

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



подписано электронно-цифровой подписью

**Программа дисциплины**  
**Фракталы и многообразия БЗ.ДВ.1**

Направление подготовки: 010100.62 - Математика

Профиль подготовки: Общий профиль

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Игудесман К.Б. , Шурыгин В.В.

**Рецензент(ы):**

-

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Шурыгин В. В.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_ от "\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No \_\_\_ от "\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No 81722514

Казань  
2014

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Игудесман К.Б. Кафедра геометрии отделение математики , kigudesm@yandex.ru ; заведующий кафедрой, д.н. (профессор) Шурыгин В.В. Кафедра геометрии отделение математики , vadim.shurygin

### 1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины (модуля) "Фракталы и многообразия" являются: ознакомление с основными понятиями и методами теории гладких многообразий и теории фракталов; теоретическая и практическая подготовка в области исследования геометрических объектов; овладение современным математическим аппаратом, применяемым в геометрических исследованиях, для дальнейшего использования в приложениях.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б3.ДВ.1 Профессиональный" основной образовательной программы 010100.62 Математика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 3 курсе, 5 семестр.

Дисциплина "Фракталы и многообразия" входит в вариативную часть цикла профессиональных дисциплин. Для ее успешного изучения необходимы знания и умения, приобретенные в результате освоения предшествующих дисциплин: аналитической геометрии, математического анализа, дифференциальной геометрии и топологии, линейной алгебры, абстрактной алгебры, а также навыки пользования математическим программным обеспечением (Maxima, Sage, Mathematica, Matlab и др.), издательской системой системой LaTeX.

Освоение дисциплины "Фракталы и многообразия" является основанием для успешного освоения дальнейших курсов вариативной части - римановой и метрической геометрии, стохастической динамики, групп Ли и расслоений; приобретенные знания будут полезны в научно-исследовательской работе.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОК-11 (общекультурные компетенции)	фундаментальной подготовкой по основам профессиональных знаний и готовностью к использованию их в профессиональной деятельности
ОК-12 (общекультурные компетенции)	навыками работы с компьютером
ОК-13 (общекультурные компетенции)	базовыми знаниями в областях информатики и современных информационных технологий, навыки использования программных средств и навыки работы в компьютерных сетях, умение создавать базы данных и использовать ресурсы Интернет
ОК-5 (общекультурные компетенции)	способностью к самокритике и критике
ОК-6 (общекультурные компетенции)	способностью применять знания на практике
ОК-7 (общекультурные компетенции)	исследовательскими навыками

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОК-8 (общекультурные компетенции)	способностью приобретать новые знания, используя современные образовательные и информационные технологии
ПК-1 (профессиональные компетенции)	определением общих форм, закономерностей и инструментальных средств отдельной предметной области
ПК-10 (профессиональные компетенции)	пониманием корректности постановок задач
ПК-11 (профессиональные компетенции)	самостоятельным построением алгоритма и его анализ
ПК-12 (профессиональные компетенции)	пониманием того, что фундаментальное знание является основой компьютерных наук
ПК-16 (профессиональные компетенции)	выделением главных смысловых аспектов в доказательствах
ПК-17 (профессиональные компетенции)	умением извлекать полезную научно-техническую информацию из электронных библиотек, реферативных журналов, сети Интернет
ПК-18 (профессиональные компетенции)	умением публично представить собственные и известные научные результаты
ПК-19 (профессиональные компетенции)	владением методом алгоритмического моделирования при анализе постановок математических задач
ПК-2 (профессиональные компетенции)	умением понять поставленную задачу
ПК-20 (профессиональные компетенции)	владением методами математического и алгоритмического моделирования при решении прикладных задач
ПК-21 (профессиональные компетенции)	владением методами математического и алгоритмического моделирования при анализе теоретических проблем и задач
ПК-22 (профессиональные компетенции)	владением проблемно-задачной формой представления математических знаний
ПК-23 (профессиональные компетенции)	владением проблемно-задачной формой представления естественнонаучных знаний
ПК-24 (профессиональные компетенции)	владением методами математического и алгоритмического моделирования при анализе управленческих задач в научно-технической сфере
ПК-25 (профессиональные компетенции)	умением самостоятельно математически корректно ставить естественно-научные и инженерно-физические задачи
ПК-27 (профессиональные компетенции)	умением точно представить математические знания в устной форме

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-29 (профессиональные компетенции)	возможностью преподавания физико-математических дисциплин и информатики в средней школе и средних специальных образовательных учреждениях на основе полученного фундаментального образования
ПК-3 (профессиональные компетенции)	умением формулировать результат
ПК-4 (профессиональные компетенции)	умением строго доказать утверждение
ПК-5 (профессиональные компетенции)	умением на основе анализа увидеть и корректно сформулировать результат
ПК-6 (профессиональные компетенции)	самостоятельно увидеть следствия сформулированного результата
ПК-7 (профессиональные компетенции)	умением грамотно пользоваться языком предметной области
ПК-8 (профессиональные компетенции)	умением ориентироваться в постановках задач
ПК-9 (профессиональные компетенции)	знанием корректных постановок классических задач

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

определения и свойства основных объектов теории гладких многообразий и теории фракталов, формулировки наиболее важных утверждений, методы их доказательств, возможные сферы приложений.

2. должен уметь:

решать задачи вычислительного и теоретического характера в области теории гладких многообразий и фракталов, устанавливать взаимосвязи между понятиями, доказывать утверждения.

3. должен владеть:

методами решения различных задач теории гладких многообразий и теории фракталов.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

1) Знать определения и свойства основных объектов теории гладких многообразий и теории фракталов, формулировки наиболее важных утверждений, методы их доказательств, возможные сферы приложений.

2) Уметь решать задачи вычислительного и теоретического характера в области теории гладких многообразий и фракталов, устанавливать взаимосвязи между понятиями, доказывать утверждения.

3) Владеть методами решения различных задач теории гладких многообразий и теории фракталов.

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 7 зачетных(ые) единиц(ы) 252 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет и экзамен в 5 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Классические фракталы.	5	1	3	3	0	домашнее задание
2.	Тема 2. Множества и отображения.	5	2	3	3	0	домашнее задание
3.	Тема 3. Системы итерированных функций (СИФ).	5	3	3	3	0	творческое задание домашнее задание
4.	Тема 4. Размерность.	5	4	3	3	0	домашнее задание
5.	Тема 5. Хаотическая динамика.	5	5	3	3	0	творческое задание домашнее задание
6.	Тема 6. Хаос и фракталы.	5	6	3	3	0	творческое задание домашнее задание
7.	Тема 7. Комплексная динамика.	5	7	3	3	0	творческое задание домашнее задание
8.	Тема 8. Проблема Кэли.	5	8	3	3	0	творческое задание домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
9.	Тема 9. Случайные фракталы.	5	9	3	3	0	творческое задание домашнее задание
10.	Тема 10. Категория дифференцируемых многообразий.	5	10	3	3	0	устный опрос домашнее задание
11.	Тема 11. Подмногообразия.	5	11-12	6	6	0	устный опрос домашнее задание
12.	Тема 12. Компактное исчерпание. Паракомпактность.	5	13-14	6	6	0	устный опрос домашнее задание
13.	Тема 13. Распределения на многообразиях.	5	15	3	3	0	устный опрос домашнее задание
14.	Тема 14. Многообразия с краем.	5	16-17	6	6	0	устный опрос домашнее задание
15.	Тема 15. Комплексные аналитические многообразия и многообразия над коммутативными ассоциативными унитарными алгебрами.	5	18	3	3	0	контрольная работа домашнее задание
	Тема . Итоговая форма контроля	5		0	0	0	экзамен зачет
	Итого			54	54	0	

#### 4.2 Содержание дисциплины

##### Тема 1. Классические фракталы.

###### **лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Классические фракталы. Самоподобие. L-системы.

###### **практическое занятие (3 часа(ов)):**

Пыль Кантора. Кривые Пеано.

##### Тема 2. Множества и отображения.

###### **лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Множества и отображения. Предварительные сведения из теории множеств. Метрические пространства.



**практическое занятие (3 часа(ов)):**

Сжимающие отображения. Аффинные преобразования. Метрика Хаусдорфа.

**Тема 3. Системы итерированных функций (СИФ).**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Системы итерированных функций (СИФ). Реализация СИФ.

**практическое занятие (3 часа(ов)):**

СИФ со сгущением. Коллажи.

**Тема 4. Размерность.**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Размерность. Размерность Минковского. Размерность подобия.

**практическое занятие (3 часа(ов)):**

Размерность Хаусдорфа. Вычисление размерностей.

**Тема 5. Хаотическая динамика.**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Хаотическая динамика. Аттрактор Лоренца. Итерированные отображения.

**практическое занятие (3 часа(ов)):**

Универсальность Фейгенбаума. Периодичность Шарковского. Хаос.

**Тема 6. Хаос и фракталы.**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Существенная зависимость. Символическая динамика. Хаос и фракталы.

**практическое занятие (3 часа(ов)):**

Подъем. Затенение. Алгоритм рандомизированной СИФ.

**Тема 7. Комплексная динамика.**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Комплексная динамика. Множества Жюлиа.

**практическое занятие (3 часа(ов)):**

Орбиты в множествах Жюлиа

**Тема 8. Проблема Кэли.**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Множество Мандельброта. Хаос и множества Жюлиа. Проблема Кэли.

**практическое занятие (3 часа(ов)):**

Множество Мандельброта. Хаос и множества Жюлиа. Проблема Кэли.

**Тема 9. Случайные фракталы.**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Случайные фракталы. Случайные возмущения. Броуновское движение.

**практическое занятие (3 часа(ов)):**

Срединное смещение. Фрактальное броуновское движение.

**Тема 10. Категория дифференцируемых многообразий.**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Категория дифференцируемых многообразий. Касательное и кокасательное расслоения.

**практическое занятие (3 часа(ов)):**

Расслоение линейных реперов. Связность в расслоении линейных реперов.

**Тема 11. Подмногообразия.**

**лекционное занятие (6 часа(ов)):**

Подмногообразие. Теорема о неявной функции. Теорема об обратной функции. Теорема о дифференцируемом отображении постоянного ранга. Прообраз регулярного значения.

**практическое занятие (6 часа(ов)):**



Прообраз подмногообразия при трансверсальном отображении. Теорема о существовании вложения компактного дифференцируемого многообразия в евклидово пространство.

### **Тема 12. Компактное исчерпание. Паракомпактность.**

**лекционное занятие (6 часа(ов)):**

Компактное исчерпание. Паракомпактность. Разбиение единицы.

**практическое занятие (6 часа(ов)):**

Разбиение единицы. Существование римановой метрики и линейной связности на гладком многообразии.

### **Тема 13. Распределения на многообразиях.**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Распределения на многообразиях. Вполне интегрируемые распределения.

**практическое занятие (3 часа(ов)):**

Теорема Фробениуса.

### **Тема 14. Многообразия с краем.**

**лекционное занятие (6 часа(ов)):**

Многообразия с краем. Интегрирование на многообразиях.

**практическое занятие (6 часа(ов)):**

Теорема Стокса.

### **Тема 15. Комплексные аналитические многообразия и многообразия над коммутативными ассоциативными унитарными алгебрами.**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Комплексные аналитические многообразия и многообразия над коммутативными ассоциативными унитарными алгебрами. Многообразия Хопфа.

**практическое занятие (3 часа(ов)):**

Комплексные аналитические многообразия и многообразия над коммутативными ассоциативными унитарными алгебрами. Алгебры многочленов и формальных степенных рядов и их факторалгебры. Подмногообразия в многообразиях над алгебрами.

## **4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**

<b>N</b>	<b>Раздел Дисциплины</b>	<b>Семестр</b>	<b>Неделя семестра</b>	<b>Виды самостоятельной работы студентов</b>	<b>Трудоемкость (в часах)</b>	<b>Формы контроля самостоятельной работы</b>
1.	Тема 1. Классические фракталы.	5	1	подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
2.	Тема 2. Множества и отображения.	5	2	подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
3.	Тема 3. Системы итерированных функций (СИФ).	5	3	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
				подготовка к творческому заданию	4	творческое задание
4.	Тема 4. Размерность.	5	4	подготовка домашнего задания	6	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
5.	Тема 5. Хаотическая динамика.	5	5	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
				подготовка к творческому заданию	4	творческое задание
6.	Тема 6. Хаос и фракталы.	5	6	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
				подготовка к творческому заданию	4	творческое задание
7.	Тема 7. Комплексная динамика.	5	7	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
				подготовка к творческому заданию	4	творческое задание
8.	Тема 8. Проблема Кэли.	5	8	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
				подготовка к творческому заданию	4	творческое задание
9.	Тема 9. Случайные фракталы.	5	9	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
				подготовка к творческому заданию	4	творческое задание
10.	Тема 10. Категория дифференцируемых многообразий.	5	10	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
				подготовка к устному опросу	2	устный опрос
11.	Тема 11. Подмногообразия.	5	11-12	подготовка домашнего задания	8	домашнее задание
				подготовка к устному опросу	4	устный опрос
12.	Тема 12. Компактное исчерпание. Паракомпактность.	5	13-14	подготовка домашнего задания	8	домашнее задание
				подготовка к устному опросу	4	устный опрос
13.	Тема 13. Распределения на многообразиях.	5	15	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
				подготовка к устному опросу	2	устный опрос

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
14.	Тема 14. Многообразия с краем.	5	16-17	подготовка домашнего задания	8	домашнее задание
				подготовка к устному опросу	4	устный опрос
15.	Тема 15. Комплексные аналитические многообразия и многообразия над коммутативными ассоциативными унитарными алгебрами.	5	18	подготовка домашнего задания	3	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	3	контрольная работа
	Итого				108	

### 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

активные и интерактивные формы проведения занятий. Предусматривается использование компьютерного моделирования, как на практических занятиях, так и в самостоятельной работе. Ввиду сложной структуры изучаемого предмета также используется мультимедийный подход: лекция и практика могут иллюстрироваться рисунками, видеороликами, аудиозаписями, презентациями.

### 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

#### Тема 1. Классические фракталы.

домашнее задание , примерные вопросы:

проверка домашнего задания

#### Тема 2. Множества и отображения.

домашнее задание , примерные вопросы:

проверка домашнего задания

#### Тема 3. Системы итерированных функций (СИФ).

домашнее задание , примерные вопросы:

проверка домашнего задания

творческое задание , примерные вопросы:

Написание компьютерной программы для построения ат-трактора СИФ.

#### Тема 4. Размерность.

домашнее задание , примерные вопросы:

проверка домашнего задания

#### Тема 5. Хаотическая динамика.

домашнее задание , примерные вопросы:

проверка домашнего задания

творческое задание , примерные вопросы:

Написание компьютерной программы иллюстрирующей траектории то-чек.

#### Тема 6. Хаос и фракталы.

домашнее задание , примерные вопросы:

проверка домашнего задания

творческое задание , примерные вопросы:

Написание компьютерной программы реал-лизующей ал-горитм рандо-мизированной СИФ.

### **Тема 7. Комплексная динамика.**

домашнее задание , примерные вопросы:

проверка домашнего задания

творческое задание , примерные вопросы:

Написание компьютерной программы для построения множества Жюлиа.

### **Тема 8. Проблема Кэли.**

домашнее задание , примерные вопросы:

проверка домашнего задания

творческое задание , примерные вопросы:

Написание компьютерной программы для построения множества Мандельброта.

### **Тема 9. Случайные фракталы.**

домашнее задание , примерные вопросы:

проверка домашнего задания

творческое задание , примерные вопросы:

Написание компьютерной программы для моделирования фрактального броуновское движения.

### **Тема 10. Категория дифференцируемых многообразий.**

домашнее задание , примерные вопросы:

проверка домашнего задания

устный опрос , примерные вопросы:

опрос теоретического материала

### **Тема 11. Подмногообразия.**

домашнее задание , примерные вопросы:

проверка домашнего задания

устный опрос , примерные вопросы:

опрос теоретического материала

### **Тема 12. Компактное исчерпание. Паракомпактность.**

домашнее задание , примерные вопросы:

проверка домашнего задания

устный опрос , примерные вопросы:

опрос теоретического материала

### **Тема 13. Распределения на многообразиях.**

домашнее задание , примерные вопросы:

проверка домашнего задания

устный опрос , примерные вопросы:

опрос теоретического материала

### **Тема 14. Многообразия с краем.**

домашнее задание , примерные вопросы:

проверка домашнего задания

устный опрос , примерные вопросы:

опрос теоретического материала

### **Тема 15. Комплексные аналитические многообразия и многообразия над коммутативными ассоциативными унитарными алгебрами.**

домашнее задание , примерные вопросы:

проверка домашнего задания

контрольная работа , примерные вопросы:

пример контрольной работы в формате LaTeX. 1. Показать, что множество матриц с единичным определителем является подмногообразием. 2. Пусть  $S$  - цилиндр с уравнением  $x^2+y^2=1$ ,  $M$  - его подмножество, заданное условием  $|z| \leq 1$ . Пусть  $w = z \, dy \wedge dz - x \, dx \wedge dz - 3y^2z \, dx \wedge dy$ . Показать, что  $M$  - многообразие с краем и найти  $\int_M i^*w$ , где  $i: M \rightarrow \mathbb{R}^3$  - вложение.

### Тема . Итоговая форма контроля

Примерные вопросы к зачету и экзамену:

В течение семестра студенты решают задачи, указанные преподавателем, к каждому семинару, пишут компьютерные программы для построения фрактальных множеств.

Список творческих заданий.

Написание компьютерной программы для построения аттрактора СИФ.

Написание компьютерной программы иллюстрирующей траектории точек.

Написание компьютерной программы реализующей алгоритм рандомизированной СИФ.

Написание компьютерной программы для построения множества Жюлиа.

Написание компьютерной программы для построения множества Мандельброта.

Написание компьютерной программы для моделирования фрактального броуновское движения.

Пример контрольной работы в формате LaTeX.

1. Показать, что множество матриц с единичным определителем является подмногообразием.

2. Пусть  $S$  - цилиндр с уравнением  $x^2+y^2=1$ ,  $M$  - его подмножество, заданное условием  $|z| \leq 1$ . Пусть  $w = z \, dy \wedge dz - x \, dx \wedge dz - 3y^2z \, dx \wedge dy$ . Показать, что  $M$  - многообразие с краем и найти  $\int_M i^*w$ , где  $i: M \rightarrow \mathbb{R}^3$  - вложение.

Пример билета на зачет.

1. Размерность Хаусдорфа. Вычислить размерность Хаусдорфа данного множества.

2. Множества Жюлиа.

Пример билета на экзамен.

1. Теорема Фробениуса

2. Теорема Стокса. Применение к двумерному и трехмерному случаям.

### 7.1. Основная литература:

Просто фрактал, Деменок, Сергей Леонидович, 2012г.

Сборник задач по тензорному анализу, Малахальцев, Михаил Арменович; Фомин, Виктор Егорович, 2008г.

3. П.И.Трошин. Моделирование фракталов в среде Maxima. Часть 1. Изд-во КПФУ, 2012. 67 с. [//http://kpfu.ru/docs/F1416066913/main.\\_1\\_.pdf](http://kpfu.ru/docs/F1416066913/main._1_.pdf)

4. П.И.Трошин. Моделирование фракталов в среде Maxima. Часть 2. Изд-во КПФУ, 2012. 48 с. <http://kpfu.ru/docs/F1526739216/main.pdf>

5. Мищенко А.С., Фоменко А.Т. Курс дифференциальной геометрии и топологии. Изд-во Лань, 2010, 512 с. [//http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=617](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=617)

### 7.2. Дополнительная литература:

Фракталы, случай и финансы (1959 - 1997), Мандельброт, Бенуа, 2004г.

Фракталы и хаос в динамических системах, Кроновер, Ричард М., 2006г.

Курс дифференциальной геометрии и топологии, Мищенко, Александр Сергеевич; Фоменко, Анатолий Тимофеевич, 2010г.

1. М. Шредер. Фракталы, хаос, степенные законы. Миниатюры из бесконечного рая: Пер. с англ. НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика", Ижевск, 2001.
2. M.F. Barnsley Superfractals. Cambridge University Press, Cambridge, 2006.
3. Федер Е. Фракталы / Е. Федер.- М. : Мир, 1991.- 261 с.
4. Кроновер Р. М. Фракталы и хаос в динамических системах. Основы Теории / Р. М. Кроновер. - М. : Постмаркет, 2000.- 352 с.
5. Barnsley M. F. Fractals everywhere / M. F. Barnsley - Boston : Academic Press, 1988 - 394p.
6. Мандельброт Б. Б. Фрактальная геометрия природы / The Fractal Geometry of Nature / Б. Б. Мандельброт. - М. : Институт компьютерных исследований, 2002. --- 656 с. --- ISBN 5-93972-108-7.
7. Стернберг С. Лекции по дифференциальной геометрии. М. Мир. 1970.
8. Уорнер Ф. Основы теории гладких многообразий и групп Ли. М. Мир. 1987.
9. Boothby W.M. An introduction to differentiable manifolds and Riemannian geometry. NY. Academic Press. 1975.
10. Постников М.М. Гладкие многообразия. (Лекции по геометрии. Семестр III). М. Наука. 1987.
11. Задачи по тензорному анализу и римановой геометрии. Под ред. Б.Н. Шапукова.

### 7.3. Интернет-ресурсы:

Fractal foundation - <http://fractalfoundation.org/>

Fractal Geometry - <http://classes.yale.edu/fractals/>

Издательская система LaTeX - <http://miktex.org/>

Курс дифференциальной геометрии и топологии - [http://lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=43&pl1\\_id=605](http://lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=43&pl1_id=605)

Пакет математических вычислений Maxima - <http://maxima.sourceforge.net/>

### 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Фракталы и многообразия" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Компьютерный класс, представляющий собой рабочее место преподавателя и не менее 15 рабочих мест студентов, включающих компьютерный стол, стул, персональный компьютер, лицензионное программное обеспечение. Каждый компьютер имеет широкополосный доступ в сеть Интернет. Все компьютеры подключены к корпоративной компьютерной сети КФУ и находятся в едином домене.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Учебные аудитории для проведения лекционных и семинарских занятий. - проектор, экран и ноутбук с установленным математическим программным обеспечением.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010100.62 "Математика" и профилю подготовки Общий профиль .

Автор(ы):

Игудесман К.Б. \_\_\_\_\_

Шурыгин В.В. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.