

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное учреждение
высшего профессионального образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



подписано электронно-цифровой подписью

Программа дисциплины
Алгебраическая топология M2.B.4

Направление подготовки: 010100.68 - Математика

Профиль подготовки: Геометрия и топология

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Автор(ы):

Шурыгин В.В.

Рецензент(ы):

-

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Шурыгин В. В.

Протокол заседания кафедры No ___ от "___" _____ 201__ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No ___ от "___" _____ 201__ г

Регистрационный No 81722214

Казань
2014

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) заведующий кафедрой, д.н. (профессор) Шурыгин В.В. Кафедра геометрии отделение математики , vadim.shurygin

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины (модуля) "Алгебраическая топология" являются: изучение основных понятий и методов алгебраической топологии; теоретическая и практическая подготовка в области изучения топологии многообразий и симплициальных комплексов алгебраическими методами; овладение современным математическим аппаратом, применяемым в исследовании глобального строения многообразий для дальнейшего использования в приложениях.

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " М2.В.4 Профессиональный" основной образовательной программы 010100.68 Математика и относится к вариативной части. Осваивается на 1 курсе, 2 семестр.

Для успешного изучения дисциплины "Алгебраическая топология" необходимы знания и умения, приобретенные в результате освоения аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, линейной алгебры, абстрактной алгебры.

Приобретенные знания в результате освоения дисциплины "Алгебраическая топология" будут полезны в научно-исследовательской работе

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОК-5 (общекультурные компетенции)	способность порождать новые идеи
ОК-6 (общекультурные компетенции)	способность работать самостоятельно, заботой о качестве, стремлением к успеху
ПК-12 (профессиональные компетенции)	способность различным образом представлять и адаптировать математические знания с учетом уровня аудитории
ПК-3 (профессиональные компетенции)	способность к интенсивной научно-исследовательской и научно-изыскательской деятельности
ПК-6 (профессиональные компетенции)	самостоятельное построение целостной картины дисциплины
ПК-8 (профессиональные компетенции)	собственное видение прикладного аспекта в строгих математических формулировках

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

определения и свойства основных объектов, изучаемых в алгебраической топологии, формулировки наиболее важных утверждений, методы их доказательств, возможные сферы приложений.

2. должен уметь:

решать задачи вычислительного и теоретического характера в области алгебраической топологии многообразий и симплициальных комплексов, устанавливать взаимосвязи между понятиями, доказывать утверждения.

3. должен владеть:

алгебраическими методами исследования топологии многообразий.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

1) Знать определения и свойства основных объектов, изучаемых в алгебраической то-пологии, формулировки наиболее важных утверждений, методы их доказательств, возможные сферы приложений.

2) Уметь решать задачи вычислительного и теоретического характера в области ал-гебраической топологии многообразий и симплициальных комплексов, устанавливать взаимосвязи между понятиями, доказывать утверждения.

3) Владеть алгебраическими методами исследования топологии многообразий.

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет зачетных(ые) единиц(ы) 108 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет во 2 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Категория топологических пространств.	2	1-3	2	6	0	устный опрос домашнее задание
2.	Тема 2. Основные классы топологических пространств	2	3-6	2	6	0	устный опрос домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
3.	Тема 3. Гомотопия и фундаментальная группа	2	6-10	4	10	0	контрольная работа устный опрос домашнее задание
4.	Тема 4. Цепные комплексы	2	11-13	2	4	0	устный опрос домашнее задание
5.	Тема 5. Симплициальные гомологии	2	13-18	6	12	0	контрольная работа устный опрос домашнее задание
	Тема . Итоговая форма контроля	2		0	0	0	зачет
	Итого			16	38	0	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Категория топологических пространств.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Категория топологических пространств. Индуцированная топология.

практическое занятие (6 часа(ов)):

Фактортопология. Произведение топологических пространств. Группы, действующие на пространствах. Отождествление сторон квадрата и двумерные многообразия

Тема 2. Основные классы топологических пространств

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Компактность. Хаусдорфовы пространства. Связность и линейная связность.

практическое занятие (6 часа(ов)):

Компактность единичного отрезка. Образ, замкнутое подмножество компактного пространства. Компактные подмножества в R^n . Аксиомы отделимости. Связность отрезка. Примеры связных, но не линейно связных пространств. Пути и их произведения

Тема 3. Гомотопия и фундаментальная группа

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Гомотопия непрерывных отображений. Фундаментальная группа топологического пространства. Накрывающие пространства.

практическое занятие (10 часа(ов)):

Гомотопия непрерывных отображений. Примеры гомотопных путей. Гомотопические типы. Стягиваемые пространства. Ретракт и деформационный ретракт. Фундаментальные группы окружности, сфер, стягиваемого пространства. Фундаментальная группа произведения. Теорема о неподвижной точке.

Тема 4. Цепные комплексы

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Цепные комплексы и их группы гомологий.

практическое занятие (4 часа(ов)):

Связывающий гомоморфизм. Точная гомологическая последовательность. Цепная гомотопия.

Тема 5. Симплициальные гомологии

лекционное занятие (6 часа(ов)):

Симплициальные комплексы и их группы гомологий. Барицентрическое подразделение. Топологическая инвариантность гомологий. Точная гомологическая последовательность пары. Последовательность Майера-Вьеториса.

практическое занятие (12 часа(ов)):

Барицентрическое подразделение. Гомологии симплекса и его границы. Топологическая инвариантность. Гомологическая последовательность, ассоциированная с точной последовательностью комплексов. 5-лемма и ее применение к гомологическим последовательностям. Вырезание. Последовательность Майера-Вьеториса. Группы гомологий n -мерной сферы.

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Категория топологических пространств.	2	1-3	подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
				подготовка к устному опросу	2	устный опрос
2.	Тема 2. Основные классы топологических пространств	2	3-6	подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
				подготовка к устному опросу	2	устный опрос
3.	Тема 3. Гомотопия и фундаментальная группа	2	6-10	подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	4	контрольная работа
				подготовка к устному опросу	4	устный опрос
4.	Тема 4. Цепные комплексы	2	11-13	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
				подготовка к устному опросу	2	устный опрос
5.	Тема 5. Симплициальные гомологии	2	13-18	подготовка домашнего задания	10	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	4	контрольная работа
				подготовка к устному опросу	4	устный опрос
Итого					54	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

активные и интерактивные формы проведения занятий.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Категория топологических пространств.

домашнее задание , примерные вопросы:

решение задач по теме практического занятия

устный опрос , примерные вопросы:

опрос пройденного теоретического материала

Тема 2. Основные классы топологических пространств

домашнее задание , примерные вопросы:

решение задач по теме практического занятия

устный опрос , примерные вопросы:

опрос пройденного теоретического материала

Тема 3. Гомотопия и фундаментальная группа

домашнее задание , примерные вопросы:

решение задач по теме практического занятия

контрольная работа , примерные вопросы:

пример варианта контрольной работы в формате LaTeX 1. Найти границу подмножества S на плоскости \mathbb{R}^2 , состоящего из точек, удовлетворяющих следующим соотношениям: $x^2+y^2 \leq 1, \quad y > 0$. 2. Является ли компактным подмножество S на плоскости \mathbb{R}^2 , состоящее из точек, удовлетворяющих следующим соотношениям: $x > 0, \quad 0 \leq y \leq 3$? 3. У сферы отождествили точки, симметричные относительно одной из плоскостей, проходящих через центр. Является ли возникающее при этом факторпространство 1) связным? 2) линейно связным? 3) хаусдорфовым?

устный опрос , примерные вопросы:

опрос пройденного теоретического материала

Тема 4. Цепные комплексы

домашнее задание , примерные вопросы:

решение задач по теме практического занятия

устный опрос , примерные вопросы:

опрос пройденного теоретического материала

Тема 5. Симплициальные гомологии

домашнее задание , примерные вопросы:

решение задач по теме практического занятия

контрольная работа , примерные вопросы:

пример варианта контрольной работы в формате LaTeX 1. Найти фундаментальную группу топологического пространства $\mathbb{R}^3 \setminus \{0\} \times \mathbb{R}$. 2. Является ли окружность $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2+y^2=4\}$ ретрактом кольца $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2+y^2 \leq 4\}$? 3. Вычислить гомологии цепного комплекса $0 \leftarrow Z \leftarrow Z \leftarrow Z \leftarrow Z \leftarrow 0$, где вторая стрелка есть умножение на 3, третья стрелка - нулевое отображение, четвертая - умножение на 2.

устный опрос , примерные вопросы:

опрос пройденного теоретического материала

Тема . Итоговая форма контроля

Примерные вопросы к зачету:

В течение семестра студенты решают задачи, указанные преподавателем, к каждому семинару. Литература для самостоятельного изучения имеется в библиотеке и в электронном виде.

Пример варианта контрольной работы ♦1 в формате LaTeX

1. Найти границу подмножества S на плоскости \mathbb{R}^2 , состоящего из точек, удовлетворяющих следующим соотношениям:

S

$$x^2 + y^2 \leq 1, \quad y > 0.$$

S

2. Является ли компактным подмножество

S на плоскости \mathbb{R}^2 , состоящее из точек, удовлетворяющих следующим соотношениям:

S

$$x > 0, \quad 0 \leq y \leq 3,$$

S

3. У сферы отождествили точки, симметричные относительно одной из плоскостей, проходящих через центр.

Является ли возникающее при этом факторпространство 1) связным? 2) линейно связным?

3) хаусдорфовым?

Пример варианта контрольной работы ♦2 в формате LaTeX

1. Найти фундаментальную группу топологического пространства

$$(\mathbb{R}^3 \setminus \{0\}) \times \mathbb{R}.$$

2. Является ли окружность

$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 4\}$$
 ретрактом кольца

$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}?$$

3. Вычислить гомологии цепного комплекса $0 \leftarrow Z \leftarrow Z \leftarrow Z \leftarrow Z \leftarrow 0$,

где вторая стрелка есть умножение на 3, третья стрелка - нулевое отображение, четвертая - умножение на 2.

Пример билета на зачет

1. Деформационный ретракт. Является ли точка $(0, 2)$ а) ретрактом, б) деформационным ретрактом кольца

$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4\}?$$

2. Гомологии симплекса и его границы.

3. Вычислить гомологии цепного комплекса $0 \leftarrow Z_7 \leftarrow Z \leftarrow Z \leftarrow 0$,

где вторая стрелка есть канонический эпиморфизм, третья стрелка - умножение на 14.

7.1. Основная литература:

Введение в теорию множеств и общую топологию, Александров, Павел Сергеевич, 2009г.

1. Мищенко А.С., Фоменко А.Т. Курс дифференциальной геометрии и топологии, Изд-во "Лань", 2010, 512 с. // http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=617

2. Александров П.С. Введение в теорию множеств и общую топологию, Изд-во "Лань", 2010, 368 с. // http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=530

7.2. Дополнительная литература:

Элементы комбинаторной и дифференциальной топологии, Прасолов, Виктор Васильевич, 2004г.

Элементы теории гомологий, Прасолов, Виктор Васильевич, 2006г.

1. Новиков С.П. Топология. Современные пробл. математики. Фундаментальные направления. Т. 12. М. ВИНТИ. 1986. с. 5--252.
2. Болтянский В.Г., Ефремович В.А. Наглядная топология. М. Наука. 1982. 160 с.
3. Масси У., Столлингс Дж. Алгебраическая топология. Введение. М. Мир. 1977. 344 с.
4. Прасолов В.В. Элементы теории гомологий. М. МЦНМО. 2006. 448 с.
5. Дольд А. Лекции по алгебраической топологии. М. Наука. 1976. 464 с.
6. Фоменко А.Т., Фукс Д.Б. Курс гомотопической топологии. М. Наука. 1989. 496 с.
7. Косневски Ч. Начальный курс алгебраической топологии. М. Мир. 1983. 302 с.
8. Постников М.М. Лекции по алгебраической топологии. Основы теории гомотопий. М. Наука. 1984. 416 с.

7.3. Интернет-ресурсы:

Algebraic Topology - <http://mathworld.wolfram.com/AlgebraicTopology.html>

MOISE - A Topology Package for Maple -

<http://www.maplesoft.com/applications/view.aspx?SID=3703>

Введение в теорию множеств и общую топологию -

http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=530

дифференциальной геометрии и топологии - http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=617

Задачи по топологии - <ftp://ftp.mccme.ru/users/prasolov/nmu-topology/all.pdf>

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Алгебраическая топология" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Учебные аудитории для проведения лекционных и семинарских занятий.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010100.68 "Математика" и магистерской программе Геометрия и топология .

Автор(ы):

Шурыгин В.В. _____

"__" _____ 201__ г.

Рецензент(ы):

"__" _____ 201__ г.