МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Факультет математики и естественных наук

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по образовательной деятельности КФУ
Проф. Д.А. Таюрский
_____ «___»_____20__г.

подписано электронно-цифровой подписью

Программа дисциплины

Группы Ли и геометрия Лобачевского Б1.В.ДВ.15

Направление подготовки: 44.03.05 - Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)
Профиль подготовки: Математика и физика
Квалификация выпускника: бакалавр
Форма обучения: очное
Язык обучения: русский

Автор(ы):
Анисимова Т.И. , Кожевникова Лариса Михайловна

Рецензент(ы):
Миронов А.Н.

СОГЛАСОВАНО:
Заведующий(ая) кафедрой: Анисимова Т. И.
Протокол заседания кафедры No ___ от "____" _____ 201__г
Учебно-методическая комиссия Елабужского института КФУ (Факультет математики и естественных наук):
Протокол заседания УМК No ____ от "____" _____ 201__г

Регистрационный No 1016735718

Казань
2018

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Анисимова Т.И. Кафедра математики и прикладной информатики Факультет математики и естественных наук , TIAnisimova@kpfu.ru ; Кожевникова Лариса Михайловна

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины 'Группы Ли и геометрия Лобачевского' являются изучение геометрии Лобачевского, уяснение связей ее с другими разделами математики.

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б1.В.ДВ.15 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 5 курсе, 10 семестр.

Для освоения дисциплины 'Группы Ли и геометрия Лобачевского' используются знания, умения, навыки, способы деятельности и установки, полученные и сформированные в ходе изучения следующих дисциплин: 'Математический анализ', 'Алгебра'.

Освоение данной дисциплины необходимо для научно-исследовательской работы студентов.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-11 (профессиональные компетенции)	готовностью использовать систематизированные теоретические и практические знания для постановки и решения исследовательских задач в области образования
ПК-6 (профессиональные компетенции)	готовностью к взаимодействию с участниками образовательного процесса

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

классификацию движений плоскости Лобачевского, теоремы тригонометрии плоскостей Римана и Лобачевского

основные факты геометрии псевдоевклидовой плоскости и псевдоевклидова пространства

2. должен уметь:

применять методы построения в моделях Кели-Клейна и Пуанкаре плоскости Лобачевского

3. должен владеть:

навыками выполнения построений в моделях Кели-Клейна и Пуанкаре плоскости Лобачевского

4. должен демонстрировать способность и готовность:

применять результаты освоения дисциплины в профессиональной деятельности.

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных(ые) единиц(ы) 108 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 10 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Псевдоевклидово пространство.	10		2	2	0	Устный опрос
2.	Тема 2. Геометрия на сферах евклидова и псевдоевклидова пространств.	10		4	4	0	Устный опрос
3.	Тема 3. Плоскость Лобачевского.	10		6	4	0	Письменная работа
4.	Тема 4. Проективная и конформная модели плоскости Лобачевского.	10		4	4	0	Устный опрос
5.	Тема 5. Движения плоскости Лобачевского.	10		4	4	0	Устный опрос
6.	Тема 6. Тригонометрия плоскости Лобачевского. Сферическая тригонометрия.	10		2	2	0	Устный опрос
7.	Тема 7. Пространства постоянной кривизны. Вложение их в плоские пространства.	10		2	2	0	Устный опрос
8.	Тема 8. Уравнение sin-Гордона и sinh-Гордона и асимптотические линии на поверхностях постоянной кривизны.	10		2	2	0	Устный опрос

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
9.	Тема 9. Трехмерное пространство Лобачевского.	10		2	2	0	Устный опрос
.	Тема . Итоговая форма контроля	10		0	0	0	Зачет
	Итого			28	26	0	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Псевдоевклидово пространство.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Псевдоевклидовы векторные и точечные пространства. Группа Ли движений псевдоевклидова пространства. Пространственно подобные, времени подобные и изотропные векторы, линии и поверхности.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Пространственно подобные, времени подобные и изотропные векторы, линии и поверхности.

Тема 2. Геометрия на сферах евклидова и псевдоевклидова пространств.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Геометрия на сферах евклидова и псевдоевклидова пространств. Геодезические линии на сферах. Фактор-пространства сфер по действию циклической группы второго порядка.

практическое занятие (4 часа(ов)):

Эллиптические и гиперболические углы и расстояния во внутренней геометрии сфер.

Тема 3. Плоскость Лобачевского.

лекционное занятие (6 часа(ов)):

Плоскость Лобачевского. Открытие неевклидовой геометрии. Основные факты геометрии Лобачевского.

практическое занятие (4 часа(ов)):

Окружности, орициклы, эквидистанты как орбиты однопараметрических групп движений плоскости Лобачевского.

Тема 4. Проективная и конформная модели плоскости Лобачевского.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Проективная интерпретация геометрии Лобачевского. Собственная и идеальная область плоскости Лобачевского. Плоскость де Ситтера. Модель Пуанкаре в круге и на полуплоскости . Конформная модель плоскости де Ситтера

практическое занятие (4 часа(ов)):

Конструктивные и метрические задачи на моделях плоскости Лобачевского.

Тема 5. Движения плоскости Лобачевского.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Группа Ли движений плоскости Лобачевского. Однопараметрические подгруппы. Инфинитезимальные движения.

практическое занятие (4 часа(ов)):

Классификация движений плоскости Лобачевского.

Тема 6. Тригонометрия плоскости Лобачевского. Сферическая тригонометрия.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Теоремы синусов, косинусов. Двойственные теоремы косинусов в эллиптической и гиперболической геометриях.

ЭЛЕКТРОННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАЦИОННО-АНАЛИТИЧЕСКАЯ СИСТЕМА КФУ

практическое занятие (2 часа(ов)):

Метрические соотношения на плоскости Лобачевского. Взаимосвязи между теоремами в двумерных пространствах постоянной кривизны.

Тема 7. Пространства постоянной кривизны. Вложение их в плоские пространства.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Двумерные пространства постоянной кривизны. Вложение их в плоские пространства. Работы Гильберта, Бибербаха, Блануши, Громова, Сабитова.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Двумерные пространства постоянной кривизны. Вложение их в плоские пространства. Работы Гильберта, Бибербаха, Блануши, Громова, Сабитова.

Тема 8. Уравнение sin-Гордона и sinh-Гордона и асимптотические линии на поверхностях постоянной кривизны.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Площадь треугольника и многоугольника. Ограниченность площадиn-угольника. Угол между асимптотическими на поверхностях постоянной кривизны как решение гиперболического дифференциального уравнения в частных производных.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Вычисление площадей фигур в конформной модели. Чебышёвскиесети. Площади сетевых многоугольников.

Тема 9. Трехмерное пространство Лобачевского.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Трехмерное пространство Лобачевского. Простейшие поверхности постоянной кривизны в трёхмерном пространстве Лобачевского.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Внутренняя геометрия орисферы, сферы, эквидистантной поверхности в пространстве Лобачевского. Эквидистантный цилиндр. Линейчатые поверхности.

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Псевдоевклидово пространство.	10		подготовка к устному опросу	4	Устный опрос
2.	Тема 2. Геометрия на сферах евклидова и псевдоевклидова пространств.	10		подготовка к устному опросу	6	Устный опрос
3.	Тема 3. Плоскость Лобачевского.	10		подготовка к письменной работе	8	Письменная работа
4.	Тема 4. Проективная и конформная модели плоскости Лобачевского.	10		подготовка к устному опросу	6	Устный опрос
5.	Тема 5. Движения плоскости Лобачевского.	10		подготовка к устному опросу	6	Устный опрос

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
6.	Тема 6. Тригонометрия плоскости Лобачевского. Сферическая тригонометрия.	10		подготовка к устному опросу	6	Устный опрос
7.	Тема 7. Пространства постоянной кривизны. Вложение их в плоские пространства.	10		подготовка к устному опросу	6	Устный опрос
8.	Тема 8. Уравнение sin-Гордона и sinh-Гордона и асимптотические линии на поверхностях постоянной кривизны.	10		подготовка к устному опросу	6	Устный опрос
9.	Тема 9. Трехмерное пространство Лобачевского.	10		подготовка к устному опросу	6	Устный опрос
	Итого				54	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

В преподавании дисциплины используются следующие образовательные технологии:

Информационные технологии - обучение в электронной образовательной среде с целью расширения доступа к образовательным ресурсам (теоретически к неограниченному объему и скорости доступа), увеличения контактного взаимодействия с преподавателем, построения индивидуальных траекторий подготовки и объективного контроля и мониторинга знаний студентов.

Проблемное обучение - стимулирование студентов к самостоятельному приобретению знаний, необходимых для решения конкретной проблемы.

Контекстное обучение - мотивация студентов к усвоению знаний путем выявления связей между конкретным знанием и его применением.

Междисциплинарное обучение - использование знаний из разных областей, их группировка и концентрация в контексте решаемой задачи.

Опережающая самостоятельная работа - изучение студентами нового материала до его изучения в ходе аудиторных занятий.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Псевдоевклидово пространство.

Устный опрос , примерные вопросы:

Псевдоевклидовы векторные и точечные пространства. Группа Ли движений псевдоевклидова пространства. Пространственно подобные, времени подобные и изотропные векторы, линии и поверхности. Пространственно подобные, времени подобные и изотропные векторы, линии и поверхности.

Тема 2. Геометрия на сферах евклидова и псевдоевклидова пространств.

Устный опрос , примерные вопросы:

Эллиптические и гиперболические углы и расстояния во внутренней геометрии сфер. Геометрия на сферах евклидова и псевдоевклидова пространств. Геодезические линии на сферах. Фактор-пространства сфер по действию циклической группы второго порядка.

Тема 3. Плоскость Лобачевского.

Письменная работа , примерные вопросы:

1. Определить тип преобразования плоскости Лобачевского в модели Пуанкаре в евклидовой полуплоскости. 2. Выяснить, какие из векторных полей являются инфинитезимальными симметриями формы площади плоскости Лобачевского в модели Пуанкаре в полуплоскости. 3. Найти расстояние от точки с координатами (0,0,1) до плоскости x=1 в модели Пуанкаре пространства Лобачевского кривизны -1 в евклидовом полупространстве. 4. Сформулировать аналог теоремы Птолемея на плоскости Лобачевского.

Тема 4. Проективная и конформная модели плоскости Лобачевского.

Устный опрос , примерные вопросы:

Конструктивные и метрические задачи на моделях плоскости Лобачевского. Проективная интерпретация геометрии Лобачевского. Собственная и идеальная область плоскости Лобачевского. Плоскость де Ситтера. Модель Пуанкаре в круге и на полуплоскости . Конформная модель плоскости де Ситтера

Тема 5. Движения плоскости Лобачевского.

Устный опрос , примерные вопросы:

Классификация движений плоскости Лобачевского. Группа Ли движений плоскости Лобачевского. Однопараметрические подгруппы. Инфинитезимальные движения.

Тема 6. Тригонометрия плоскости Лобачевского. Сферическая тригонометрия.

Устный опрос , примерные вопросы:

Теоремы синусов, косинусов. Двойственные теоремы косинусов в эллиптической и гиперболической геометриях. Метрические соотношения на плоскости Лобачевского.Взаимосвязи между теоремами в двумерных пространствах постоянной кривизны.

Тема 7. Пространства постоянной кривизны. Вложение их в плоские пространства.

Устный опрос , примерные вопросы:

Псевдосфера и её аналоги. Поверхности вращения постоянной кривизны. Двумерные пространства постоянной кривизны. Вложение их в плоские пространства. Работы Гильберта, Бибербаха, Блануши, Громова, Сабитова.

Тема 8. Уравнение sin-Гордона и sinh-Гордона и асимптотические линии на поверхностях постоянной кривизны.

Устный опрос , примерные вопросы:

Вычисление площадей фигур в конформной модели. Чебышёвскиесети. Площади сетевых многоугольников. Площадь треугольника и многоугольника. Ограниченность площадиn-угольника.Угол между асимптотическими на поверхностях постоянной кривизны как решение гиперболического дифференциального уравнения в частных производных.

Тема 9. Трехмерное пространство Лобачевского.

Устный опрос , примерные вопросы:

Трехмерное пространство Лобачевского. Простейшие поверхности постоянной кривизны в трёхмерном пространстве Лобачевского. Внутренняя геометрия орисферы, сферы, эквидистантной поверхности в пространстве Лобачевского. Эквидистантный цилиндр. Линейчатые поверхности.

Итоговая форма контроля

зачет

Примерные вопросы к зачету:

1. Псевдоевклидово пространство.

2. Геометрия на сферах евклидова и псевдоевклидова пространств.
3. Плоскость Лобачевского.
4. Проективная и конформная модели плоскости Лобачевского.
5. Движения плоскости Лобачевского.
6. Тригонометрия плоскости Лобачевского.
7. Сферическая тригонометрия.
8. Пространства постоянной кривизны. Вложение их в плоские пространства.
9. Площади фигур на плоскости Лобачевского..
10. Трехмерное пространство Лобачевского.
11. Чебышёвские сети. Площади сетевых многоугольников.

7.1. Основная литература:

1. Франгулов, С.А. Сборник задач по геометрии [Электронный ресурс] : учебное пособие / С.А. Франгулов, П.И. Совертков, А.А. Фадеева, Т.Г. Ходот. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2014. - 256 с. - URL: https://e.lanbook.com/reader/book/41018/#1

2. Арнольд, В.И. Геометрические методы в теории обыкновенных дифференциальных уравнений [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.И. Арнольд. - Электрон. дан. - Москва : МЦНМО, 2012. - 384 с. - URL: https://e.lanbook.com/reader/book/56388/#2

3. Шафаревич, И.Р. Линейная алгебра и геометрия [Электронный ресурс] : учебное пособие / И.Р. Шафаревич, А.О. Ремизов. - Электрон. дан. - Москва : Физматлит, 2009. - 512 с. - URL: https://e.lanbook.com/reader/book/2306/#1

7.2. Дополнительная литература:

1. Ефимов, Н.В. Высшая геометрия [Электронный ресурс] : учеб. пособие - Электрон. дан. - Москва : Физматлит, 2003. - 584 с. - URL: https://e.lanbook.com/reader/book/2143/#5

2. Розенфельд, Б.А. Геометрия групп Ли. Симметрические, параболические и периодические пространства [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Б.А. Розенфельд, М.П. Замаховский. - Электрон. дан. - Москва : МЦНМО, 2003. - 560 с. - URL: https://e.lanbook.com/reader/book/9406/#2

3. Бутузов, В.Ф. Планиметрия. Пособие для углубленного изучения математики [Электронный ресурс] : учебное пособие / В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев, Э.Г. Позняк, С.А. Шестаков. - Электрон. дан. - Москва : Физматлит, 2005. - 488 с. - URL: https://e.lanbook.com/reader/book/2724/#1

4. Желобенко, Д.П. Компактные группы Ли и их представления [Электронный ресурс] : учебное пособие / Д.П. Желобенко. - Электрон. дан. - Москва : МЦНМО, 2007. - 552 с. - URL: https://e.lanbook.com/reader/book/9335/#2

5. Сачков Ю.Л. Управляемость и симметрии инвариантных систем на группах Ли и однородных пространствах. - М.: Физматлит, 2007. - 224 с. - URL: https://e.lanbook.com/reader/book/2756/#1

6. Маргулис Г.А. Дискретные подгруппы полупростых групп Ли. - М.: МЦНМО (Московский центр непрерывного математического образования), 2007. - 464 с. URL: https://e.lanbook.com/reader/book/9369/#2

7.3. Интернет-ресурсы:

Бесплатный ресурс для студентов - http://math24.ru/calculus-list.html

Единая коллекция цифровых образовательных ресурсов - http://edu.ru/

Образовательный математический сайт - http://www.exponenta.ru/

Учебные материалы - http://www.4tivo.com/education/

Учебные пособия - http://kpfu.ru/main_page?p_sub=14502

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Группы Ли и геометрия Лобачевского" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB,audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудованием имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань" , доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Освоение данной дисциплины предполагает использование следующего материально-технического обеспечения: проектор, экран и интерактивная трибуна.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 44.03.05 "Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)" и профилю подготовки Математика и физика .

Автор(ы):
Анисимова Т.И. _____
Кожевникова Лариса Михайловна _____
"__" _____ 201 __ г.

Рецензент(ы):
Миронов А.Н. _____
"__" _____ 201 __ г.