

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



подписано электронно-цифровой подписью

**Программа дисциплины**

Приближенные решения нелинейных уравнений. Теория и алгоритмы М2.ДВ.2

Направление подготовки: 010100.68 - Математика

Профиль подготовки: Геометрия и топология

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Агачев Ю.Р.

**Рецензент(ы):**

Галимянов А.Ф.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Авхадиев Ф. Г.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_ от "\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No \_\_\_ от "\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No 81721514

Казань  
2014

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Агачев Ю.Р. Кафедра теории функций и приближений отделение математики, [Juriy.Agachev@kpfu.ru](mailto:Juriy.Agachev@kpfu.ru)

### 1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины (модуля) "Приближенные решения нелинейных уравнений. Теория и алгоритмы" являются: изучение вопросов разрешимости ряда классов нелинейных операторных уравнений в функциональных пространствах и построения приближенных решений указанных уравнений итерационными и проекционными методами. В результате освоения курса выпускник должен: понимать идеи, лежащие в основе исследования вопросов разрешимости уравнений; обладать теоретическими знаниями обоснования вычислительных схем итерационных и проекционных методов для различных классов нелинейных уравнений.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел "М2.ДВ.2 Профессиональный" основной образовательной программы 010100.68 Математика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 2 курсе, 4 семестр.

Дисциплина входит в часть курсов по выбору общенаучного цикла. Для изучения и освоения дисциплины нужны первоначальные знания из курсов математического анализа, функционального анализа, алгебры, интегральных и дифференциальных уравнений, численных методов. Знания и умения, приобретенные студентами в результате изучения дисциплины, будут использоваться при выполнении курсовых и магистерских работ, связанных с решением конкретных прикладных задач, моделируемых в виде нелинейных интегральных и дифференциальных уравнений.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

| Шифр компетенции                        | Расшифровка приобретаемой компетенции  |
|---|--|
| ОК-5<br>(общекультурные компетенции)    | способность порождать новые идеи   |
| ОК-6<br>(общекультурные компетенции)    | способностью работать самостоятельно, заботой о качестве, стремлением к успеху   |
| ОК-8<br>(общекультурные компетенции)    | инициативностью и лидерством   |
| ПК-12<br>(профессиональные компетенции) | способность различным образом представлять и адаптировать математические знания с учетом уровня аудитории  |
| ПК-15<br>(профессиональные компетенции) | возможность преподавания физико-математических дисциплин и информатики в общеобразовательных учреждениях, образовательных учреждениях начального профессионального, среднего профессионального и высшего профессионального образования на основе полученного фундаментального образования и научного мировоззрения |
| ПК-16<br>(профессиональные компетенции) | умение извлекать актуальную научно-техническую информацию из электронных библиотек, реферативных журналов  |

| Шифр компетенции                       | Расшифровка приобретаемой компетенции  |
|--|--|
| ПК-3<br>(профессиональные компетенции) | способность к интенсивной научно-исследовательской и научно-исследовательской деятельности |
| ПК-6<br>(профессиональные компетенции) | самостоятельное построение целостной картины дисциплины                                    |

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

условия разрешимости нелинейных операторных уравнений и методы их приближенного решения.

2. должен уметь:

строить вычислительные схемы итерационных и проекционных методов решения ряда классов нелинейных уравнений.

3. должен владеть:

методами и технологиями обоснования приближенных методов решения нелинейных (интегральных) уравнений.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

выяснить условия разрешимости нелинейных операторных уравнений, строить вычислительные схемы итерационных и проекционных методов решения ряда классов нелинейных уравнений и обоснования предложенных приближенных методов решения нелинейных (интегральных) уравнений

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет зачетных(ые) единиц(ы) 108 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 4 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

| N  | Раздел Дисциплины/ Модуля                                   | Семестр | Неделя семестра | Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах) |                      |                     | Текущие формы контроля |
|----|---|---------|-----------------|--|----------------------|---------------------|------------------------|
|    |   |         |                 | Лекции   | Практические занятия | Лабораторные работы |                        |
| 1. | Тема 1. Специальные классы нелинейных операторных уравнений | 4       | 1-2             | 3  | 4                    | 0                   | устный опрос           |

| N  | Раздел Дисциплины/ Модуля   | Семестр | Неделя семестра | Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах) |                      |                     | Текущие формы контроля |
|----|---|---------|-----------------|--|----------------------|---------------------|------------------------|
|    |   |         |                 | Лекции   | Практические занятия | Лабораторные работы |                        |
| 2. | Тема 2. Уравнения с гладкими операторами  | 4       | 3-4             | 2  | 4                    | 0                   | устный опрос           |
| 3. | Тема 3. Итерационные методы решения нелинейных уравнений                                    | 4       | 5-7             | 3  | 6                    | 0                   | тестирование           |
| 4. | Тема 4. Проекционные методы решения нелинейных операторных уравнений                        | 4       | 8-11            | 2  | 8                    | 0                   | тестирование           |
| 5. | Тема 5. Приложения к нелинейным интегральным уравнениям с регулярными и сингулярными ядрами | 4       | 12-16           | 4  | 6                    | 0                   | устный опрос           |
|    | Тема . Итоговая форма контроля  | 4       |                 | 0  | 0                    | 0                   | зачет                  |
|    | Итого   |         |                 | 14   | 28                   | 0                   |                        |

#### 4.2 Содержание дисциплины

##### Тема 1. Специальные классы нелинейных операторных уравнений

###### **лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Уравнения с монотонными операторами. Уравнения со степенными нелинейностями. Уравнения с вогнутыми операторами

###### **практическое занятие (4 часа(ов)):**

Уравнения с равномерно вогнутыми операторами. Уравнения с нерастягивающими операторами. Случай самосопряженных нерастягивающих операторов

##### Тема 2. Уравнения с гладкими операторами

###### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Разрешимость уравнений с гладкими операторами

###### **практическое занятие (4 часа(ов)):**

Случай уравнений с вполне непрерывным оператором. Об одном случае уравнения с недифференцируемым оператором

##### Тема 3. Итерационные методы решения нелинейных уравнений

###### **лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Метод последовательных приближений. Сходимость методов

###### **практическое занятие (6 часа(ов)):**

Метод Ньютона-Канторовича и его модификации для уравнений с гладкими операторами. Сходимость метода

##### Тема 4. Проекционные методы решения нелинейных операторных уравнений

###### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Основная теорема сходимости. Раствор подпространств гильбертова пространства. Разрешимость уравнения проекционного метода

###### **практическое занятие (8 часа(ов)):**

Метод Галеркина-Петрова. Сходимость метода. Метод Галеркина с возмущениями и его сходимость. Метод механических квадратур. Проекционные методы в проблеме собственных значений. Метод Галеркина для уравнения второго рода. Метод Бубнова-Галеркина. Необходимые и достаточные условия сходимости метода Бубнова-Галеркина. Сходимость метода для уравнений с положительно определенной главной частью

### **Тема 5. Приложения к нелинейным интегральным уравнениям с регулярными и сингулярными ядрами**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Проекционные методы решения интегральных уравнений. Сходимость полиномиальных методов Галеркина и коллокации

**практическое занятие (6 часа(ов)):**

Полиномиальные методы решения интегральных уравнений с регулярными и сингулярными ядрами. Сходимость методов Галеркина и коллокации

### **4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**

| <b>N</b> | <b>Раздел Дисциплины</b>  | <b>Семестр</b> | <b>Неделя семестра</b> | <b>Виды самостоятельной работы студентов</b> | <b>Трудоемкость (в часах)</b> | <b>Формы контроля самостоятельной работы</b> |
|----------|---|----------------|------------------------|--|-------------------------------|--|
| 1.       | Тема 1. Специальные классы нелинейных операторных уравнений                                 | 4              | 1-2                    | Изучение литературы                          | 8                             | Зачет  |
| 2.       | Тема 2. Уравнения с гладкими операторами  | 4              | 3-4                    | Изучение литературы                          | 10                            | Зачет  |
| 3.       | Тема 3. Итерационные методы решения нелинейных уравнений                                    | 4              | 5-7                    | Изучение литературы                          | 14                            | Контрольная работа                           |
| 4.       | Тема 4. Проекционные методы решения нелинейных операторных уравнений                        | 4              | 8-11                   | Изучение литературы                          | 18                            | Зачет  |
| 5.       | Тема 5. Приложения к нелинейным интегральным уравнениям с регулярными и сингулярными ядрами | 4              | 12-16                  | Изучение литературы                          | 16                            | Контрольная работа Зачет                     |
|          | Итого   |                |                        |  | 66                            |  |

### **5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения**

Сочетание традиционных образовательных технологий в форме лекций и семинарских занятий, проведение контрольных мероприятий (зачета, промежуточного тестирования).

### **6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов**

#### **Тема 1. Специальные классы нелинейных операторных уравнений**

Зачет , примерные вопросы:

Уравнения со сжимающими, равномерно сжимающими операторами. Уравнения с монотонными операторами. Уравнения с нестягивающими операторами.

## **Тема 2. Уравнения с гладкими операторами**

Зачет , примерные вопросы:

Линеаризация уравнений с гладкими операторами, Оценка погрешности. Уравнения с вполне непрерывными операторами.

## **Тема 3. Итерационные методы решения нелинейных уравнений**

Контрольная работа , примерные вопросы:

Метод Ньютона-Канторовича и его модификация. Итерационные методы в гильбертовом пространстве. Метод минимальных невязок.

## **Тема 4. Проекционные методы решения нелинейных операторных уравнений**

Зачет , примерные вопросы:

Теорема о сходимости общего проекционного метода в банаховом пространстве. Случай гильбертова пространства. Методы Галеркина, Бубнова-Галеркина, Галеркина-Петрова для уравнений второго рода и для уравнений с гладкими операторами. Возмущенный метод Галеркина.

## **Тема 5. Приложения к нелинейным интегральным уравнениям с регулярными и сингулярными ядрами**

Контрольная работа Зачет , примерные вопросы:

Уравнения Урысона и Гаммерштейна. Сингулярные интегральные уравнения с монотонными операторами.

## **Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к зачету:

Контроль качества подготовки осуществляется путем проверки теоретических знаний и практических навыков путем:

- 1) промежуточных контрольных работ
- 2) зачета в конце семестра

Примерные зачетные вопросы:

1. Разрешимость уравнения с монотонными операторами.
2. Сходимость метода Ньютона-Канторовича для уравнений с гладкими операторами.
3. Итерационные методы решения уравнений с вполне непрерывными операторами.
4. Основная теорема сходимости проекционного метода решения операторных уравнений.
5. Метод Галеркина для уравнения второго рода.
6. Сходимость метода Бубнова-Галеркина для уравнений с положительно определенной главной частью.
7. Сходимость метода Галеркина-Петрова.
8. Сходимость метода Галеркина с возмущением для линейных уравнений второго рода.

### **7.1. Основная литература:**

Функциональный анализ, Сидоров, Анатолий Михайлович, 2010г.

2. Фонарев А.А. Проекционные итерационные методы решения уравнений и вариаций неравенств с нелинейными операторами теории монотон. операторов:

Моногр. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 202 с.; ISBN 978-5-16-009510-3 // <http://www.znaniyum.com/bookread.php?book=445170>.

3. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. - 7-е изд. (электронное). - М.: Бинوم. Лаборатория знаний, 2012. - 636 с.; ISBN 978-5-9963-0802-6 // [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=4397](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=4397).



4. Колмогоров, А. Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. - 7-е изд. - М. : Физматлит, 2009. - 572 с.; ISBN 978-5-9221-0266-7 // [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=2206](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2206).

## 7.2. Дополнительная литература:

Равномерные по параметру многосеточные и итерационные методы, Ольшанский, Максим Александрович, 2006г.

2. Габдулхаев Б.Г. Численный анализ сингулярных интегральных уравнений: Избранные главы. - Казань: Изд-во Казан. ун-та, 1995. - 229 с.

3. Красносельский М.А., Вайникко Г.М., Забрейко П.П., Рутицкий Я.Б., Стеценко В.Я. Приближенное решение операторных уравнений. - М.: Наука, 1969. - 456 с.

4. Габдулхаев Б.Г. Прямые методы решения сингулярных интегральных уравнений I -рода. Численный анализ. - Казань: Изд-во Казан. ун-та, 1994. - 288 с.

## 7.3. Интернет-ресурсы:

Сайт матмеха Санкт-Петербургского госуниверситета - <http://www.math.spbu.ru>

Сайт мехмата МГУ - <http://www.math.msu.su>

Сайт Новосибирского госуниверситета - <http://www.math.nsc.ru/LBRT/k5/opt.html>

Сайт Южного федерального университета - <http://open-edu.sfedu.ru/pub/1650>

Федеральный портал Российское образование - [http://window.edu.ru/catalog?p\\_rubr=2.2.74.12.51](http://window.edu.ru/catalog?p_rubr=2.2.74.12.51)

## 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Приближенные решения нелинейных уравнений. Теория и алгоритмы" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебные аудитории для проведения лекционных и семинарских занятий

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010100.68 "Математика" и магистерской программе Геометрия и топология .



Автор(ы):

Агачев Ю.Р. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Галимянов А.Ф. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.