

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Факультет математики и естественных наук



УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по образовательной деятельности КФУ  
Проф. Д.А. Гаурский

» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

подписано электронно-цифровой подписью

**Программа дисциплины**  
Числовые системы Б1.В.ОД.15

Направление подготовки: 44.03.05 - Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профиль подготовки: Математика и физика

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Гильмуллин М.Ф.

**Рецензент(ы):**

Костин А.В.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Анисимова Т. И.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Елабужского института КФУ (Факультет математики и естественных наук):

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No 1016739818

Казань  
2018

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Гильмуллин М.Ф. Кафедра математики и прикладной информатики Факультет математики и естественных наук , MFGilmullin@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Курс направлен на формирование математической культуры, необходимой будущему учителю для глубокого понимания теоретических основ числовых систем; формирование систематизированных знаний в области высшей алгебры и ее методов.

При этом необходимо:

- изложить основные понятия и теоремы числовых систем, подчеркнув при этом особенности и специфику применения в обучении математике;
- выработать у студентов умение проводить анализ прикладных задач и использовать для их решения известные математические методы;
- развить у студентов математическую интуицию, повысить уровень их математической эрудиции и культуры;
- развить у студентов навыки самостоятельной работы с литературой по высшей алгебре и её приложениям.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б1.В.ОД.15 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) и относится к обязательным дисциплинам. Осваивается на 3 курсе, 6 семестр.

К исходным требованиям, необходимым для изучения дисциплины 'Числовые системы', относятся знания, умения и виды деятельности, сформированные в процессе изучения предметов 'Математика', 'Информатика' на предыдущем уровне образования.

Освоение дисциплины является необходимой основой для последующего изучения модулей и дисциплин вариативной части профессионального цикла и курсов по выбору, в том числе 'Методики обучения математике'.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

| Шифр компетенции                        | Расшифровка приобретаемой компетенции   |
|---|---|
| ОПК-1<br>(профессиональные компетенции) | готов сознать социальную значимость своей будущей профессии, обладать мотивацией к осуществлению профессиональной деятельности  |
| ПК-4<br>(профессиональные компетенции)  | способен использовать возможности образовательной среды для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемых учебных предметов |

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

аксиоматики систем натуральных, целых, рациональных, действительных, комплексных чисел; идею расширения числовых систем, их непротиворечивость и категоричность;

2. должен уметь:

проводить исследование свойств числовых систем;  
использовать понятия операции, отношения, алгебраической системы, упорядоченной системы, аксиоматической теории;

3. должен владеть:

основными понятиями числовых систем, используемыми в школьном курсе математики и информатики.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

применять результаты освоения дисциплины в профессиональной деятельности.

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных(ые) единиц(ы) 72 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 6 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

| N  | Раздел<br>Дисциплины/<br>Модуля      | Семестр | Неделя<br>семестра | Виды и часы<br>аудиторной работы,<br>их трудоемкость<br>(в часах) |                         |                        | Текущие формы<br>контроля |
|----|--------------------------------------|---------|--------------------|---|-------------------------|------------------------|---------------------------|
|    |                                      |         |                    | Лекции  | Практические<br>занятия | Лабораторные<br>работы |                           |
| 1. | Тема 1. Система натуральных чисел    | 6       |                    | 6   | 2                       | 0                      | Устный опрос              |
| 2. | Тема 2. Система целых чисел          | 6       |                    | 4   | 2                       | 0                      | Устный опрос              |
| 3. | Тема 3. Система рациональных чисел   | 6       |                    | 4   | 2                       | 0                      | Устный опрос              |
| 4. | Тема 4. Система действительных чисел | 6       |                    | 6   | 4                       | 0                      | Устный опрос              |
| 5. | Тема 5. Алгебра комплексных чисел    | 6       |                    | 4   | 2                       | 0                      | Устный опрос              |
| 6. | Тема 6. Линейные алгебры             | 6       |                    | 6   | 2                       | 0                      | Письменная работа         |
|    | Тема . Итоговая форма контроля       | 6       |                    | 0   | 0                       | 0                      | Зачет                     |
|    | Итого                                |         |                    | 30  | 14                      | 0                      |                           |

## **4.2 Содержание дисциплины**

### **Тема 1. Система натуральных чисел**

#### ***лекционное занятие (6 часа(ов)):***

Аксиоматические теории. Формулировка, непротиворечивость, независимость, полнота, категоричность. Аксиоматическая теория натуральных чисел. Аксиомы Пеано и простейшие следствия из них. Свойства сложения и умножения. Полукольцо натуральных чисел. Отношение порядка. Категоричность аксиоматической теории натуральных чисел. Вычитание и деление натуральных чисел. Понятие о формальной теории натуральных чисел. Проблемы непротиворечивости арифметики натуральных чисел. Принципы расширения алгебраической системы и алгебры.

#### ***практическое занятие (2 часа(ов)):***

Аксиоматическая теория натуральных чисел. Аксиомы Пеано и простейшие следствия из них. Свойства сложения и умножения. Полукольцо натуральных чисел. Отношение порядка. Категоричность аксиоматической теории натуральных чисел. Вычитание и деление натуральных чисел.

### **Тема 2. Система целых чисел**

#### ***лекционное занятие (4 часа(ов)):***

Аксиоматическая теория целых чисел. Представимость целого числа в виде разности двух натуральных чисел. Упорядоченность кольца целых чисел. Модель аксиоматической теории целых чисел. Непротиворечивость и категоричность аксиоматической теории целых чисел.

#### ***практическое занятие (2 часа(ов)):***

Представимость целого числа в виде разности двух натуральных чисел. Упорядоченность кольца целых чисел. Модель аксиоматической теории целых чисел. Непротиворечивость и категоричность аксиоматической теории целых чисел.

### **Тема 3. Система рациональных чисел**

#### ***лекционное занятие (4 часа(ов)):***

Аксиоматическая теория рациональных чисел. Представимость рационального числа в виде частного двух целых чисел. Упорядоченность поля рациональных чисел. Модель аксиоматической теории рациональных чисел. Непротиворечивость и категоричность аксиоматической теории рациональных чисел.

#### ***практическое занятие (2 часа(ов)):***

Представимость рационального числа в виде частного двух целых чисел. Упорядоченность поля рациональных чисел. Модель аксиоматической теории рациональных чисел. Непротиворечивость и категоричность аксиоматической теории рациональных чисел.

### **Тема 4. Система действительных чисел**

#### ***лекционное занятие (6 часа(ов)):***

Последовательности в линейно упорядоченных полях. Фундаментальность, сходимость, ограниченность, эквивалентность последовательностей и их свойства. Аксиоматическая теория действительных чисел. Построение поля действительных чисел. Представимость действительного числа в виде предела последовательности рациональных чисел. Существование корня из положительного числа в поле действительных чисел. Представимость действительного числа систематической дробью. Непрерывность поля действительных чисел. Категоричность. Модель аксиоматической теории действительных чисел.

#### ***практическое занятие (4 часа(ов)):***

Построение поля действительных чисел. Представимость действительного числа в виде предела последовательности рациональных чисел. Существование корня из положительного числа в поле действительных чисел. Представимость действительного числа систематической дробью. Непрерывность поля действительных чисел. Категоричность. Модель аксиоматической теории действительных чисел.

### **Тема 5. Алгебра комплексных чисел**

#### ***лекционное занятие (4 часа(ов)):***

Аксиоматическая теория комплексных чисел. Представимость комплексного числа в алгебраической форме. Упорядоченность аддитивной группы кольца комплексных чисел и невозможность линейного упорядочения поля комплексных чисел. Категоричность. Модель аксиоматической теории комплексных чисел.

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Представимость комплексного числа в алгебраической форме. Упорядоченность аддитивной группы кольца комплексных чисел и невозможность линейного упорядочения поля комплексных чисел. Категоричность. Модель аксиоматической теории комплексных чисел.

**Тема 6. Линейные алгебры**

**лекционное занятие (6 часа(ов)):**

Линейные алгебры конечного ранга над полем. Алгебры с делением. Гиперкомплексные системы. Отсутствие гиперкомплексных систем ранга три. Тело кватернионов - линейная алгебра с делением ранга 4 над полем действительных чисел. Теорема Фробениуса.

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Линейные алгебры конечного ранга над полем. Алгебры с делением. Гиперкомплексные системы. Отсутствие гиперкомплексных систем ранга три. Тело кватернионов - линейная алгебра с делением ранга 4 над полем действительных чисел. Теорема Фробениуса.

**4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**

| N  | Раздел Дисциплины                    | Семестр | Неделя семестра | Виды самостоятельной работы студентов | Трудоемкость (в часах) | Формы контроля самостоятельной работы |
|----|--------------------------------------|---------|-----------------|---------------------------------------|------------------------|---------------------------------------|
| 1. | Тема 1. Система натуральных чисел    | 6       |                 | подготовка к устному опросу           | 4                      | Устный опрос                          |
| 2. | Тема 2. Система целых чисел          | 6       |                 | подготовка к устному опросу           | 4                      | Устный опрос                          |
| 3. | Тема 3. Система рациональных чисел   | 6       |                 | подготовка к устному опросу           | 4                      | Устный опрос                          |
| 4. | Тема 4. Система действительных чисел | 6       |                 | подготовка к устному опросу           | 6                      | Устный опрос                          |
| 5. | Тема 5. Алгебра комплексных чисел    | 6       |                 | подготовка к устному опросу           | 4                      | Устный опрос                          |
| 6. | Тема 6. Линейные алгебры             | 6       |                 | подготовка к письменной работе        | 6                      | Письменная работа                     |
|    | Итого                                |         |                 |                                       | 28                     |                                       |

**5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения**

В преподавании дисциплины используются следующие образовательные технологии:

Информационные технологии - обучение в электронной образовательной среде с целью расширения доступа к образовательным ресурсам (теоретически к неограниченному объему и скорости доступа), увеличения контактного взаимодействия с преподавателем, построения индивидуальных траекторий подготовки и объективного контроля и мониторинга знаний студентов.

Проблемное обучение - стимулирование студентов к самостоятельному приобретению знаний, необходимых для решения конкретной проблемы.

Контекстное обучение - мотивация студентов к усвоению знаний путем выявления связей между конкретным знанием и его применением.

Междисциплинарное обучение - использование знаний из разных областей, их группировка и концентрация в контексте решаемой задачи.

Опережающая самостоятельная работа - изучение студентами нового материала до его изучения в ходе аудиторных занятий.

## **6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов**

### **Тема 1. Система натуральных чисел**

Устный опрос , примерные вопросы:

Аксиоматические теории. Формулировка, непротиворечивость, независимость, полнота, категоричность. Аксиоматическая теория натуральных чисел. Аксиомы Пеано и простейшие следствия из них. Свойства сложения и умножения. Полукольцо натуральных чисел. Отношение порядка. Категоричность аксиоматической теории натуральных чисел. Вычитание и деление натуральных чисел. Понятие о формальной теории натуральных чисел. Проблемы непротиворечивости арифметики натуральных чисел. Принципы расширения алгебраической системы и алгебры.

### **Тема 2. Система целых чисел**

Устный опрос , примерные вопросы:

Аксиоматическая теория целых чисел. Представимость целого числа в виде разности двух натуральных чисел. Упорядоченность кольца целых чисел. Модель аксиоматической теории целых чисел. Непротиворечивость и категоричность аксиоматической теории целых чисел.

### **Тема 3. Система рациональных чисел**

Устный опрос , примерные вопросы:

Аксиоматическая теория рациональных чисел. Представимость рационального числа в виде частного двух целых чисел. Упорядоченность поля рациональных чисел. Модель аксиоматической теории рациональных чисел. Непротиворечивость и категоричность аксиоматической теории рациональных чисел.

### **Тема 4. Система действительных чисел**

Устный опрос , примерные вопросы:

Последовательности в линейно упорядоченных полях. Фундаментальность, сходимость, ограниченность, эквивалентность последовательностей и их свойства. Аксиоматическая теория действительных чисел. Построение поля действительных чисел. Представимость действительного числа в виде предела последовательности рациональных чисел. Существование корня из положительного числа в поле действительных чисел. Представимость действительного числа систематической дробью. Непрерывность поля действительных чисел. Категоричность. Модель аксиоматической теории действительных чисел.

### **Тема 5. Алгебра комплексных чисел**

Устный опрос , примерные вопросы:

Аксиоматическая теория комплексных чисел. Представимость комплексного числа в алгебраической форме. Упорядоченность аддитивной группы кольца комплексных чисел и невозможность линейного упорядочения поля комплексных чисел. Категоричность. Модель аксиоматической теории комплексных чисел.

### **Тема 6. Линейные алгебры**

Письменная работа , примерные вопросы:

Примерные задания для контрольной работы 1. Является ли кольцом (полем) заданная система с операциями? 2. Доказать, что для любых натуральных чисел имеет место предложенное выражение. 3. При каких значениях фиксированных чисел заданная бинарная операция: а) ассоциативна, б) коммутативна, в) имеет нейтральный элемент? 4. Доказать, что заданное выражение является изоморфизмом.

### **Итоговая форма контроля**

зачет

Примерные вопросы к зачету:

1. Аксиоматические теории.
2. Аксиомы Пеано.
3. Сложение натуральных чисел.
4. Умножение натуральных чисел.
5. Отношение порядка на множестве натуральных чисел.
6. Независимость аксиом Пеано.
7. Категоричность аксиоматической теории натуральных чисел.
8. Упорядоченные группы и кольца.
9. Формулировка аксиоматической теории целых чисел.
10. Свойства целых чисел.
11. Категоричность аксиоматической теории целых чисел.
12. Непротиворечивость аксиоматической теории целых чисел.
13. Формулировка аксиоматической теории рациональных чисел.
14. Свойства рациональных чисел.
15. Категоричность аксиоматической теории рациональных чисел.
16. Непротиворечивость аксиоматической теории рациональных чисел.
17. Последовательности элементов линейно упорядоченного поля.
18. Свойства последовательностей элементов линейно упорядоченного поля.
19. Свойства последовательностей архимедовски линейно упорядоченного поля.
20. Формулировка аксиоматической теории действительных чисел.
21. Свойства действительных чисел.
22. Категоричность аксиоматической теории действительных чисел.
23. Непротиворечивость аксиоматической теории действительных чисел.
24. Формулировка аксиоматической теории комплексных чисел.
25. Свойства комплексных чисел.
26. Категоричность аксиоматической теории комплексных чисел.
27. Непротиворечивость аксиоматической теории комплексных чисел.
28. Тело кватернионов.

### 7.1. Основная литература:

1. Курош, А.Г. Курс высшей алгебры [Электронный ресурс] : учебник / А.Г. Курош. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2013. - 432 с. - URL: <https://e.lanbook.com/reader/book/30198/#2>
2. Ляпин, Е.С. Курс высшей алгебры [Электронный ресурс] : учебник / Е.С. Ляпин. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2009. - 368 с. - URL: <https://e.lanbook.com/reader/book/246/#2>
3. Окунев, Л.Я. Сборник задач по высшей алгебре [Электронный ресурс] : учебное пособие / Л.Я. Окунев. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2009. - 192 с. - URL: <https://e.lanbook.com/reader/book/290/#4>

### 7.2. Дополнительная литература:

1. Практические занятия по алгебре. Комплексные числа, многочлены [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Ю.В. Волков [и др.]. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2014. - 192 с. - URL: <https://e.lanbook.com/reader/book/51935/#3>
2. Смолин Ю. Н. Алгебра и теория чисел [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Ю. Н. Смолин. - 4-е изд., стер. - М. : ФЛИНТА : Наука, 2012. - 464 с. - URL: <http://znanium.com/bookread2.php?book=456995>



3. Крылов, П. А. Упражнения по группам, кольцам и полям [Электронный ресурс] : учеб. пособие / П. А. Крылов, А. А. Туганбаев, А. Р. Чехлов. - М. : Флинта, 2012. - 212 с. - URL: <http://znanium.com/bookread2.php?book=457086>

### **7.3. Интернет-ресурсы:**

Бесплатный ресурс для студентов - <http://math24.ru/calculus-list.html>

Единое окно доступа к образовательным ресурсам - <http://edu.ru/>

Образовательный математический сайт - <http://www.exponenta.ru/>

Учебные материалы - <http://math.fizteh.ru/study/>

Учебные пособия - [http://kpfu.ru/main\\_page?p\\_sub=14502](http://kpfu.ru/main_page?p_sub=14502)

### **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)**

Освоение дисциплины "Числовые системы" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB, audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудование имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Освоение данной дисциплины предполагает использование следующего материально-технического обеспечения: проектор, экран и интерактивная трибуна.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 44.03.05 "Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)" и профилю подготовки Математика и физика .

Автор(ы):

Гильмуллин М.Ф. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Костин А.В. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.