.1. Основная литература:

Теория функций комплексной переменной, Свешников, Алексей Георгиевич;Тихонов, Андрей Николаевич, 2010г.

Теория функций вещественной переменной, Натансон, Исидор Павлович, 2008г.

1. Ильин А.М. Уравнения математической физики. Издательство: "Физматлит", 2009. - 192 с. [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=2181](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2181)
2. Посицельская Л.Н. Теория функций комплексной переменной в задачах и упражнениях. Издательство: "Физматлит", 2006. -136 с. - [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=2283](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2283)
3. Шабунин М.И. Сидоров Ю.В Теория функций комплексного переменного.Издательство: "Бином. Лаборатория знаний", 2013. -248 с. [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=42610](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=42610)

### 7.2. Дополнительная литература:

Введение в комплексный анализ, Ч.1. Функции одного переменного, , 2004г.

Введение в комплексный анализ, Ч. 2. Функции нескольких переменных, , 2004г.

1. Литвинчук Г.С. Краевые задачи и сингулярные интегральные уравнения со сдвигом. М., "Наука", 1977, 448
2. Гахов Ф.Д. Краевые задачи. М. "Наука", 1977, 640 с.
3. Векуа Н.П. Системы сингулярных интегральных уравнений.-М.: Наука, 1970, 379 с.
4. Гахов Ф.Д., Черский Ю.И. Уравнения типа свертки. М., "Наука", 1978, 295 с.

### 7.3. Интернет-ресурсы:

Гахов Ф.Д. Краевые задачи (3-е изд.). М.: Наука, 1977 - <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Gahov1977ru.djvu>

Гурвиц А., Курант Р. Теория функций. М.: Наука, 1968 - <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/GurvicKurant1968ru.djvu>

Краснов М.Л. Интегральные уравнения: введение в теорию. М.: Наука, 1975 - <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Krasnov1975ru.djvu>

Манжиров А.В., Полянин А.Д. Методы решения интегральных уравнений: Справочник. М.: Факториал, 1999 - <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/ManzhirovPolyanin1999ru.djvu>

Мухелишвили Н.И. Сингулярные интегральные уравнения. Граничные задачи теории функций и некоторые их приложения к математической физике (3-е изд.). М.: Наука, 1968 - <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Musxelishvili1968ru.djvu>

## 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Обобщенные краевые задачи" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

учебные аудитории для проведения лекционных и семинарских занятий

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010100.62 "Математика" и профилю подготовки Общий профиль .

Автор(ы):

Киясов С.Н. \_\_\_\_\_

Обносов Ю.В. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Авхадиев Ф.Г. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.