

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



подписано электронно-цифровой подписью

### Программа дисциплины

Применение краевых задач в аэрогидромеханике и теории упругости Б2.ДВ.3

Направление подготовки: 010100.62 - Математика

Профиль подготовки: Общий профиль

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Широкова Е.А.

**Рецензент(ы):**

-

### **СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Широкова Е. А.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_г

Регистрационный No 81727315

Казань  
2014

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) заведующий кафедрой, д.н. (доцент) Широкова Е.А. Кафедра общей математики отделение математики, Elena.Shirokova@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Ознакомить студентов с методами решения задач аэрогидромеханики и теории упругости путем сведения их к решению краевых задач для аналитических функций комплексного переменного.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б2.ДВ.3 Общепрофессиональный" основной образовательной программы 010100.62 Математика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 4 курсе, 8 семестр.

Дисциплина входит в цикл Б2.ДВ2. Получаемые знания необходимы для понимания и освоения курсов по профильным дисциплинам направления Математика, а также для выполнения курсовых работ и выпускной работы.

Студенты получают знания в области применения методов аналитических функций и краевых задач в прикладных задачах, знакомятся с методами математического моделирования физических процессов.

Для изучения дисциплины "Применение краевых задач в аэрогидромеханике и теории упругости" необходимо знакомство студентов с курсом "Теория функций комплексного переменного", а также со спецкурсом "Краевые задачи".

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

| Шифр компетенции                       | Расшифровка приобретаемой компетенции  |
|--|--|
| ОК-10<br>(общекультурные компетенции)  | умение находить, анализировать и контекстно обрабатывать научно-техническую информацию   |
| ОК-12<br>(общекультурные компетенции)  | получение навыков работы с компьютером;  |
| ОК-13<br>(общекультурные компетенции)  | получение базовых знаний в областях информатики и современных информационных технологий, навыков использования программных средств и навыков работы в компьютерных сетях, умение создавать базы данных и использовать ресурсы Интернет |
| ОК-6<br>(общекультурные компетенции)   | способность применять знания на практике;  |
| ОК-7<br>(общекультурные компетенции)   | формирование исследовательских навыков;  |
| ОК-8<br>(общекультурные компетенции)   | способность применять новые знания, используя современные образовательные и информационные технологии;   |
| ПК-2<br>(профессиональные компетенции) | умение понять поставленную задачу  |

| Шифр компетенции                        | Расшифровка приобретаемой компетенции  |
|---|--|
| ПК-20<br>(профессиональные компетенции) | владение методами математического и алгоритмического моделирования при решении прикладных задач                                |
| ПК-3<br>(профессиональные компетенции)  | умение формулировать результат   |
| ПК-4<br>(профессиональные компетенции)  | умение строго доказать утверждение;  |
| ПК-21<br>(профессиональные компетенции) | владение методами математического и алгоритмического моделирования при анализе теоретических проблем и задач прикладных задач. |

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

основные уравнения плоских векторных полей течения идеальной жидкости и уравнения теории упругости, постановки и способы решения плоских краевых задач аэрогидромеханики и теории упругости.

2. должен уметь:

применять методы теории функций комплексного переменного для решения плоских краевых задач аэрогидромеханики и теории упругости.

3. должен владеть:

навыками применения конформных отображений для нахождения комплексных потенциалов.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

Знать основные понятия и методы разделов математики, используемых в изучаемом курсе. Уметь применять математические методы, относящиеся ко всем разделам курса, при решении прикладных задач.

Владеть навыками применения математических моделей для описания физических процессов.

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных(ые) единиц(ы) 72 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 8 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

| N  | Раздел Дисциплины/ Модуля  | Семестр | Неделя семестра | Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах) |                      |                     | Текущие формы контроля      |
|----|--|---------|-----------------|--|----------------------|---------------------|-----------------------------|
|    |  |         |                 | Лекции   | Практические занятия | Лабораторные работы |                             |
| 1. | Тема 1. Плоские векторные поля. Комплексный потенциал в гидромеханике. Метод конформных отображений. Примеры решения краевых задач. Примеры распределения скоростей в области течения. | 8       |                 | 5  | 6                    | 0                   | домашнее задание            |
| 2. | Тема 2. Комплексный потенциал в теории фильтрации. Примеры решения краевых задач и распределения скоростей.  | 8       |                 | 3  | 2                    | 0                   | домашнее задание            |
| 3. | Тема 3. Потенциалы в теории упругости. Примеры решения основных плоских граничных задач теории упругости и распределение напряжений.   | 8       |                 | 8  | 8                    | 0                   | реферат<br>домашнее задание |
|    | Тема . Итоговая форма контроля   | 8       |                 | 0  | 0                    | 0                   | зачет                       |
|    | Итого  |         |                 | 16   | 16                   | 0                   |                             |

#### 4.2 Содержание дисциплины

**Тема 1. Плоские векторные поля. Комплексный потенциал в гидромеханике. Метод конформных отображений. Примеры решения краевых задач. Примеры распределения скоростей в области течения.**

**лекционное занятие (5 часа(ов)):**

Потенциальные и соленоидальные плоские векторные поля. Комплексный потенциал в гидромеханике. поля течений в канале, в бесконечной области, обтекание изолированного профиля - бесциркуляционное и с циркуляцией. Метод конформных отображений. Обратные задачи обтекания изолированного профиля.

**практическое занятие (6 часа(ов)):**

Изучение поля скоростей в конкретных областях. Построение комплексного потенциала. Использование программы MAXIMA.

**Тема 2. Комплексный потенциал в теории фильтрации. Примеры решения краевых задач и распределения скоростей.**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Уравнения плоской теории фильтрации. Введение комплексного потенциала. Случаи бесконечного и конечного слоев фильтрации. Шпунт Жуковского. Обратные задачи плоской фильтрации.

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Изучение поля скоростей плоской фильтрации при конкретных формах подземного контура гидротехнического сооружения. Использование программы MAXIMA.

**Тема 3. Потенциалы в теории упругости. Примеры решения основных плоских граничных задач теории упругости и распределение напряжений.**

**лекционное занятие (8 часа(ов)):**

Основные уравнения плоской теории упругости, введение комплексных потенциалов. Основные задачи плоской теории упругости. Сведение к краевым задачам для аналитических функций. Случаи получения решения в аналитическом виде.

**практическое занятие (8 часа(ов)):**

Построение решений задач для конкретных областей (круг, внешность круга, область типа R, круговое кольцо). Поведение решений в случае граничных каспов. Элементы теории разрушений.

**4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**

| N  | Раздел Дисциплины  | Семестр | Неделя семестра | Виды самостоятельной работы студентов | Трудоемкость (в часах) | Формы контроля самостоятельной работы |
|----|--|---------|-----------------|---------------------------------------|------------------------|---------------------------------------|
| 1. | Тема 1. Плоские векторные поля. Комплексный потенциал в гидромеханике. Метод конформных отображений. Примеры решения краевых задач. Примеры распределения скоростей в области течения. | 8       |                 | подготовка домашнего задания          | 12                     | домашнее задание                      |
| 2. | Тема 2. Комплексный потенциал в теории фильтрации. Примеры решения краевых задач и распределения скоростей.  | 8       |                 | подготовка домашнего задания          | 7                      | домашнее задание                      |
| 3. | Тема 3. Потенциалы в теории упругости. Примеры решения основных плоских граничных задач теории упругости и распределение напряжений.   | 8       |                 | подготовка домашнего задания          | 14                     | домашнее задание                      |
|    |  |         |                 | подготовка к реферату                 | 7                      | реферат                               |
|    | Итого  |         |                 |                                       | 40                     |                                       |

**5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения**

Проводятся лекции и семинарские занятия. На лекциях в качестве примеров рассматриваются конкретные задачи. Они решаются лектором совместно со студентами. Часть работы, связанную с вычислениями на лекции, студенты обязаны провести самостоятельно. На семинарском занятии проводятся проверки домашних заданий. Поощряются (баллами) студенты, решившие задачи раньше других. На компьютере рисуются области, в которых решаются краевые задачи и демонстрируется распределение векторных характеристик.

## **6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов**

### **Тема 1. Плоские векторные поля. Комплексный потенциал в гидромеханике. Метод конформных отображений. Примеры решения краевых задач. Примеры распределения скоростей в области течения.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Практика конформных отображений. Построение поля скоростей обтекания изолированных профилей при бесциркуляционном обтекании и обтекании с циркуляцией с использованием комплексных потенциалов. Построение поля скоростей течения жидкости в канале.

Плоскопараллельное течение в полупространстве. Решение обратных задач обтекания крылового профиля для простейших примеров распределения граничных скоростей.

### **Тема 2. Комплексный потенциал в теории фильтрации. Примеры решения краевых задач и распределения скоростей.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Введение комплексных переменных. Построение поля скоростей обтекания подземных частей плотин различных форм в бесконечном фильтрующем слое. Случаи угловых точек. Простейшие случаи построения решений обратных краевых задач.

### **Тема 3. Потенциалы в теории упругости. Примеры решения основных плоских граничных задач теории упругости и распределение напряжений.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение основных краевых задач теории упругости для простейших конечных и бесконечных областей. Решение задач для кругового кольца. Решение простейших краевых задач изгиба пластин.

реферат , примерные темы:

Примерная тема: Изучение направления развития трещины из каспа отверстия при заданном нагружении.

### **Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к зачету:

Индивидуальные контрольные задания по трем темам студенты обязаны выполнить дома и выступить с результатами на семинаре. На каждое задание 10 баллов.

Активность студентов на лекциях (работа, связанная с текущими вычислениями) - до 20 баллов.

Зачет, оцениваемый из 50 баллов.

Перечень вопросов к зачету

1. Уравнения плоского течения несжимаемой жидкости.
2. Комплексный потенциал плоского течения.
3. Течение в бесконечной области с краем.
4. Течение в канале.
5. Плоское обтекание бесконечного цилиндра.
6. Пример обтекания кругового цилиндра с циркуляцией.

7. Обтекание произвольного цилиндра с циркуляцией.
8. Обратная краевая задача обтекания крылового профиля.
9. Комплексный потенциал в теории фильтрации.
10. Случаи конечного и бесконечного фильтрующего слоя.
11. Скорость в окрестности угловых точек на срезе плотины.
12. Основные уравнения теории упругости. Плоская теория упругости.
13. Комплексные потенциалы плоской теории упругости.
14. Первая основная задача плоской теории упругости.
15. Вторая основная задача плоской теории упругости.
16. Решение краевых задач в круге.
17. Решение краевых задач во внешности круга.
18. Решение краевых задач в полуплоскости.
19. сведение краевых задач для произвольной области к краевым задачам для канонических областей с применением конформных отображений.

### 7.1. Основная литература:

1. Математические проблемы проектирования крыловых профилей: усложненные схемы течения; построение и оптимизация формы крыловых профилей / Н. Б. Ильинский, Д. Ф. Абзалилов. - Казань: Казанский университет, 2011. - 281 с.
2. Нигматулин, Роберт Искандерович. Механика сплошной среды, Кинематика. Динамика. Термодинамика. Статистическая динамика: учебник для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальности 010701 "Фундаментальная механика и механика" и направлению подготовки 010800 "Механика и математическое моделирование" / Р. И. Нигматулин. - Москва: ГЭОТАР-Медиа, 2014. - 639 с.
3. Механика сплошных сред: Курс лекций/ - Шинкин В. Н. "Мисис", 2010. - 235 с.  
[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=2079](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2079)
4. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. СПб. Издательство: Лань, 2009. - 432 с.  
[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=322](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=322)

### 7.2. Дополнительная литература:

1. Теория функций комплексной переменной: учебник для вузов / А. Г. Свешников, А. Н. Тихонов. - Издание 6-е, стереотипное. - Москва: Физматлит, 2010. - 336 с.
2. Теория функций комплексной переменной: учебник для вузов / А. Г. Свешников, А. Н. Тихонов. - Издание 6-е, стереотипное. - Москва: Физматлит, 2010. - 336 с.  
[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=48167](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=48167)
3. Посицельская Л.Н. Теория функций комплексной переменной в задачах и упражнениях. - М.: Физматлит, 2006. - 136 с. ЭБС "Лань": [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=2283](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2283)

### 7.3. Интернет-ресурсы:

- Конформные отображения и их приложения - [http://mirknig.com/knigi/estesstv\\_nauki/1181514127-konformnye-otobrazheniya-i-ih-prilozheniya.html](http://mirknig.com/knigi/estesstv_nauki/1181514127-konformnye-otobrazheniya-i-ih-prilozheniya.html)
- Мат. модели аэрогидромеханики - <http://window.edu.ru/library/pdf2txt/881/46881/23199/page10>
- Подземная гидромеханика - <http://www.dobi.oglib.ru/bgl/6625.html>
- Приложение конформных отображений - <http://urss.ru/cgi-bin/db.pl?lang=Ru&blang=ru&page=Book&id=6760>



Численные конформные отображения - <http://www.iki.rssi.ru/seminar/200105/abstract.html>

## **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)**

Освоение дисциплины "Применение краевых задач в аэрогидромеханике и теории упругости" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Компьютерный класс, представляющий собой рабочее место преподавателя и не менее 15 рабочих мест студентов, включающих компьютерный стол, стул, персональный компьютер, лицензионное программное обеспечение. Каждый компьютер имеет широкополосный доступ в сеть Интернет. Все компьютеры подключены к корпоративной компьютерной сети КФУ и находятся в едином домене.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "БиблиоРоссика", доступ к которой предоставлен студентам. В ЭБС "БиблиоРоссика" представлены коллекции актуальной научной и учебной литературы по гуманитарным наукам, включающие в себя публикации ведущих российских издательств гуманитарной литературы, издания на английском языке ведущих американских и европейских издательств, а также редкие и малотиражные издания российских региональных вузов. ЭБС "БиблиоРоссика" обеспечивает широкий законный доступ к необходимым для образовательного процесса изданиям с использованием инновационных технологий и соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

учебные аудитории для проведения лекционных и практических занятий, доступ студентов к компьютеру с Microsoft Office.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010100.62 "Математика" и профилю подготовки Общий профиль .

Автор(ы):

Широкова Е.А. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.