

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



» 20 г.

подписано электронно-цифровой подписью

## Программа дисциплины

Качественный анализ динамических систем

Направление подготовки: 44.03.05 - Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профиль подготовки: не предусмотрено

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2018

## **Содержание**

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и) ведущий научный сотрудник, д.н. (профессор) Игнатьев Ю.Г. (НИЛ Космологии, Институт физики), Ignatev-Yuri@mail.ru

## 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-6	Способен приобретать новые знания по математике и информатике на основе анализа, синтеза и других методов; осуществлять поиск информации по проблемам, относящимся к областям, обеспечивающим познавательные и метапредметные умения учащихся.

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен демонстрировать способность и готовность:

должен демонстрировать способность и готовность к применению качественных методов анализа, а также систем компьютерной математики

при исследовании динамических систем, способность привести систему дифференциальных уравнений, описывающих динамическую систему,

к нормальному виду, выяснить ее автономность, построить фазовые диаграммы динамической системы в прикладном математическом пакете,

исследовать с помощью методов качественной теории и численного моделирования стандартные динамические системы типа нелинейных колебаний

с учетом диссипативных процессов, реакции Жаботинского, орегонатора и т.п.

## 2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.В.ДВ.08.03 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 44.03.05 "Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) (не предусмотрено)" и относится к дисциплинам по выбору.

Осваивается на 3 курсе в 5 семестре.

## 3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных(ые) единиц(ы) на 72 часа(ов).

Контактная работа - 36 часа(ов), в том числе лекции - 18 часа(ов), практические занятия - 0 часа(ов), лабораторные работы - 18 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 36 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 0 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: зачет в 5 семестре.

## 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

### 4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Автономные дифференциальные уравнения и автономные динамические системы	5	4	0	4	4

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
2.	Тема 2. Особые точки динамических систем и их характеристики	5	4	0	4	8
3.	Тема 3. Стандартные примеры нелинейных динамических систем и их качественное исследование	5	4	0	4	12
4.	Тема 4. Качественное и численное исследование классических нелинейных динамических систем: нелинейные колебания, орегонатор, реакция Жаботинского	5	6	0	6	12
	Итого		18	0	18	36

#### 4.2 Содержание дисциплины (модуля)

##### Тема 1. Автономные дифференциальные уравнения и автономные динамические системы

Обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка. Существование и единственность решения обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка. Нормальная форма автономной системы дифференциальных уравнений. Динамические системы, их автономность. Примеры динамических систем из механики, электродинамики, химии.

##### Тема 2. Особые точки динамических систем и их характеристики

Особые точки автономной системы. Фазовые траектории и фазовый портрет автономной системы. Матричная форма записи линейной однородной системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Жорданова форма матрицы. Особые точки линейных автономных систем. Асимптотическое решение дифференциальных уравнений вблизи особой точки. Классификация особых точек. Фазовые портреты линейных автономных систем на плоскости. Линейные системы в пространствах размерности большей чем два.

##### Тема 3. Стандартные примеры нелинейных динамических систем и их качественное исследование

Одномерные нелинейные колебания с учетом диссиликативных процессов. Нелинейные химические реакции. Построение математических моделей орегонатора, реакции Жаботинского, космологических моделей со скалярными полями. Исследование особых точек и их характера для рассмотренных моделей аналитическими методами.

##### Тема 4. Качественное и численное исследование классических нелинейных динамических систем: нелинейные колебания, орегонатор, реакция Жаботинского

Исследование качественными методами и методами численного интегрирования рассмотренных моделей в прикладном математическом пакете Maple. Построение фазового портрета нелинейных динамических систем рассмотренных моделей. Построение фазовых траекторий различными методами численного интегрирования в пакете DifEqTools.

#### 5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 5 апреля 2017 года №301)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996ин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

сайт научного журнала "Пространство, время и фундаментальные взаимодействия" -

[http://www.stfi.ru/journal/STFI\\_2016\\_04/STFI\\_2016\\_04\\_Ignat'ev3.pdf](http://www.stfi.ru/journal/STFI_2016_04/STFI_2016_04_Ignat'ev3.pdf)

сайт научного журнала "Пространство, время и фундаментальные взаимодействия" -

[http://www.stfi.ru/journal/STFI\\_2017\\_03/STFI\\_2017\\_03\\_Ignat'ev.pdf](http://www.stfi.ru/journal/STFI_2017_03/STFI_2017_03_Ignat'ev.pdf)

сайт научного журнала "Пространство, время и фундаментальные взаимодействия" -

[http://www.stfi.ru/journal/STFI\\_2017\\_01/STFI\\_2017\\_01\\_Ignat'ev3.pdf](http://www.stfi.ru/journal/STFI_2017_01/STFI_2017_01_Ignat'ev3.pdf)

## **6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)**

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

## **7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы.

Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;
- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС З++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

## **8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

MapleSoft - <http://www.maplesoft.com/>

WolframAlpha - <https://www.wolframalpha.com/>

Единое окно доступа к образовательным ресурсам - <http://window.edu.ru/>

Мир математических уравнений - <http://eqworld.ipmnet.ru/>

Образовательный математический сайт Exponenta.ru - <http://www.exponenta.ru/>

## **9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

Вид работ	Методические рекомендации
лекции	<p>{Геометрическая интерпретация системы на фазовой плоскости <math>(x,y)</math>} Основная геометрическая интерпретация системы \Ref{W1} связана не с рассмотрением пространства <math>(t,x,y)</math>, а с рассмотрением плоскости <math>(x,y)</math>, которая называется <i>фазовой плоскостью</i>.</p> <p>В каждой точке области <math>G</math> плоскости <math>(x,y)</math>, в которой определены правые части системы \Ref{W1}, рассмотрим вектор <math>v</math>, с компонентами <math>P(x,y), Q(x,y)</math>. Автономная динамическая система \Ref{W1} определяет в области <math>G</math> векторное поле. Поэтому система \Ref{W1} называется также <i>динамической системой на плоскости</i>.</p> <p>В точках, в которых одновременно <math>P(x,y)=0, Q(x,y)=0</math>, длина вектора обращается в нуль, а направление вектора становится неопределенным. Такие точки называются <i>особыми точками векторного поля</i> или <i>особыми точками системы</i> \Ref{W1}.</p>
лабораторные работы	<p>Пример программы проверки системы ОДУ на автономность в пакете Maple</p> <pre>\section{Проверка дифференциальных уравнений на автономность} \begin{flushleft} Для проверки систем ОДУ на автономность используется команда: \end{flushleft} \emptyline \begin{flushleft} \textbf{autonomous}(\{Система ОДУ\},[ искомые функции],независимая переменная) \end{flushleft}  \emptyline \begin{flushleft} библиотеки \textbf{DEtools}: \end{flushleft}  \begin{flushleft} \textbf{\underline{Пример 1:}} \end{flushleft}</pre>
самостоятельная работа	<p>{Пример: одномерные нелинейные колебания}</p> <p>%</p> <p>При увеличении амплитуды колебаний вблизи точки равновесия начинают проявляться <i>нелинейные свойства</i> движения механической системы. Рассмотрим разложение потенциала <math>U(x)</math> вблизи точки равновесия <math>x=0</math> в ряд Тейлора до 4-го порядка по <math>x</math>, полагая, что потенциал является четной функцией относительно точки равновесия.</p>
зачет	<p>{Провести качественный анализ динамической системы <math>\frac{dx}{dt}=x(x+y-2), \frac{dy}{dt}=y(1-x)</math> и в пакете Maple построить фазовый портрет динамической системы.}</p> <p>{Провести качественный анализ динамической системы <math>\frac{dx}{dt}=y, \frac{dy}{dt}=x+x^2+y^2</math> и в пакете Maple построить фазовый портрет динамической системы.}</p> <p>{Провести качественный анализ динамической системы <math>\frac{dx}{dt}=y, \frac{dy}{dt}=h(1-x^2)y-x</math> и в пакете Maple построить фазовый портрет динамической системы.}</p> <p>{Провести качественный анализ динамической системы <math>\frac{dx}{dt}=-3x+4y+3x^2+8x^2y+3xy^2+5y^3, \frac{dy}{dt}=-12x+3xy^2</math> и в пакете Maple построить фазовый портрет динамической системы.}</p>

**10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

**11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Мультимедийная аудитория.

Компьютерный класс.

**12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи;
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 44.03.05 "Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)" и профилю подготовки "не предусмотрено".

**Приложение 2**  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
**Б1.В.ДВ.08.03 Качественный анализ динамических систем**

**Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Направление подготовки: 44.03.05 - Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профиль подготовки: не предусмотрено

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2018

**Основная литература:**

1. Романко, В. К. Курс дифференциальных уравнений и вариационного исчисления : учебное пособие / В. К. Романко ; художник В. А. Прокудин. - 6-е изд. - Москва : Лаборатория знаний, 2020. - 349 с. - ISBN 978-5-00101-651-9. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/152035> (дата обращения: 10.03.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Алдошин, Г. Т. Теория линейных и нелинейных колебаний: учебное пособие / Г. Т. Алдошин. - 2-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2013. - 320 с. - ISBN 978-5-8114-1460-4. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/4640> (дата обращения: 10.03.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Игнатьев Ю. Г. Математическое и компьютерное моделирование фундаментальных объектов и явлений в системе компьютерной математики Maple: [лекции для школы по математическому моделированию]/ Ю. Г. Игнатьев; Казан. (Приволж.) федер. ун-тет, Ин-т математики и механики им. Н. И. Лобачевского. Электронные данные (1 файл: 19,09 Мб). (Казань: Казанский федеральный университет, 2014). - Для 8-го, 9-го и 10-го семестров. - Текст : электронный. - URL: [http://kpfu.ru/portal/docs/F597477196/05\\_120\\_000443.pdf](http://kpfu.ru/portal/docs/F597477196/05_120_000443.pdf) (дата обращения: 10.03.2020). - Режим доступа: открытый.

**Дополнительная литература:**

1. Арнольд, В. И. Геометрические методы в теории обыкновенных дифференциальных уравнений : учебное пособие / В. И. Арнольд. - 4-е, изд. - Москва : МЦНМО, 2012. - 384 с. - ISBN 978-5-4439-2069-6. - Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. - URL: <https://e.lanbook.com/book/56388> (дата обращения: 10.03.2020). - Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Абакумов, М. В. Лекции по численным методам математической физики: учебное пособие / М. В. Абакумов, А. В. Гулин; МГУ им. М. В. Ломоносова. Фак. вычисл. математике и кибернетики. - Москва: ИНФРА-М, 2013 -158 с. (Высшее образование: Бакалавриат). ISBN 978-5-16-006108-5. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/364601> (дата обращения: 10.03.2020). - Режим доступа: по подписке.

Приложение 3  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
**Б1.В.ДВ.08.03 Качественный анализ динамических систем**

**Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

Направление подготовки: 44.03.05 - Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профиль подготовки: не предусмотрено

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2018

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, учебно-методические комплексы, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.