

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное учреждение

высшего профессионального образования

"Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



подписано электронно-цифровой подписью

Программа дисциплины

Дискретная математика, математическая логика и их приложения в информатике и компьютерных науках Б3.Б.4

Направление подготовки: 010200.62 - Математика и компьютерные науки

Профиль подготовки: Математическое и компьютерное моделирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Автор(ы):

Альпин Ю.А. , Калимуллин И.Ш.

Рецензент(ы):

Киндер М.И.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Арсланов М. М.

Протокол заседания кафедры № ____ от "____" 201 ____ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК № ____ от "____" 201 ____ г

Регистрационный № 817210714

Казань

2014

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Альпин Ю.А. Кафедра алгебры и математической логики отделение математики , Yuri.Alpin@kpfu.ru ; профессор, д.н. (доцент) Калимуллин И.Ш. Кафедра алгебры и математической логики отделение математики , Iskander.Kalimullin@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

Главной целью освоения дисциплины (модуля) "Дискретная математика и математическая логика" является обучение студентов методам решения задач дискретной математики и соответствующему мышлению. В процессе обучения требуется дать студентам запас базовых знаний по основным разделам дискретной математики, обучить рациональному и эффективному использованию полученных знаний при решении типовых задач дискретной математики и математической логики; сформировать у студентов представление о дискретной математике и математической логике как методах изучения широкого круга объектов и процессов, характеризующихся отсутствием свойства непрерывности; сформировать знания, умения и навыки использования основных понятий теории графов, теории автоматов, теории булевых функций. Формирование логической и математической культуры студента, фундаментальная подготовка в области математической логики, овладение современным математическим аппаратом для дальнейшего использования в приложениях.

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б3.Б.4 Профессиональный" основной образовательной программы 010200.62 Математика и компьютерные науки и относится к базовой (общепрофессиональной) части. Осваивается на 1, 2 курсах, 2, 3 семестры.

Дискретная математика и математическая логика входит в цикл профессиональных дисциплин в базовой части. Для успешного изучения дискретной математики и математической логики необходимы знания и умения в объеме школьной программы по математике, общие понятия и факты из математического анализа, линейной алгебры.

Освоение дискретной математики и математической логики необходимо для эффективного использования возможностей современной вычислительной техники, изучения программирования и информатики. Знание основ дискретной математики и математической логики необходимо практически в любой современной научно-исследовательской работе.

Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата:Б3.Б.4 Дисциплина изучается на 1,2 курсе, 2,3 семестр.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОК-11 (общекультурные компетенции)	фундаментальной подготовкой по основам профессиональных знаний и готовностью к использованию их в профессиональной деятельности
ОК-14 (общекультурные компетенции)	умением понять поставленную задачу
ОК-6 (общекультурные компетенции)	способностью применять знания на практике
ПК-2 (профессиональные компетенции)	умением понять поставленную задачу

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-3 (профессиональные компетенции)	умением формулировать результат
ПК-16 (профессиональные компетенции)	выделением главных смысловых аспектов в доказательствах
ПК-22 (профессиональные компетенции)	
ПК-4 (профессиональные компетенции)	умением строго доказать утверждение

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

основные понятия дискретной математики и математической логики, определения и свойства математических объектов, используемых в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений.

2. должен уметь:

решать задачи теоретического и прикладного характера из различных разделов дискретной математики и математической логики, доказывать утверждения, строить модели объектов и понятий.

3. должен владеть:

математическим аппаратом дискретной математики и математической логики, методами доказательства утверждений в этой области, навыками алгоритмизации основных задач.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

решать задачи теоретического и прикладного характера из различных разделов дискретной математики и математической логики, доказывать утверждения, строить модели объектов и понятий.

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 7 зачетных(ые) единиц(ы) 252 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет во 2 семестре; экзамен в 3 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. 1. неориентированные графы.	2	1-4	7	7	0	домашнее задание
2.	Тема 2. 2. Ориентированные графы.	2	5-8	9	9	0	контрольная работа
3.	Тема 3. Конечные автоматы	2	9-12	9	9	0	домашнее задание
4.	Тема 4. Функции алгебры логики.	2	13-17	9	9	0	контрольная работа
5.	Тема 5. Синтаксис и семантика логики предикатов.	3	18-21	9	9	0	домашнее задание
6.	Тема 6. Исчисление предикатов.	3	22-25	9	9	0	контрольная работа
7.	Тема 7. Теорема Геделя.	3	26-29	9	9	0	домашнее задание
8.	Тема 8. Теория моделей.	3	30-35	9	9	0	контрольная работа
4.2	<u>Содержание дисциплины</u>	2		0	0	0	экзамен
	<u>Тема 1. Ориентированные графы.</u>			0	0	0	экзамен
	<u>Форма контроля</u>						
	<u>лекционное занятие (7 часа(ов)):</u>						

Основные определения и примеры, типы графов, операции над графами; компоненты связности, связные графы; эйлеровы и гамильтоновы графы, теоремы Эйлера и Дирака; основные свойства деревьев, (теорема Кэли о числе деревьев на нумерованных вершинах)*, алгоритм Краскала нахождения оставного дерева наименьшего веса; укладка графа в трехмерном пространстве; планарность, теорема Понтрягина-Куратовского; формула Эйлера для плоских графов. совершенные паросочетания в двудольном графе, трансверсали, теорема Холла, теорема Фробениуса-Кёнига, ранг покрытия и граничный ранг (0-1)-матрицы.

практическое занятие (7 часа(ов)):

Вычисление компонент связности. Проверка эйлеровости и гамильтоновости графа.

Применение алгоритма Краскала нахождения оставного дерева наименьшего веса.

Вычисление ранга покрытия (0-1)-матрицы.

Тема 2. Ориентированные графы.

лекционное занятие (9 часа(ов)):

Ориентированные графы: сильная связность, компоненты, конденсация, свойства матрицы смежности; потоки в сетях, теорема Форда-Фалкерсона о максимальном потоке, алгоритм нахождения максимального потока, приложения теоремы о потоках.

практическое занятие (9 часа(ов)):

Нахождение максимального потока в сети по методу Форда-Фалкерсона. Приложения метода Форда-Фалкерсона к различным оптимизационным задачам.

Тема 3. Конечные автоматы

лекционное занятие (9 часа(ов)):

Конечные автоматы и способы их задания, примеры; формальные языки; языки, распознаваемые конечными автоматами; теорема Майхилла-Нероуда о распознаваемости языков; эквивалентные состояния, минимизация автомата, распознавающего данный язык; алгебра языков, распознаваемых конечными автоматами; регулярные языки, теорема Клини, пример нерегулярного языка.

практическое занятие (9 часа(ов)):

Построение автомата, распознавающего заданный язык. Вычисление эквивалентных состояний автомата и минимизация автомата, распознавающего данный язык.

Тема 4. Функции алгебры логики.

лекционное занятие (9 часа(ов)):

Функции алгебры логики; табличный способ задания; существенные и несущественные переменные; формулы; эквивалентность формул; элементарные эквивалентности; разложение функций по переменным, совершенная дизъюнктивная нормальная форма (с.д.н.ф.) и совершенная конъюнктивная нормальная форма (с.к.н.ф.). Полиномы Жегалкина. Проблема полноты системы функций, примеры полных систем. Классы Поста и теорема Поста о полноте систем функций; предполные классы.

практическое занятие (9 часа(ов)):

Построение таблиц истинности для логических функций. Проверка эквивалентности формул. Вычисление с.д.н.ф. и с.к.н.ф. и полинома Жегалкина для данной логической функции. Проверка полноты системы функций.

Тема 5. Синтаксис и семантика логики предикатов.

лекционное занятие (9 часа(ов)):

Предмет математической логики. Вопросы оснований математики. Логика предикатов. Предикаты. Кванторы. Языки первого порядка: термы, формулы, подформулы. Модели (алгебраические системы, интерпретации) для данного языка первого порядка. Истинность замкнутой формулы в данной модели. Предикаты, выражимые в данной модели.

практическое занятие (9 часа(ов)):

Решение задач по интерпретации формул первого порядка в различных математических моделях.

Тема 6. Исчисление предикатов.

лекционное занятие (9 часа(ов)):

Исчисление предикатов. Аксиомы и правила вывода исчисления предикатов. Выводимость в теории. Теорема о дедукции для исчисления предикатов. Правила введения и удаления логических символов.

практическое занятие (9 часа(ов)):

Решение задач по доказательству формул в исчислении предикатов.

Тема 7. Теорема Геделя.

лекционное занятие (9 часа(ов)):

Модель для данного множества замкнутых формул. Теорема Геделя о существовании модели. Теорема Геделя о полноте исчисления предикатов. Теорема Мальцева о компактности для логики предикатов.

практическое занятие (9 часа(ов)):

Решение задач по приложениям исчисления предикатов в теории моделей.

Тема 8. Теория моделей.

лекционное занятие (9 часа(ов)):

Элементарная теория данной модели. Элементарная эквивалентность моделей, элементарная подмодель. Теорема Лёвенгейма-Скolemа. Разрешимость теории плотных линейно упорядоченных множеств без первого и последнего элемента. Другие примеры полных эффективно аксиоматизируемых теорий (без доказательств).

практическое занятие (9 часа(ов)):

Решение задач по заданию полных аксиоматических систем

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. 1. неориентированные графы.	2	1-4	подготовка домашнего задания	11	домашнее задание
2.	Тема 2. 2. Ориентированные графы.	2	5-8	подготовка к контрольной работе	11	контрольная работа
3.	Тема 3. Конечные автоматы	2	9-12	подготовка домашнего задания	11	домашнее задание
4.	Тема 4. Функции алгебры логики.	2	13-17	подготовка к контрольной работе	11	контрольная работа
5.	Тема 5. Синтаксис и семантика логики предикатов.	3	18-21	подготовка домашнего задания	8	домашнее задание
6.	Тема 6. Исчисление предикатов.	3	22-25	подготовка к контрольной работе	8	контрольная работа
7.	Тема 7. Теорема Геделя.	3	26-29	подготовка домашнего задания	8	домашнее задание
8.	Тема 8. Теория моделей.	3	30-35	подготовка к контрольной работе	8	контрольная работа
	Итого				76	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

активные и интерактивные формы: лекции, практические занятия, контрольные работы, экзамены.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. неориентированные графы.

домашнее задание , примерные вопросы:

Доказать, что в любом графе есть две вершины одинаковой степени.

Тема 2. Ориентированные графы.

контрольная работа , примерные вопросы:

Найти конденсацию орграфа.

Тема 3. Конечные автоматы

домашнее задание , примерные вопросы:

Построить конечный автомат, распознающий заданный язык.

Тема 4. Функции алгебры логики.

контрольная работа , примерные вопросы:

Привести функцию к СДНФ.

Тема 5. Синтаксис и семантика логики предикатов.

домашнее задание , примерные вопросы:

Проверить истинность формул в заданных интерпретациях.

Тема 6. Исчисление предикатов.

контрольная работа , примерные вопросы:

По заданным формулам определить, будет ли одна из них выводится из другой. Проверить формулы на эквивалентность.

Тема 7. Теорема Геделя.

домашнее задание , примерные вопросы:

Проверить, является ли одна из заданных формул логических следствием другой.

Тема 8. Теория моделей.

контрольная работа , примерные вопросы:

Доказать разрешимость заданной конечно аксиоматизируемой теории.

Тема . Итоговая форма контроля

Тема . Итоговая форма контроля

Примерные вопросы к зачету и экзамену:

Приложение 1. Вопросы к экзамену (2-й семестр)

1. Маршруты, цепи, циклы, простые цепи и циклы. Связные графы, компоненты. Теорема о числе рёбер связного графа (количество рёбер не меньше, чем количество вершин минус единица).
2. Эйлеровы графы и теорема Эйлера.
3. Гамильтоновы графы и теорема Дирака.
4. Понятие дерева и теорема об эквивалентных свойствах деревьев.
5. Алгоритм Краскала построения минимального остовного дерева графа (с обоснованием).
6. Задача о свадьбах. Теорема Холла. Интерпретация на языке двудольных графов.
7. Теорема Фробениуса-Кёнига о $(0,1)$ -матрицах и её связь с задачей о свадьбах. Границный ранг и ранг покрытия $(0,1)$ -матрицы. Теорема Кенига - Эгервари.
8. Ориентированные графы. Пути, простые пути, контуры и простые контуры. Сильно связные графы, компоненты и конденсация орграфа.
9. Матрица смежности графа и её свойства в ориентированном и неориентированном случаях.
10. Понятия сети и потока в сети. Лемма о потоках через разрезы и определение величины потока.
11. Алгоритм Форда - Фалкерсона. Теорема о максимальном потоке и минимальном разрезе.
12. Автоматы, настроенные автоматы и понятие распознаваемости языка. Пример языка, не распознаваемого конечным автоматом.

13. Отношение неразличимости (эквивалентности) слов относительно языка и его свойства. Ранг языка. Критерий Майхилла - Нероуда распознаваемости языка конечным автоматом.
14. Понятие базиса слов относительно языка и теорема о базисе. Табличный метод построения распознавающего автомата по данному языку.
15. Теоремы о замкнутости класса конечно распознаваемых языков относительно дополнения, объединения и пересечения.
16. Логические функции. Табличный способ задания. Формулы, эквивалентность формул, основные эквивалентности. СДНФ, СКНФ и полиномы Жегалкина.
17. Определение классов Поста логических функций и доказательство их замкнутости.
18. Теорема Поста о полноте системы функций.

Приложение 2. Вопросы к экзамену (3-й семестр)

1. Формальные исчисления. Понятие вывода в формальном исчислении.
2. Логические и не логические символы. Формулы языков первого порядка.
3. Связные и свободные переменные формул первого порядка. Замкнутые формулы.
4. Исчисление высказываний. Доказательства в исчислении высказываний. Правила вывода.
5. Истинность и эквивалентность формул исчисления высказываний.
6. Теорема о полноте. Теорема компактности.
7. Исчисление предикатов секвенциального типа. Формулы исчисления предикатов.
8. Доказательства в исчислении предикатов. Аксиомы и правила вывода.
9. Теорема дедукции.
10. Теории первого порядка. Модели теорий первого порядка.
11. Истинность формулы в модели. Теорема Геделя о существовании модели.
12. Теорема Геделя о полноте. Локальная теорема Мальцева.
13. Примитивно рекурсивные, частично рекурсивные и общерекурсивные функции.
14. Машины Тьюринга. Вычислимость функций на машинах Тьюринга.

7.1. Основная литература:

Дискретная математика, Асанов, Магаз Оразкимович;Баранский, Виталий Анатольевич;Расин, Вениамин Вольфович, 2010г.

Дискретная математика: графы и автоматы, Альпин, Юрий Абдулович;Ильин, Сергей Николаевич, 2007г.

Задачи и упражнения по дискретной математике, Гаврилов, Гарий Петрович;Сапоженко, Александр Антонович, 2009г.

4. Альпин Ю.А., Ильин С.Н. Дискретная математика: графы и автоматы. - 2007. [Электронный ресурс] //<http://old.kpfu.ru/infres/ilyin/DM.pdf>

5. Асанов М.О., Баранский В.А., Расин В.В. Дискретная математика: графы, матроиды, алгоритмы. - 2010. [Электронный ресурс] //<http://e.lanbook.com/view/book/536/>

6. Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Задачи и упражнения по дискретной математике: учебное пособие. - 2009. [Электронный ресурс] //<http://e.lanbook.com/view/book/2157/>

7. Лихтарников Л.М., Сукачева Т.Г. Математическая логика. Курс лекций. Задачник-практикум и решения. - 2009. [Электронный ресурс] //<http://e.lanbook.com/view/book/231/>

7.2. Дополнительная литература:

Дискретная математика, Новиков, Федор Александрович, 2013г.

Дискретная математика, Мальцев, Иван Анатольевич, 2011г.

Теория графов, Харари, Фрэнк, 2009г.

Математическая логика, Клини, Стивен Коул, 2005г.

Математическая логика, Колмогоров, Андрей Николаевич; Драгалин, Альберт Григорьевич, 2004г.

7.3. Интернет-ресурсы:

Асанов М.О., Баранский В.А., Расин В.В. Дискретная математика: графы, матроиды, алгоритмы. М.: Лань, 2010. - 368 с. -

http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=536

Балюкович Э.Л., Ковалева Л.Ф., Романников А.Н. Дискретная математика: учебно-практическое пособие - <http://www.bibliorossica.com/book.html?currBookId=6157&ln=en>

Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Задачи и упражнения по дискретной математике: учебное пособие - http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=2157

Лихтарников Л.М., Сукачева Т.Г. Математическая логика. Курс лекций. Задачник-практикум и решения. М.: Лань, 2009. - 288 с. - <http://e.lanbook.com/view/book/231/>

Элементы математической логики - http://old.kpfu.ru/f5/k2/bin_files/logika!13.pdf

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Дискретная математика, математическая логика и их приложения в информатике и компьютерных науках" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "БиблиоРоссика", доступ к которой предоставлен студентам. В ЭБС "БиблиоРоссика" представлены коллекции актуальной научной и учебной литературы по гуманитарным наукам, включающие в себя публикации ведущих российских издательств гуманитарной литературы, издания на английском языке ведущих американских и европейских издательств, а также редкие и малотиражные издания российских региональных вузов. ЭБС "БиблиоРоссика" обеспечивает широкий законный доступ к необходимым для образовательного процесса изданиям с использованием инновационных технологий и соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Аудитории для лекций и практических занятий. Рекомендованная для освоения курса литература, компьютеры, ксерокс, проектор.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010200.62 "Математика и компьютерные науки" и профилю подготовки Математическое и компьютерное моделирование .

Автор(ы):

Альпин Ю.А. _____
Калимуллин И.Ш. _____
" " 201 ___ г.

Рецензент(ы):

Киндер М.И. _____
" " 201 ___ г.