

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



подписано электронно-цифровой подписью

### Программа дисциплины

Приложение фракталов и стохастическая динамика БЗ.ДВ.3

Направление подготовки: 010100.62 - Математика

Профиль подготовки: Общий профиль

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Игудесман К.Б. , Трошин П.И.

**Рецензент(ы):**

### **СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Шурыгин В. В.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No 81723815

Казань  
2014

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Игудесман К.Б. Кафедра геометрии отделение математики , kigudesm@yandex.ru ; старший преподаватель, к.н. Трошин П.И. Кафедра геометрии отделение математики , Paul.Troshin@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины (модуля) "Приложение фракталов и стохастическая динамика" являются: ознакомление с основными понятиями и методами стохастической динамики, приобретение знаний о возможности практического применения идей фрактальной геометрии и стохастической динамики (в компьютерной графике, моделировании природных объектов, сжатии информации, конструировании радиоантенн и т.д.), приобретение навыков создания презентации конкурентоспособного проекта по реализации идей фрактальной геометрии и стохастической динамики на практике.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б3.ДВ.3 Профессиональный" основной образовательной программы 010100.62 Математика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 4 курсе, 7 семестр.

Дисциплина "Приложение фракталов и стохастическая динамика" входит в вариативную часть профессионального цикла дисциплин. Для ее успешного изучения необходимы знания и умения, приобретенные в результате освоения предшествующих дисциплин: математического анализа, функционального анализа, фрактальной геометрии и компьютерного практикума. На практических занятиях применяются и развиваются умения использовать компьютер для математического моделирования проблем и решения задач из практических курсов по вышеупомянутым дисциплинам.

Обучающийся должен владеть основами функционального анализа, фрактальной геометрии, навыками пользования математическим программным обеспечением (Maxima, Sage, Mathematica, Matlab и др.), издательской системой системой LaTeX.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОК-10 (общекультурные компетенции)	умением находить, анализировать и контекстно обрабатывать научно-техническую информацию
ОК-7 (общекультурные компетенции)	исследовательскими навыками
ОК-8 (общекультурные компетенции)	способностью приобретать новые знания, используя современные образовательные и информационные технологии
ПК-17 (профессиональные компетенции)	умением извлекать полезную научно-техническую информацию из электронных библиотек, реферативных журналов, сети Интернет
ПК-21 (профессиональные компетенции)	владением методами математического и алгоритмического моделирования при анализе теоретических проблем и задач
ПК-22 (профессиональные компетенции)	владением проблемно-задачной формой представления математических знаний

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

основные понятия, идеи и методы фрактальной геометрии и стохастической динамики, ориентироваться в них. А также знать основные примеры практического применения фрактальной геометрии.

2. должен уметь:

создавать конкурентоспособный проект (и его презентацию) по реализации идей фрактальной геометрии и стохастической динамики на практике.

3. должен владеть:

навыками пользования системами компьютерной алгебры для моделирования динамических систем.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

применить систему компьютерной алгебры для моделирования фрактальных объектов: пространственных и временных.

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных(ые) единиц(ы) 180 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет и экзамен в 7 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Введение. Краткий обзор темы. Основные определения. Развитие учения о фракталах. Примеры фракталов: береговая линия, триадная кривая Коха, кривая Мандельброта-Гивена, ковер и салфетка Серпинского, функция Вейерштрасса-Мандельброта.	7	1	3	3	0	устный опрос

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
2.	Тема 2. Размерности фракталов и их меры. Размерность подобия. Клеточная размерность. Размерность Хаусдорфа-Безиковича, мера и метрика Хаусдорфа. Самоподобие и скейлинг.	7	2	3	3	0	устный опрос
3.	Тема 3. Оценка размерности. Экспериментальные методы измерения фрактальной размерности. Вычисление фрактальных размерностей с использованием компьютера.	7	3	3	3	0	устный опрос
4.	Тема 4. L-системы и СИФ. Компьютерное моделирование с помощью L-систем, их применение. Построение собственных моделей L-систем. Системы итерированных функций (СИФ). Приложения СИФ.	7	4	3	3	0	устный опрос
5.	Тема 5. Приложения СИФ. Алгоритмы построения аттрактора СИФ. Принцип сжатия изображений при помощи СИФ. Приложение СИФ к компьютерному моделированию.	7	5	3	3	0	устный опрос

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
6.	Тема 6. Фракталы и технический анализ финансовых рынков. Волны Эллиотта. Понятия тренда и паттерна. Применение фракталов при моделировании природных объектов и процессов	7	6	3	3	0	устный опрос
7.	Тема 7. Устройство радиоантенны. Особенности фрактальных шаблонов для радиоантенн. Свойства широкополосности и внутреннего сопротивления при масштабировании.	7	7	3	3	0	устный опрос
8.	Тема 8. Перколяционные процессы и их компьютерное моделирование. Фракталы в нефтегазовой геологии и геофизике. Моделирование распространения пожаров и эпидемий, роста кристаллов и штаммов бактерий.	7	8	3	3	0	устный опрос
9.	Тема 9. Временные ряды. Моделирование обобщенного броуновского движения. Персистентность и антиперсистентность. Эмпирический закон Херста. Примеры природных процессов. Стохастическая динамика	7	9	3	3	0	устный опрос

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
10.	Тема 10. Простейшие динамические системы. Траектории точек. Преобразование плотностей. Написание компьютерной программы иллюстрирующей траектории точек и преобразование плотностей.	7	10	3	3	0	устный опрос
11.	Тема 11. Меры и измеримые пространства. Интеграл Лебега. Сходимость в функциональных пространствах, ее виды.	7	11	3	3	0	устный опрос
12.	Тема 12. Марковские операторы. Оператор Фробениуса-Перрона. Оператор Купмана. Задачи на вычисление операторов Фробениуса-Перрона и Купмана.	7	12	3	3	0	устный опрос
13.	Тема 13. Инвариантные меры и меро-сохраняющие трансформации. Эргодические трансформации. Задачи на доказательство эргодичности трансформации.	7	13	3	3	0	устный опрос
14.	Тема 14. Перемешивающие трансформации. Точные трансформации. Задачи на доказательство перемешиваемости и точности трансформации.	7	14	3	3	0	устный опрос

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
15.	Тема 15. Использование операторов Фробениуса-Перрона и Купмана для классификации трансформаций. Автоморфизмы Колмогорова. Написание компьютерной программы иллюстрирующей поведение операторов Фробениуса-Перрона и Купмана.	7	15	3	3	0	устный опрос
16.	Тема 16. Слабая и сильная предкомпактность. Свойства средних. Асимптотическая периодичность. Написание компьютерной программы иллюстрирующей асимптотическую периодичность.	7	16	3	3	0	устный опрос
17.	Тема 17. Существование стационарной плотности. Условия. Эргодичность, перемешиваемость и точность.	7	17	3	3	0	устный опрос
18.	Тема 18. Асимптотическая стабильность. Марковский оператор, определяемый стохастическим ядром. Написание компьютерной программы иллюстрирующей асимптотическую стабильность.	7	18	3	3	0	устный опрос
.	Тема . Итоговая форма контроля	7		0	0	0	экзамен зачет

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
	Итого			54	54	0	

#### 4.2 Содержание дисциплины

**Тема 1. Введение. Краткий обзор темы. Основные определения. Развитие учения о фракталах. Примеры фракталов: береговая линия, триадная кривая Коха, кривая Мандельброта-Гивена, ковер и салфетка Серпинского, функция Вейерштрасса-Мандельброта.**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Введение. Краткий обзор темы. Основные определения. Развитие учения о фракталах. Примеры фракталов: береговая линия, триадная кривая Коха

**практическое занятие (3 часа(ов)):**

Свойства фракталов: кривая Мандельброта-Гивена, ковер и салфетка Серпинского, функция Вейерштрасса-Мандельброта.

**Тема 2. Размерности фракталов и их меры. Размерность подобия. Клеточная размерность. Размерность Хаусдорфа-Безиковича, мера и метрика Хаусдорфа. Самоподобие и скейлинг.**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Размерности фракталов и их меры. Размерность подобия. Клеточная размерность. Размерность Хаусдорфа-Безиковича, мера и метрика Хаусдорфа. Самоподобие и скейлинг.

**практическое занятие (3 часа(ов)):**

Вычисление размерности подобия, клеточной, Хаусдорфа-Безиковича на простейших примерах

**Тема 3. Оценка размерности. Экспериментальные методы измерения фрактальной размерности. Вычисление фрактальных размерностей с использованием компьютера.**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Оценка размерности. Экспериментальные методы измерения фрактальной размерности.

**практическое занятие (3 часа(ов)):**

Вычисление фрактальных размерностей с использованием компьютера.

**Тема 4. L-системы и СИФ. Компьютерное моделирование с помощью L-систем, их применение. Построение собственных моделей L-систем. Системы итерированных функций (СИФ). Приложения СИФ.**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

L-системы и СИФ. Компьютерное моделирование с помощью L-систем, их применение. Системы итерированных функций (СИФ). Приложения СИФ.

**практическое занятие (3 часа(ов)):**

Построение собственных моделей L-систем.

**Тема 5. Приложения СИФ. Алгоритмы построения аттрактора СИФ. Принцип сжатия изображений при помощи СИФ. Приложение СИФ к компьютерному моделированию.**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Приложения СИФ. Алгоритмы построения аттрактора СИФ. Принцип сжатия изображений при помощи СИФ.

**практическое занятие (3 часа(ов)):**

Приложение СИФ к компьютерному моделированию.

**Тема 6. Фракталы и технический анализ финансовых рынков. Волны Эллиотта. Понятия тренда и паттерна. Применение фракталов при моделировании природных объектов и процессов**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Фракталы и технический анализ финансовых рынков. Волны Эллиотта. Понятия тренда и паттерна.

**практическое занятие (3 часа(ов)):**

Применение фракталов при моделировании природных объектов и процессов

**Тема 7. Устройство радиоантенны. Особенности фрактальных шаблонов для радиоантенн. Свойства широкополосности и внутреннего сопротивления при масштабировании.**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Устройство радиоантенны. Особенности фрактальных шаблонов для радиоантенн. Свойства широкополосности и внутреннего сопротивления при масштабировании.

**практическое занятие (3 часа(ов)):**

Моделирование фрактальных кривых

**Тема 8. Перколяционные процессы и их компьютерное моделирование. Фракталы в нефтегазовой геологии и геофизике. Моделирование распространения пожаров и эпидемий, роста кристаллов и штаммов бактерий.**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Перколяционные процессы и их компьютерное моделирование. Фракталы в нефтегазовой геологии и геофизике.

**практическое занятие (3 часа(ов)):**

Моделирование распространения пожаров и эпидемий, роста кристаллов и штаммов бактерий.

**Тема 9. Временные ряды. Моделирование обобщенного броуновского движения. Персистентность и антиперсистентность. Эмпирический закон Херста. Примеры природных процессов. Стохастическая динамика**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Временные ряды. Моделирование обобщенного броуновского движения. Персистентность и антиперсистентность. Эмпирический закон Херста. Примеры природных процессов. Стохастическая динамика

**практическое занятие (3 часа(ов)):**

Моделирование фрактальных броуновских поверхностей

**Тема 10. Простейшие динамические системы. Траектории точек. Преобразование плотностей. Написание компьютерной программы иллюстрирующей траектории точек и преобразование плотностей.**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Простейшие динамические системы. Траектории точек. Преобразование плотностей.

**практическое занятие (3 часа(ов)):**

Написание компьютерной программы иллюстрирующей траектории точек и преобразование плотностей.

**Тема 11. Меры и измеримые пространства. Интеграл Лебега. Сходимость в функциональных пространствах, ее виды.**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Меры и измеримые пространства. Интеграл Лебега. Сходимость в функциональных пространствах, ее виды.

**практическое занятие (3 часа(ов)):**

Подсчет интеграла Лебега, проверка сходимости последовательностей функций

**Тема 12. Марковские операторы. Оператор Фробениуса-Перрона. Оператор Купмана. Задачи на вычисление операторов Фробениуса-Перрона и Купмана.**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Марковские операторы. Оператор Фробениуса-Перрона. Оператор Купмана.

**практическое занятие (3 часа(ов)):**

Подсчет оператора Фробениуса-Перрона и оператора Купмана.

**Тема 13. Инвариантные меры и меро-сохраняющие трансформации. Эргодические трансформации. Задачи на доказательство эргодичности трансформации.**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Инвариантные меры и меро-сохраняющие трансформации. Эргодические трансформации.

**практическое занятие (3 часа(ов)):**

Задачи на доказательство эргодичности трансформации.

**Тема 14. Перемешивающие трансформации. Точные трансформации. Задачи на доказательство перемешиваемости и точности трансформации.**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Перемешивающие трансформации. Точные трансформации

**практическое занятие (3 часа(ов)):**

Задачи на доказательство перемешиваемости и точности трансформации.

**Тема 15. Использование операторов Фробениуса-Перрона и Купмана для классификации трансформаций. Автоморфизмы Колмогорова. Написание компьютерной программы иллюстрирующей поведение операторов Фробениуса-Перрона и Купмана.**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Использование операторов Фробениуса-Перрона и Купмана для классификации трансформаций. Автоморфизмы Колмогорова.

**практическое занятие (3 часа(ов)):**

Написание компьютерной программы иллюстрирующей поведение операторов Фробениуса-Перрона и Купмана.

**Тема 16. Слабая и сильная предкомпактность. Свойства средних. Асимптотическая периодичность. Написание компьютерной программы иллюстрирующей асимптотическую периодичность.**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Слабая и сильная предкомпактность. Свойства средних. Асимптотическая периодичность.

**практическое занятие (3 часа(ов)):**

Написание компьютерной программы иллюстрирующей асимптотическую периодичность.

**Тема 17. Существование стационарной плотности. Условия. Эргодичность, перемешиваемость и точность.**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Существование стационарной плотности. Условия. Эргодичность, перемешиваемость и точность.

**практическое занятие (3 часа(ов)):**

Проверка эргодичности, перемешиваемости и устойчивости

**Тема 18. Асимптотическая стабильность. Марковский оператор, определяемый стохастическим ядром. Написание компьютерной программы иллюстрирующей асимптотическую стабильность.**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Асимптотическая стабильность. Марковский оператор, определяемый стохастическим ядром

**практическое занятие (3 часа(ов)):**

Написание компьютерной программы иллюстрирующей асимптотическую стабильность.

#### **4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Введение. Краткий обзор темы. Основные определения. Развитие учения о фракталах. Примеры фракталов: береговая линия, триадная кривая Коха, кривая Мандельброта-Гивена, ковер и салфетка Серпинского, функция Вейерштрасса-Мандельброта.	7	1	подготовка к устному опросу	2	устный опрос
2.	Тема 2. Размерности фракталов и их меры. Размерность подобия. Клеточная размерность. Размерность Хаусдорфа-Безиковича, мера и метрика Хаусдорфа. Самоподобие и скэйлинг.	7	2	подготовка к устному опросу	2	устный опрос
3.	Тема 3. Оценка размерности. Экспериментальные методы измерения фрактальной размерности. Вычисление фрактальных размерностей с использованием компьютера.	7	3	подготовка к устному опросу	2	устный опрос
4.	Тема 4. L-системы и СИФ. Компьютерное моделирование с помощью L-систем, их применение. Построение собственных моделей L-систем. Системы итерированных функций (СИФ). Приложения СИФ.	7	4	подготовка к устному опросу	2	устный опрос

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
5.	Тема 5. Приложения СИФ. Алгоритмы построения аттрактора СИФ. Принцип сжатия изображений при помощи СИФ. Приложение СИФ к компьютерному моделированию.	7	5	подготовка к устному опросу	2	устный опрос
6.	Тема 6. Фракталы и технический анализ финансовых рынков. Волны Эллиотта. Понятия тренда и паттерна. Применение фракталов при моделировании природных объектов и процессов	7	6	подготовка к устному опросу	2	устный опрос
7.	Тема 7. Устройство радиоантенны. Особенности фрактальных шаблонов для радиоантенн. Свойства широкополосности и внутреннего сопротивления при масштабировании.	7	7	подготовка к устному опросу	2	устный опрос
8.	Тема 8. Перколяционные процессы и их компьютерное моделирование. Фракталы в нефтегазовой геологии и геофизике. Моделирование распространения пожаров и эпидемий, роста кристаллов и штаммов бактерий.	7	8	подготовка к устному опросу	2	устный опрос

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
9.	Тема 9. Временные ряды. Моделирование обобщенного броуновского движения. Персистентность и антиперсистентность. Эмпирический закон Херста. Примеры природных процессов. Стохастическая динамика	7	9	подготовка к устному опросу	2	устный опрос
10.	Тема 10. Простейшие динамические системы. Траектории точек. Преобразование плотностей. Написание компьютерной программы иллюстрирующей траектории точек и преобразование плотностей.	7	10	подготовка к устному опросу	2	устный опрос
11.	Тема 11. Меры и измеримые пространства. Интеграл Лебега. Сходимости в функциональных пространствах, ее виды.	7	11	подготовка к устному опросу	2	устный опрос
12.	Тема 12. Марковские операторы. Оператор Фробениуса-Перрона. Оператор Купмана. Задачи на вычисление операторов Фробениуса-Перрона и Купмана.	7	12	подготовка к устному опросу	2	устный опрос
13.	Тема 13. Инвариантные меры и меро-сохраняющие трансформации. Эргодические трансформации. Задачи на доказательство эргодичности трансформации.	7	13	подготовка к устному опросу	2	устный опрос

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
14.	Тема 14. Перемешивающие трансформации. Точные трансформации. Задачи на доказательство перемешиваемости и точности трансформации.	7	14	подготовка к устному опросу	2	устный опрос
15.	Тема 15. Использование операторов Фробениуса-Перрона и Купмана для классификации трансформаций. Автоморфизмы Колмогорова. Написание компьютерной программы иллюстрирующей поведение операторов Фробениуса-Перрона и Купмана.	7	15	подготовка к устному опросу	2	устный опрос
16.	Тема 16. Слабая и сильная предкомпактность. Свойства средних. Асимптотическая периодичность. Написание компьютерной программы иллюстрирующей асимптотическую периодичность.	7	16	подготовка к устному опросу	2	устный опрос
17.	Тема 17. Существование стационарной плотности. Условия. Эргодичность, перемешиваемость и точность.	7	17	подготовка к устному опросу	2	устный опрос

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
18.	Тема 18. Асимптотическая стабильность. Марковский оператор, определяемый стохастическим ядром. Написание компьютерной программы иллюстрирующей асимптотическую стабильность.	7	18	подготовка к устному опросу	2	устный опрос
	Итого				36	

### 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

активные и интерактивные формы проведения занятий (интерактивная презентация компьютерного моделирования и мультимедийной информации на ноутбуке с помощью проектора).

### 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

**Тема 1. Введение. Краткий обзор темы. Основные определения. Развитие учения о фракталах. Примеры фракталов: береговая линия, триадная кривая Коха, кривая Мандельброта-Гивена, ковер и салфетка Серпинского, функция Вейерштрасса-Мандельброта.**

устный опрос, примерные вопросы:

Примеры фракталов Свойства фракталов

**Тема 2. Размерности фракталов и их меры. Размерность подобия. Клеточная размерность. Размерность Хаусдорфа-Безиковича, мера и метрика Хаусдорфа. Самоподобие и скейлинг.**

устный опрос, примерные вопросы:

Размерность подобия Размерность клеточная Размерность Хаусдорфа-Безиковича

**Тема 3. Оценка размерности. Экспериментальные методы измерения фрактальной размерности. Вычисление фрактальных размерностей с использованием компьютера.**

устный опрос, примерные вопросы:

Экспериментальные методы вычисления фрактальной размерности

**Тема 4. L-системы и СИФ. Компьютерное моделирование с помощью L-систем, их применение. Построение собственных моделей L-систем. Системы итерированных функций (СИФ). Приложения СИФ.**

устный опрос, примерные вопросы:

Основы L-систем Основы СИФ

**Тема 5. Приложения СИФ. Алгоритмы построения аттрактора СИФ. Принцип сжатия изображений при помощи СИФ. Приложение СИФ к компьютерному моделированию.**

устный опрос, примерные вопросы:

Детерминированный алгоритм построения аттрактора СИФ Рандомизированный алгоритм построения аттрактора СИФ

**Тема 6. Фракталы и технический анализ финансовых рынков. Волны Эллиотта. Понятия тренда и паттерна. Применение фракталов при моделировании природных объектов и процессов**

устный опрос , примерные вопросы:

Волны Эллиотта Тренд Паттерн

**Тема 7. Устройство радиоантенны. Особенности фрактальных шаблонов для радиоантенн. Свойства широкополосности и внутреннего сопротивления при масштабировании.**

устный опрос , примерные вопросы:

Особенности фрактальных шаблонов для радиоантенн.

**Тема 8. Перколяционные процессы и их компьютерное моделирование. Фракталы в нефтегазовой геологии и геофизике. Моделирование распространения пожаров и эпидемий, роста кристаллов и штаммов бактерий.**

устный опрос , примерные вопросы:

Примеры перколяционных процессов

**Тема 9. Временные ряды. Моделирование обобщенного броуновского движения. Персистентность и антиперсистентность. Эмпирический закон Херста. Примеры природных процессов. Стохастическая динамика**

устный опрос , примерные вопросы:

Закон Херста Броуновское и обобщенное броуновское движение

**Тема 10. Простейшие динамические системы. Траектории точек. Преобразование плотностей. Написание компьютерной программы иллюстрирующей траектории точек и преобразование плотностей.**

устный опрос , примерные вопросы:

Понятие орбиты Понятие периода

**Тема 11. Меры и измеримые пространства. Интеграл Лебега. Сходимость в функциональных пространствах, ее виды.**

устный опрос , примерные вопросы:

определение интеграла Лебега виды сходимости в функциональных пространствах

**Тема 12. Марковские операторы. Оператор Фробениуса-Перрона. Оператор Купмана. Задачи на вычисление операторов Фробениуса-Перрона и Купмана.**

устный опрос , примерные вопросы:

Оператор Фробениуса-Перрона, его свойства Оператор Купмана, его свойства Марковские операторы

**Тема 13. Инвариантные меры и меро-сохраняющие трансформации. Эргодические трансформации. Задачи на доказательство эргодичности трансформации.**

устный опрос , примерные вопросы:

инвариантность меры Эргодичность

**Тема 14. Перемешивающие трансформации. Точные трансформации. Задачи на доказательство перемешиваемости и точности трансформации.**

устный опрос , примерные вопросы:

Перемешивающие трансформации Точные трансформации

**Тема 15. Использование операторов Фробениуса-Перрона и Купмана для классификации трансформаций. Автоморфизмы Колмогорова. Написание компьютерной программы иллюстрирующей поведение операторов Фробениуса-Перрона и Купмана.**

устный опрос , примерные вопросы:

Автоморфизм Колмогорова классификация трансформаций с помощью операторов Фробениуса-Перрона и Купмана

**Тема 16. Слабая и сильная предкомпактность. Свойства средних. Асимптотическая периодичность. Написание компьютерной программы иллюстрирующей асимптотическую периодичность.**

устный опрос, примерные вопросы:

Предкомпактность Асимптотическая периодичность

**Тема 17. Существование стационарной плотности. Условия. Эргодичность, перемешиваемость и точность.**

устный опрос, примерные вопросы:

Условия существования стационарной плотности. Взаимосвязь эргодичности, перемешиваемости и точности

**Тема 18. Асимптотическая стабильность. Марковский оператор, определяемый стохастическим ядром. Написание компьютерной программы иллюстрирующей асимптотическую стабильность.**

устный опрос, примерные вопросы:

стохастическое ядро асимптотическая стабильность

**Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к зачету и экзамену:

В течение семестра студенты решают задачи, указанные преподавателем, к каждому семинару. Самостоятельное изучение предмета осуществляется студентами по пособиям из списка основной литературы.

В конце семестра проводится зачет и экзамен. Оценка выставляется по результатам работы в течение семестра и ответа на зачете. На экзамене обучающийся защищает созданную им презентацию самостоятельного проекта на тему "Приложение фракталов". Оценивается новизна, актуальность и возможность реализации предложенного студентом проекта.

Вопросы к зачету:

Примеры фракталов

Свойства фракталов

Размерность подобия

Размерность клеточная

Размерность Хаусдорфа-Безиковича

Экспериментальные методы вычисления фрактальной размерности

Основы L-систем

Основы СИФ

Детерминированный алгоритм построения аттрактора СИФ

Рандомизированный алгоритм построения аттрактора СИФ

Волны Элиотта

Тренд

Паттерн

Особенности фрактальных шаблонов для радиоантенн.

Примеры перколяционных процессов

Закон Херста

Броуновское и обобщенное броуновское движение

Понятие орбиты

Понятие периода

определение интеграла Лебега

виды сходимости в функциональных пространствах

Оператор Фробениуса-Перрона, его свойства

Оператор Купмана, его свойства

Марковские операторы  
инвариантность меры  
Эргодичность  
Перемешивающие трансформации  
Точные трансформации  
Автоморфизм Колмогорова  
классификация трансформаций с помощью операторов Фробениуса-Перрона и Купмана  
Предкомпактность  
Асимптотическая периодичность  
Условия существования стационарной плотности. Взаимосвязь эргодичности, перемешиваемости и точности

### 7.1. Основная литература:

- 1.Игудесман, Константин Борисович. Фрактальная геометрия [Текст: электронный ресурс] / Игудесман Константин Борисович; Казан. гос. ун-т. Электронные данные (1 файл: 3,53 Мб). Казань. КГУ 2010. Загл. с экрана. Режим доступа: открытый .? </li>- 2. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие / Туганбаев А.А., Крупин В.Г. - Санкт-Петербург: Лань, 2011. - 320 с. <http://e.lanbook.com/view/book/652/>
- 3. Вероятность, математическая статистика, случайные процессы. Учебное пособие. Д. Х. Муштари, Казанский университет, 2011, 201 с. <http://old.kpfu.ru/infres/00-INT.pdf>
- 4.Трошин П.И. МОДЕЛИРОВАНИЕ ФРАКТАЛОВ В СРЕДЕ MAXIMA часть I - Казань: Казанский (Приволжский) федеральный университет, 2012. - 67 с.  
<http://kpfu.ru/math/elektronnye-resursy/uchebnye-i-metodicheskie-materialy/uchebnye-i-metodicheskie-ma>
- 5.Трошин П.И. МОДЕЛИРОВАНИЕ ФРАКТАЛОВ В СРЕДЕ MAXIMA частьII - Казань: Казанский (Приволжский) федеральный университет, 2012. - 67с:  
<http://kpfu.ru/math/elektronnye-resursy/uchebnye-i-metodicheskie-materialy/uchebnye-i-metodicheskie>

### 7.2. Дополнительная литература:

- 1.Фракталы и хаос в динамических системах: учеб. пособие для студентов по спец. 01.02 "Прикл. математика" / Р. Кроновер; пер. с англ. Т.Э. Кренкеля и А.Л. Соловейчика; под ред. Т.Э. Кренкеля. 2-е доп. изд. / доп. А.А. Потапова. Москва: Техносфера, 2006. 484 с.
2. Просто фрактал / Сергей Деменок. Санкт-Петербург: Страта, 2012. 163, [3] с.
3. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебное пособие / С.В. Павлов. - М.: ИЦ РИОР: ИНФРА-М, 2010. - 186 с.  
<http://www.znaniyum.com/bookread.php?book=217167>

### 7.3. Интернет-ресурсы:

Издательская система LaTeX - <http://miktex.org/>  
Пакет математических вычислений Maxima - <http://maxima.sourceforge.net/>  
Подраздел о применениях фракталов - <http://library.thinkquest.org/26242/full/index.html>  
Сайт о фракталах - <http://library.thinkquest.org/26242/>  
Фракталы. Обзорение - <http://elementy.ru/posters/fractals#f=>

## 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Приложение фракталов и стохастическая динамика" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Компьютерный класс, представляющий собой рабочее место преподавателя и не менее 15 рабочих мест студентов, включающих компьютерный стол, стул, персональный компьютер, лицензионное программное обеспечение. Каждый компьютер имеет широкополосный доступ в сеть Интернет. Все компьютеры подключены к корпоративной компьютерной сети КФУ и находятся в едином домене.

Учебные аудитории для проведения лекционных занятий. Компьютерный класс для проведения семинарских занятий. А также проектор, экран и ноутбук с установленным математическим программным обеспечением (Maxima, Sage, Mathematica, Matlab и т.д) и издательской системой LaTeX.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010100.62 "Математика" и профилю подготовки Общий профиль .

Автор(ы):

Игудесман К.Б. \_\_\_\_\_

Трошин П.И. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.