

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ

Проф. Д. А. Таюрский

» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

*подписано электронно-цифровой подписью*

## **Программа дисциплины**

Прикладной функциональный анализ

Направление подготовки: 01.04.02 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: Методы прикладной математической статистики

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2018

## Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Сидоров А.М. (кафедра математической статистики, отделение прикладной математики и информатики), Anatoly.Sidorov@kpfu.ru

### 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-1	Создание педагогических условий для развития группы обучающихся по программам ВО, организационно-методическое, преподавание для программ бакалавриата, ориентированным на соответствующий уровень квалификации
ПК-2	Управление аналитическими работами и подразделением, управление инфраструктурой разработки и сопровождение требований к системам
УК-1	Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, выработать стратегию действий
УК-2	Способен управлять проектом на всех этапах его жизненного цикла

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

В результате освоения дисциплины студент должен знать разделы функционального анализа, которые традиционно используются при исследовании свойств дифференциальных уравнений с частными производными, при построении численных методов решения задач математической физики, и знакомство с которыми необходимо для математика-прикладника.

Должен уметь:

В результате освоения дисциплины студент должен уметь практически решать примеры по функциональному анализу.

Должен владеть:

В результате освоения дисциплины студент должен владеть навыками решения задач по функциональному анализу и уметь применять полученные знания при изучении курсов математической физики, уравнений в частных производных, математической статистики.

Должен демонстрировать способность и готовность:

В результате освоения дисциплины студент должен продемонстрировать знание основ функционального анализа, необходимых для математика-прикладника и готовность использовать их при исследовании свойств дифференциальных уравнений с частными производными, при построении численных методов решения задач математической физики, задач математической статистики.

### 2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.В.01 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 01.04.02 "Прикладная математика и информатика (Методы прикладной математической статистики)" и относится к вариативной части.

Осваивается на 1 курсе в 1 семестре.

### 3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных(ые) единиц(ы) на 108 часа(ов).

Контактная работа - 28 часа(ов), в том числе лекции - 28 часа(ов), практические занятия - 0 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 44 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 36 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен в 1 семестре.

**4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

**4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)**

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Понятие метрического пространства. Примеры. Понятие линейного нормированного пространства. Примеры.	1	2	0	0	4
2.	Тема 2. Принцип сжатых отображений Банаха. Примеры.	1	2	0	0	4
3.	Тема 3. Понятие гильбертова пространства. Примеры.	1	2	0	0	4
4.	Тема 4. Ортогональность. Теорема о проекции вектора на подпространство.	1	2	0	0	4
5.	Тема 5. Ортонормированные системы в гильбертовом пространстве. Ряды Фурье в гильбертовом пространстве.	1	2	0	0	4
6.	Тема 6. Линейные операторы. Непрерывность, ограниченность, норма оператора.	1	2	0	0	2
7.	Тема 7. Пространство линейных ограниченных операторов. Теорема Банаха-Штейнгауза.	1	2	0	0	2
8.	Тема 8. Обратные операторы. Теорема Банаха.	1	2	0	0	4
9.	Тема 9. Линейные ограниченные функционалы. Теорема Рисса об общем виде линейного ограниченного функционала в гильбертовом пространстве.	1	2	0	0	2
10.	Тема 10. Теорема Хана-Банаха и ее следствие.	1	2	0	0	4
11.	Тема 11. Сопряженное пространство. Рефлексивные пространства. Слабая сходимость в линейных нормированных пространствах.	1	2	0	0	2
12.	Тема 12. Понятие сопряженного оператора. Самосопряженные операторы. Теорема Рэлея.	1	2	0	0	2
13.	Тема 13. Вполне непрерывные операторы.	1	2	0	0	4
14.	Тема 14. Резольвентное множество и спектр линейного ограниченного оператора.	1	2	0	0	2
	Итого		28	0	0	44

**4.2 Содержание дисциплины (модуля)**

**Тема 1. Понятие метрического пространства. Примеры. Понятие линейного нормированного пространства. Примеры.**

Неравенства Гельдера и Минковского для сумм, рядов и интегралов. Примеры метрических и линейных нормированных пространств. Сходимость в метрическом пространстве.

**Тема 2. Принцип сжатых отображений Банаха. Примеры.**

Доказательство принципа сжатых отображения Банаха. Решение интегрального уравнения Фредгольма второго рода.

**Тема 3. Понятие гильбертова пространства. Примеры.**

Определение предгильбертова и гильбертова пространства. Неравенство Коши-Буняковского. Примеры гильбертовых пространств.

**Тема 4. Ортогональность. Теорема о проекции вектора на подпространство.**

Доказательство теоремы Леви о проекции вектора на подпространство.

**Тема 5. Ортонормированные системы в гильбертовом пространстве. Ряды Фурье в гильбертовом пространстве.**

Понятие ортонормированной системы. Примеры ортонормированных систем. Неравенство Бесселя и равенство Парсеваля.

**Тема 6. Линейные операторы. Непрерывность, ограниченность, норма оператора.**

Определение линейного ограниченного оператора. Примеры линейных ограниченных операторов.

**Тема 7. Пространство линейных ограниченных операторов. Теорема Банаха-Штейнгауза.**

Доказательство теоремы Банаха-Штейнгауза.

**Тема 8. Обратные операторы. Теорема Банаха.**

Понятие обратного оператора. Теоремы об обратных операторах. Примеры.

**Тема 9. Линейные ограниченные функционалы. Теорема Рисса об общем виде линейного ограниченного функционала в гильбертовом пространстве.**

Определение линейного ограниченного функционала. Примеры. Доказательство теоремы Рисса.

**Тема 10. Теорема Хана-Банаха и ее следствие.**

Доказательство теоремы Хана-Банаха и ее следствия. Пример.

**Тема 11. Сопряженное пространство. Рефлексивные пространства. Слабая сходимости в линейных нормированных пространствах.**

Понятие сопряженного пространства. Понятие рефлексивного пространства. Примеры рефлексивных и нерефлексивного пространства. Понятие слабой сходимости.

**Тема 12. Понятие сопряженного оператора. Самосопряженные операторы. Теорема Рэлея.**

Определение сопряженного и само сопряженного оператора в гильбертовом пространстве. Примеры. Доказательство теоремы Рэлея.

### **Тема 13. Вполне непрерывные операторы.**

Определение и основные свойства вполне непрерывных операторов. Примеры.

### **Тема 14. Резольвентное множество и спектр линейного ограниченного оператора.**

Определение резольвентного множества и спектра линейного ограниченного оператора. Классификация точек спектра линейного ограниченного оператора.

### **5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 5 апреля 2017 года №301)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996ин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

### **6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)**

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

### **7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;
- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС 3++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

### 8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Википедия - <http://ru.wikipedia.org>

Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.math.ru/>

Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.exponenta.ru>

Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.allmath.com/>

Портал ресурсов по математике, алгоритмике и ИТ - <http://algotlist.manual.ru/>

### 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вид работ	Методические рекомендации
лекции	Во время лекций студенты должны сосредоточить внимание на её содержании. Основные положения лекции, важные определения и теоретические положения необходимо записывать. Конспектирование предлагаемого преподавателем материала вырабатывает у студентов навыки самостоятельного отбора и анализа необходимой для них информации, умение более сжато и четко записывать услышанное. Лекции могут служить необходимым вспомогательным материалом в процессе подготовки к практическим занятиям и экзамену.
самостоятельная работа	Изучение прикладного функционального анализа предусматривает систематическую самостоятельную работу обучающихся над дополнительными материалами; развитие навыков самоконтроля, способствующих интенсификации учебного процесса. Изучение лекционного материала по конспекту лекций должно сопровождаться изучением рекомендуемой литературы, основной и дополнительной. Основной целью организации самостоятельной работы обучающихся является систематизация и активизация знаний, полученных ими на лекциях. Самостоятельная работа по изучению дисциплины 'Прикладной функциональный анализ' предполагает внеаудиторную работу, которая включает: 1. Решение практических задач различной сложности. 2. Рассмотрение вопросов, оставленных на самостоятельное изучение. 3. Подготовку к экзамену.
экзамен	При подготовке к экзамену обучающемуся рекомендуется повторить весь теоретический материал по соответствующим темам с выявлением ключевых теоретических аспектов и проблем, проработкой дополнительного материала по темам. Лучшему пониманию теоретического материала дисциплины будет способствовать разбор деталей определений, вывода и доказательств утверждений, выявление взаимосвязей между определениями, утверждениями и свойствами объектов, изучаемых в дисциплине. Для подготовки к экзамену обучающемуся рекомендуется составить план процесса подготовки, включающей изучение, повторение, систематизацию, логическую обработку материала, анализ полученной информации с выявлением возможных следствий и неявных свойств объектов, составлением списка возможных дополнительных вопросов и заданий, подготовку к выполнению практических задач по темам дисциплины.

### 10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

### **11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Мультимедийная аудитория.

### **12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 01.04.02 "Прикладная математика и информатика" и магистерской программе "Методы прикладной математической статистики".



Приложение 2  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
Б1.В.01 Прикладной функциональный анализ

**Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Направление подготовки: 01.04.02 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: Методы прикладной математической статистики

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2018

**Основная литература:**

1. Сидоров А.М. Функциональный анализ: [учебное пособие]/ А.М. Сидоров.-Казань: Казанский университет, 2010.- 140 с.; 21.-Библиогр.: с. 4 (4 назв.).-ISBN 978-5-98180-834-0((в пер.)).
2. Колмогоров, А.Н. Элементы теории функций и функционального анализа [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин. --Электрон. дан.-- Москва : Физматлит, 2009. 572 с. URL: <https://e.lanbook.com/book/2206>
3. Люстерник, Л.А. Краткий курс функционального анализа [Электронный ресурс] : учебное пособие / Л.А. Люстерник, В.И. Соболев. -- Электрон. дан.-- Санкт-Петербург : Лань, 2009. 272 с. URL: <https://e.lanbook.com/book/245>
4. Бородин, П.А. Задачи по функциональному анализу [Электронный ресурс] : учебное пособие / П.А. Бородин, А.М. Савчук, И.А. Шейпак.-- Электрон. дан.-- Москва : МЦНМО, 2017. 336 с. URL: <https://e.lanbook.com/book/92693>

**Дополнительная литература:**

1. Пирковский, А.Ю. Спектральная теория и функциональные исчисления для линейных операторов [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.Ю. Пирковский. -- Электрон. дан. --Москва : МЦНМО, 2010. 176 с. URL: <https://e.lanbook.com/book/9384>
2. Треногин, В.А. Функциональный анализ [Электронный ресурс] : учебник / В.А. Треногин. -- Электрон. дан.-- Москва : Физматлит, 2007. 488 с. URL: <https://e.lanbook.com/book/59471>
3. Филимоненкова, Н.В. Конспект лекций по функциональному анализу [Электронный ресурс] : учебное пособие / Н.В. Филимоненкова. --Электрон. дан. --Санкт-Петербург : Лань, 2015. 176 с. URL: <https://e.lanbook.com/book/64343>
4. Филимоненкова, Н.В. Сборник задач по функциональному анализу [Электронный ресурс] : учебное пособие / Н.В. Филимоненкова. --Электрон. дан-- Санкт-Петербург : Лань, 2015. 240 с. URL: <https://e.lanbook.com/book/65041>

Приложение 3  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
Б1.В.01 Прикладной функциональный анализ

**Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

Направление подготовки: 01.04.02 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: Методы прикладной математической статистики

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2018

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, учебно-методические комплексы, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.