

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ
проф. Таюрский Д.А.

"__" _____ 20__ г.

Программа дисциплины

Изопериметрические неравенства Б1.В.ДВ.09.06

Направление подготовки: 01.04.01 - Математика

Профиль подготовки: Анализ на многообразиях

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2018

Автор(ы): Салахудинов Р.Г.

Рецензент(ы): Насыров С.Р.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Насыров С. Р.

Протокол заседания кафедры No ___ от "___" _____ 20__ г.

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No ___ от "___" _____ 20__ г.

Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы
2. Место дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы высшего образования
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
 - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
 - 4.2. Содержание дисциплины
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
 - 6.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы и форм контроля их освоения
 - 6.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания
 - 6.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы
 - 6.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций
7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
 - 7.1. Основная литература
 - 7.2. Дополнительная литература
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Салахудинов Р.Г. (Кафедра математического анализа, отделение математики), Rustem.Salahudinov@kpfu.ru

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Выпускник, освоивший дисциплину, должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-1	Способен формулировать и решать актуальные и значимые задачи фундаментальной и прикладной математики
ПК-3	Способен публично представлять собственные и известные научные результаты
ПК-5	Способен находить и извлекать актуальную научно-техническую информацию из электронных библиотек, реферативных журналов и т.п.
ПК-6	Способен составлять научные обзоры, рефераты и отчеты по тематике проводимых исследований, а также подготовить научную публикацию
ПК-7	Обладать навыками преподавания математики и информатики в средней школе, специальных учебных заведениях, высших учебных заведениях на основе полученного фундаментального образования

Выпускник, освоивший дисциплину:

Должен демонстрировать способность и готовность:

Обучающийся должен демонстрировать способность:

1. Определить основные геометрические и физические величины, зависящие от формы и размера тела или области на плоскости.
2. Сформулировать классические изопериметрические неравенства на плоскости и в пространстве.
3. Привести не менее двух доказательств классического изопериметрического неравенства на плоскости.
4. Определить различные типы симметризации плоской области. Строить простейшие примеры.
5. Сформулировать свойства функционалов при симметризации.
6. Сформулировать изометрические свойства конформного момента инерции области.
7. Обосновать изопериметрические свойства конформного момента.
8. Изложить изометрические свойства жесткости кручения области.
9. Обосновать двумя способами изометрические свойства жесткости кручения области.
10. Представление площади, жесткости кручения, конформного момента, супремума функции напряжения через коэффициенты отображающей функции.

Обучающийся должен демонстрировать готовность:

1. Построения приближенных формул при симметризации.
2. Строить контрпримеры к обратному классическому изопериметрическому неравенству на плоскости.
3. Вычислять функционалы области для простейших областей.
4. Строить гипотезы (неравенства, утверждения) на основании собственных вычислений.

2. Место дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы высшего образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел "Б1.В.ДВ.09.06 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 01.04.01 "Математика (Анализ на многообразиях)" и относится к дисциплинам по выбору.

Осваивается на 2 курсе в 3 семестре.

3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных(ые) единиц(ы) на 144 часа(ов).

Контактная работа - 56 часа(ов), в том числе лекции - 28 часа(ов), практические занятия - 28 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 52 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 36 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен в 3 семестре.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Основные обозначения и определения. Простейшие изопериметрические неравенства.	3	2	2	0	6
2.	Тема 2. Изопериметрические неравенства и двусторонние оценки. Представление конформного момента инерции через коэффициенты отображающей функции.	3	2	2	0	6
3.	Тема 3. Два изопериметрических неравенства для конформного момента инерции.	3	2	2	0	4
4.	Тема 4. Простейшие примеры вычисления функционалов. Другие примеры вычисления функционалов.	3	3	3	0	2
5.	Тема 5. Конформные моменты порядка α . Конструирование гипотез. Конформный момент 4-го порядка.	3	2	2	0	6
6.	Тема 6. Примеры вычисления конформных моментов порядка α .	3	2	2	0	4
7.	Тема 7. Пространство Бергмана аналитических функций. Теорема о норме Бергмана произведения аналитических функций и её следствия. Изопериметрические цепочки неравенств	3	2	2	0	2
8.	Тема 8. Неравенство Сен-Венана -- Полюа. Доказательство Давенпорта.	3	2	2	0	4
9.	Тема 9. Изопериметрическое неравенство между жесткостью кручения и конформным моментом инерции.	3	2	2	0	2
10.	Тема 10. Формула Давенпорта для областей с неограниченной площадью.	3	2	2	0	2
11.	Тема 11. Еще одно оригинальное доказательство неравенства Сен-Венана --- Полюа и следствия из него.	3	2	2	0	2
12.	Тема 12. Доказательство одного неравенства Пейна.	3	2	2	0	6

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
13.	Тема 13. Примеры вычисления жесткости кручения односвязной области.	3	3	3	0	6
	Итого		28	28	0	52

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Основные обозначения и определения. Простейшие изопериметрические неравенства.

Определение площади области, длины границы, радиус наибольшего круга, содержащегося в области, конформного радиуса и его супремума, классической функции напряжения и её супремума, жесткости кручения, основной частотой колебания мембраны, натянутой на область. Основное двухстороннее неравенство между функцией расстояния до границы и конформным радиусом. Теорема Кёбе об $1/4$. Вычисление функционалов для круга. Классическое изопериметрическое неравенство на плоскости и его доказательства.

Тема 2. Изопериметрические неравенства и двусторонние оценки. Представление конформного момента инерции через коэффициенты отображающей функции.

Физические функционалы, определяемые посредством решений краевой

задачи, являются трудно вычислимыми величинами, за исключением некоторых простых случаев. Поэтому актуальным является изучение их свойств, в частности, получение оценок для них через более простые характеристики области. Основы этой тематики были заложены в работах лорда Рэлея, В. Сен-Венана и А. Пуанкаре, с одной стороны, и Г. Фабера и Е. Крана, Г. Полиа и Г. Сегё, с другой. Постановка задачи об двухсторонней оценке и аппроксимационные формулы. Результаты Е. Макаи., В. Неймана, Ф. Авхадиева. Определение конформного и Евклидова момента инерции области. Вывод формулы представления конформного момента инерции через коэффициенты отображающей функции.

Тема 3. Два изопериметрических неравенства для конформного момента инерции.

Вспомогательная лемма. Представление конформного момента инерции через коэффициенты отображающей функции. Первая изопериметрическая теорема для конформного момента инерции области. Представление площади через коэффициенты отображающей функции. Вторая изопериметрическая теорема для конформного момента инерции. Случаи равенства и следствия.

Тема 4. Простейшие примеры вычисления функционалов. Другие примеры вычисления функционалов.

Примеры вычисления функционалов и применения первой и второй теорем для следующих областей: круг, равносторонний треугольник, полукруг, полуполоса, полоса, прямоугольника, квадрата, область, ограниченная веткой гиперболы и координатными осями, а также область ограниченная правильными n -угольниками.

Тема 5. Конформные моменты порядка α . Конструирование гипотез. Конформный момент 4-го порядка.

Определение конформных моментов области более высокого порядка. Вычисление функционала для круга. Построение гипотез. Доказательство аналога первой теоремы для конформных моментов области более высокого порядка. Аналог второй теоремы для конформного момента 4-го порядка. Формулировка изопериметрических гипотез.

Тема 6. Примеры вычисления конформных моментов порядка α .

Пример вычисления конформных моментов области произвольного порядка для правильного n -угольника и области, ограниченной гиперболой и координатными осями. Построение конформных отображений, нормировка отображений. Вычисление интегралов с помощью пакета "Математика". Получить некоторые предыдущие результаты как частный случай.

Тема 7. Пространство Бергмана аналитических функций. Теорема о норме Бергмана произведения аналитических функций и её следствия. Изопериметрические цепочки неравенств

Определение пространства Бергмана аналитических в односвязной области функций. Вспомогательная лемма. Теорема о норме Бергмана произведения аналитических функций. Следствия из теоремы. Дискретные цепочки изопериметрических неравенств. Доказательство теоремы о произведении. Конструирование гипотез. Доказательство одного следствия из гипотезы о монотонности.

Тема 8. Неравенство Сен-Венана -- Полиа. Доказательство Давенпорта.

Неравенство Сен-Венана -- Полиа. Понятие симметризации и доказательство Полиа. Доказательство формулы Давенпорта для жесткости кручения. Доказательство Давенпорта неравенство Сен-Венана -- Полиа. Случаи равенства. Применение формулы Давенпорта на примере круга. Современный взгляд на неравенство Сен-Венана -- Полиа.

Тема 9. Изопериметрическое неравенство между жесткостью кручения и конформным моментом инерции.

Таблица значений функционалов и формирование гипотез. Теорема о точном изопериметрическом неравенстве между жесткостью кручения и конформным моментом инерции. Доказательство теоремы, применяя критерий Сильвестра положительной определенности. Случаи равенства для класса областей с ограниченной площадью.

Тема 10. Формула Давенпорта для областей с неограниченной площадью.

Конформное отображение и ряд Маклорена. Условие сходимости ряда. Новое представление для жесткости кручения односвязной области. Формула Давенпорта для областей с неограниченной площадью.

Предварительные результаты. Смена суммирования в двух кратных рядах. Доказательство неравенства Поля - Сегё. Случаи равенства.

Тема 11. Еще одно оригинальное доказательство неравенства Сен--Венана --- Поля и следствия из него.

Новые представления для площади и конформного момента инерции. Новое доказательство неравенства Сен--Венана - Поля. Новое доказательство основного неравенства между жесткостью кручения и конформным моментом инерции. Неравенство Коши--Буняковского и его применение. Случаи равенства. Условие сходимости изучаемых рядов.

Тема 12. Доказательство одного неравенства Пейна.

Об одном неравенстве Пейна и его доказательстве. Определение множеств уровня функции напряжения и линий уровня функции напряжения. Интеграл по множеству уровня функции. Неулучшаемые оценки определённых интегралов Римана. Анализ доказательства. Обсуждение случаев равенства. Связь неравенства Пейна с другими классическими неравенствами.

Тема 13. Примеры вычисления жесткости кручения односвязной области.

Примеры вычисления функционалов, связанных с классической функцией напряжения для следующих областей: круг, равносторонний треугольник, полукруг, полуполоса, полоса, прямоугольника, квадрата, область, ограниченная веткой гиперболы и координатными осями, а также область ограниченная правильными n -угольниками.

5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 5 апреля 2017 года №301).

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996ин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений".

Положение от 29 декабря 2018 г. № 0.1.1.67-08/328 "О порядке проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет".

Положение № 0.1.1.67-06/241/15 от 14 декабря 2015 г. "О формировании фонда оценочных средств для проведения текущей, промежуточной и итоговой аттестации обучающихся федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет".

Положение № 0.1.1.56-06/54/11 от 26 октября 2011 г. "Об электронных образовательных ресурсах федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет".

Регламент № 0.1.1.67-06/66/16 от 30 марта 2016 г. "Разработки, регистрации, подготовки к использованию в учебном процессе и удаления электронных образовательных ресурсов в системе электронного обучения федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет".

Регламент № 0.1.1.67-06/11/16 от 25 января 2016 г. "О балльно-рейтинговой системе оценки знаний обучающихся в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет".

Регламент № 0.1.1.67-06/91/13 от 21 июня 2013 г. "О порядке разработки и выпуска учебных изданий в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет".

6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)

6.1 Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы и форм контроля их освоения

Этап	Форма контроля	Оцениваемые компетенции	Темы (разделы) дисциплины
Семестр 3			
	<i>Текущий контроль</i>		
1	Письменная работа	ПК-5 , ПК-1	1. Основные обозначения и определения. Простейшие изопериметрические неравенства. 2. Изопериметрические неравенства и двусторонние оценки. Представление конформного момента инерции через коэффициенты отображающей функции. 3. Два изопериметрических неравенства для конформного момента инерции. 4. Простейшие примеры вычисления функционалов. Другие примеры вычисления функционалов.
2	Устный опрос	ПК-6 , ПК-3	5. Конформные моменты порядка α . Конструирование гипотез. Конформный момент 4-го порядка. 6. Примеры вычисления конформных моментов порядка α . 7. Пространство Бергмана аналитических функций. Теорема о норме Бергмана произведения аналитических функций и её следствия. Изопериметрические цепочки неравенств 8. Неравенство Сен-Венана -- Полюа. Доказательство Давенпорта. 9. Изопериметрическое неравенство между жесткостью кручения и конформным моментом инерции.
3	Письменное домашнее задание	ПК-7 , ПК-3	10. Формула Давенпорта для областей с неограниченной площадью. 11. Еще одно оригинальное доказательство неравенства Сен-Венана --- Полюа и следствия из него. 12. Доказательство одного неравенства Пейна. 13. Примеры вычисления жесткости кручения односвязной области.
	Экзамен	ПК-1, ПК-3, ПК-5, ПК-6, ПК-7	

6.2 Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Форма контроля	Критерии оценивания				Этап
	Отлично	Хорошо	Удовл.	Неуд.	
Семестр 3					
Текущий контроль					
Письменная работа	Правильно выполнены все задания. Продемонстрирован высокий уровень владения материалом. Проявлены превосходные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Правильно выполнена большая часть заданий. Присутствуют незначительные ошибки. Продемонстрирован хороший уровень владения материалом. Проявлены средние способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Задания выполнены более чем наполовину. Присутствуют серьезные ошибки. Продемонстрирован удовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены низкие способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Задания выполнены менее чем наполовину. Продемонстрирован неудовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены недостаточные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	1

Форма контроля	Критерии оценивания				Этап
	Отлично	Хорошо	Удовл.	Неуд.	
Устный опрос	В ответе качественно раскрыто содержание темы. Ответ хорошо структурирован. Прекрасно освоен понятийный аппарат. Продемонстрирован высокий уровень понимания материала. Превосходное умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.	Основные вопросы темы раскрыты. Структура ответа в целом адекватна теме. Хорошо освоен понятийный аппарат. Продемонстрирован хороший уровень понимания материала. Хорошее умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.	Тема частично раскрыта. Ответ слабо структурирован. Понятийный аппарат освоен частично. Понимание отдельных положений из материала по теме. Удовлетворительное умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.	Тема не раскрыта. Понятийный аппарат освоен неудовлетворительно. Понимание материала фрагментарное или отсутствует. Неумение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.	2
Письменное домашнее задание	Правильно выполнены все задания. Продемонстрирован высокий уровень владения материалом. Проявлены превосходные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Правильно выполнена большая часть заданий. Присутствуют незначительные ошибки. Продемонстрирован хороший уровень владения материалом. Проявлены средние способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Задания выполнены более чем наполовину. Присутствуют серьезные ошибки. Продемонстрирован удовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены низкие способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Задания выполнены менее чем наполовину. Продемонстрирован неудовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены недостаточные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	3
Экзамен	Обучающийся обнаружил всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно-программного материала, умение свободно выполнять задания, предусмотренные программой, усвоил основную литературу и знаком с дополнительной литературой, рекомендованной программой дисциплины, усвоил взаимосвязь основных понятий дисциплины в их значении для приобретаемой профессии, проявил творческие способности в понимании, изложении и использовании учебно-программного материала.	Обучающийся обнаружил полное знание учебно-программного материала, успешно выполнил предусмотренные программой задания, усвоил основную литературу, рекомендованную программой дисциплины, показал систематический характер знаний по дисциплине и способен к их самостоятельному пополнению и обновлению в ходе дальнейшей учебной работы и профессиональной деятельности.	Обучающийся обнаружил знание основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по профессии, справился с выполнением заданий, предусмотренных программой, знаком с основной литературой, рекомендованной программой дисциплины, допустил погрешности в ответе на экзамене и при выполнении экзаменационных заданий, но обладает необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя.	Обучающийся обнаружил значительные пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, допустил принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий и не способен продолжить обучение или приступить по окончании университета к профессиональной деятельности без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.	

6.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Семестр 3

Текущий контроль

1. Письменная работа

Темы 1, 2, 3, 4

Решение задач по соответствующим темам пособия: Салахудинов Р. Г. Введение в теорию изопериметрических неравенств, I (Метод конформных отображений в теории изопериметрических неравенств) // Учебное пособие (изд. 2-ое расширенное). -- Казань, К(П)ФУ (электронная публикация с открытым доступом). - 2013. - 100 с. (<http://libweb.ksu.ru/vufind/Record/RU02eLSL02eEOR02e333>).

2. Устный опрос

Темы 5, 6, 7, 8, 9

Знание определений, формулировки теорем, основные идеи и схемы доказательств теорем Метод конформных отображений в теории изопериметрических неравенств // Учебное пособие (изд. 2-ое расширенное). -- Казань, К(П)ФУ (электронная публикация с открытым доступом). - 2013. - 100 с. (<http://libweb.ksu.ru/vufind/Record/RU02eLSL02eEOR02e333>).

3. Письменное домашнее задание

Темы 10, 11, 12, 13

Формула Давенпорта для областей с неограниченной площадью. Еще одно оригинальное доказательство неравенства Сен-Венана --- Поля и следствия из него. Доказательство одного неравенство Пейна. Примеры вычисления жесткости кручения односвязной области.

Экзамен

Вопросы к экзамену:

1. Неравенства Коши-Буняковского-Шварца, Гельдера, Йенсена.
2. Классическое изопериметрическое неравенство.
3. Неравенство Брунна-Минковского.
5. . Определения основной частоты мембраны и жесткости кручения упругой балки. Связь с уравнениями в частных производных и вариационными неравенствами.
6. Описание классических результатов Кулона, Коши, Сен-Венана, лорда Рэлея и постановки изопериметрических проблем.
7. Двусторонние оценки жесткости кручения и основной частоты.
8. Интегральные свойства гиперболического радиуса.
9. Классические и современные результаты по точным оценкам для жесткости кручения.
10. Представление конформного момента инерции через коэффициенты отображающей функции.
11. Два изопериметрических неравенства для конформного момента инерции.
12. Конформные моменты порядка .
13. Пространство Бергмана аналитических функций. Предварительная лемма.
14. Теорема о норме Бергмана произведения аналитических функций и ее следствия. Изопериметрические цепочки неравенств.
15. Неравенство Сен-Венана - Поля. Доказательство, предложенное Давенпортм.
16. Одно изопериметрическое неравенство между жесткостью кручения и конформным моментом инерции.

6.4 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

В КФУ действует балльно-рейтинговая система оценки знаний обучающихся. Суммарно по дисциплине (модулю) можно получить максимум 100 баллов за семестр, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов.

Для зачёта:

56 баллов и более - "зачтено".

55 баллов и менее - "не зачтено".

Для экзамена:

86 баллов и более - "отлично".

71-85 баллов - "хорошо".

56-70 баллов - "удовлетворительно".

55 баллов и менее - "неудовлетворительно".

Форма контроля	Процедура оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций	Этап	Количество баллов
Семестр 3			
Текущий контроль			
Письменная работа	Обучающиеся получают задание по освещению определённых теоретических вопросов или решению задач. Работа выполняется письменно и сдаётся преподавателю. Оцениваются владение материалом по теме работы, аналитические способности, владение методами, умения и навыки, необходимые для выполнения заданий.	1	15

Форма контроля	Процедура оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций	Этап	Количество баллов
Устный опрос	Устный опрос проводится на практических занятиях. Обучающиеся выступают с докладами, сообщениями, дополнениями, участвуют в дискуссии, отвечают на вопросы преподавателя. Оценивается уровень домашней подготовки по теме, способность системно и логично излагать материал, анализировать, формулировать собственную позицию, отвечать на дополнительные вопросы.	2	25
Письменное домашнее задание	Обучающиеся получают задание по освещению определённых теоретических вопросов или решению задач. Работа выполняется письменно дома и сдаётся преподавателю. Оцениваются владение материалом по теме работы, аналитические способности, владение методами, умения и навыки, необходимые для выполнения заданий.	3	10
Экзамен	Экзамен нацелен на комплексную проверку освоения дисциплины. Экзамен проводится в устной или письменной форме по билетам, в которых содержатся вопросы (задания) по всем темам курса. Обучающемуся даётся время на подготовку. Оценивается владение материалом, его системное освоение, способность применять нужные знания, навыки и умения при анализе проблемных ситуаций и решении практических заданий.		50

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

7.1 Основная литература:

1. Салахудинов Р. Г. Введение в теорию изопериметрических неравенств. I (Метод конформных отображений в теории изопериметрических неравенств): учебное пособие/ Р. Г. Салахудинов - Казань: Казанский университет, 2013. - 100 с. Режим доступа: http://libweb.kpfu.ru/ebooks/05_33_000342.pdf
2. Авхадиев Ф. Г. Введение в геометрическую теорию функций: учеб. пособие/Ф. Г. Авхадиев. - Казань: Казан.ун-т, 2012. - 127 с. Режим доступа: https://kpfu.ru/staff_files/F190155061/Lecture.pdf
3. Авхадиев Ф. Г. Точные оценки в теории функций [Текст : электронный ресурс] : учебно-методическое пособие / Ф. Г. Авхадиев ; М-во образования и науки Рос. Федерации, ФГАОУ ВПО 'Казан. (Приволж.) федер. ун-т', Ин-т математики и механики им. Н. И. Лобачевского . - Электронные данные (1 файл: 177 Кб) . - (Казань : Казанский федеральный университет, 2013) . - Загл. с экрана . - Для 5-го, 6-го и 7-го семестров . - Режим доступа: только для студентов и сотрудников КФУ . - URL:http://libweb.kpfu.ru/ebooks/05_39_A5-000408.pdf

7.2. Дополнительная литература:

1. Свешников, А.Г. Теория функций комплексной переменной [Электронный ресурс] : учебник / А.Г. Свешников, А.Н. Тихонов ; под ред. В.А. Ильина. - Электрон. дан. - Москва : Физматлит, 2010. - 336 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/48167>
2. Неравенства для интегральных характеристик областей : учеб. пособие / Ф. Г. Авхадиев . Казань : Казан. гос. ун-т, 2006 . 140 с.- Режим доступа: https://kpfu.ru/staff_files/F962194327/AFGPOS.pdf

8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

- Карточка публикации на <http://repository.kpfu.ru/> - <http://libweb.ksu.ru/vufind/Record/RU02eLSL02eEOR02e333>
- Учебное пособие в формате pdf - http://kpfu.ru/staff_files/F1383248008/Avhadiev_Tochnye_ocenki.pdf
- Учебное пособие в формате pdf - <http://kpfu.ru/docs/F25706379/%C0%E2%F5%E2%E4%E8%E5%E2%20%D4.%C3..pdf>

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вид работ	Методические рекомендации
лекции	Вести конспект лекций. Лекции ведутся в отдельной общей тетради, рекомендуется оставлять место для заметок, например в виде полей. Знание основного материала предыдущих лекция, включая знание основных определений и ключевых теорем. Рекомендуется выделять в тексте ключевые слова, определения, леммы и теоремы.

Вид работ	Методические рекомендации
практические занятия	Практические занятия ведутся в отдельной тетради. Записи в тетради необходимо разделять по дате и по темам занятий. Рекомендуется использовать черновик для аккуратного ведения записей в основной тетради. Внимательно переписывать примеры, разобранные преподавателем. Рекомендуется знание основных понятий, определений и утверждений по соответствующим лекциям.
самостоятельная работа	Самостоятельная работа ведется в той же тетради, что и практические занятия. Самостоятельная работа - это отдельный блок который выделяется заголовком, например, "Домашние задание". Рекомендуется прорабатывать материал непосредственно после практический занятий. При решение задач и примеров рекомендуется их выполнение по образцу из практического занятия.
письменная работа	Письменная работа выполняется либо на основе пройденного материала (решение примеров и задач по пройденной теме), либо является самостоятельной работой по изучению новой темы не рассматриваемой на лекциях. Письменная работа осуществляется с привлечением дополнительной литературы и компьютера, по необходимости.
устный опрос	Необходимо знание и понимание всех понятий, определений, утверждений, лемм и теорем в соответствующем разделе. Необходимо умение формулировать теоремы в форме непротиворечивых логических конструкций. Желательной уметь строить и приводить примеры к соответствующим определениям и утверждениям, а также уметь строить простейшие контр примеры.
письменное домашнее задание	Письменное домашнее задание ведется в той же тетради, что и практические занятия. Письменное домашнее задание - это отдельный блок который выделяется заголовком, например, "Домашние задание". Рекомендуется прорабатывать материал непосредственно после практический занятий. При решение задач и примеров рекомендуется их выполнение по образцу из практического занятия.
экзамен	Подготовка к экзамену ведется на основе курса лекций или рекомендованной литературы. Необходимо знание и понимание всех понятий, определений, утверждений, лемм и теорем. Необходимо умение формулировать теоремы в форме непротиворечивых логических конструкций. Желательной уметь строить и приводить примеры к соответствующим определениям и утверждениям. Необходимо знание доказательства теорем и остальных утверждений.

10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Освоение дисциплины "Изопериметрические неравенства" предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows Professional 7 Russian
 Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 2010 Professional Plus Russian
 Браузер Mozilla Firefox
 Браузер Google Chrome
 Adobe Reader XI

11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Освоение дисциплины "Изопериметрические неравенства" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB, audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудование имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 01.04.01 "Математика" и магистерской программе Анализ на многообразиях .