

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Факультет математики и естественных наук



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ

Проф. Таюрский Д.А.



\_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

*подписано электронно-цифровой подписью*

**Программа дисциплины**  
Комплексный анализ Б1.В.ОД.8

Направление подготовки: 02.03.01 - Математика и компьютерные науки

Профиль подготовки: Математическое и компьютерное моделирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Миронова Ю.Н.

**Рецензент(ы):**

Миронов А.Н.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Анисимова Т. И.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Елабужского института КФУ (Факультет математики и естественных наук):

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No 1016711518

Казань  
2018

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (профессор) Миронова Ю.Н. Кафедра математики и прикладной информатики Факультет математики и естественных наук , JNMironova@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Курс предусматривает формирование систематических знаний о методах теории функций комплексного переменного (ТФКП), расширение на комплексную область основных понятий, используемых в действительном анализе: функция, предел, непрерывность, дифференцируемость, интегрируемость.

При этом необходимо:

- изложить основные понятия и теоремы теории функций комплексной переменной, подчеркнув при этом особенности и специфику применения ТФКП в механике, физике и т. д.;
- выработать у студентов умение проводить анализ математических задач и использовать для их решения методы ТФКП;
- развить у студентов математическую интуицию, повысить уровень их математической эрудиции и культуры;
- развить у студентов навыки самостоятельной работы с литературой по математике и ее приложениям.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б1.В.ОД.8 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 02.03.01 Математика и компьютерные науки и относится к обязательным дисциплинам. Осваивается на 4 курсе, 7 семестр.

Для освоения дисциплины 'Комплексный анализ' используются знания, умения, навыки, способы деятельности и установки, полученные и сформированные в ходе изучения дисциплин 'Математический анализ', 'Алгебра', 'Геометрия'.

Освоение данной дисциплины является необходимой основой для последующего изучения курсов по выбору студентов.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОПК-1 (профессиональные компетенции)	готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности
ПК-1 (профессиональные компетенции)	способностью к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области
ПК-11 (профессиональные компетенции)	способностью к проведению методических и экспертных работ в области математики

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-2 (профессиональные компетенции)	способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики
ПК-3 (профессиональные компетенции)	способностью строго доказывать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

- основные понятия теории функций комплексного переменного;
- основные факты (теоремы, свойства) теории функций комплексного переменного;
- основные методы решения задач по теории функций комплексного переменного;
- современные направления развития теории функций комплексного переменного.

2. должен уметь:

- используя определения и теоремы, проводить исследования, связанные с основными понятиями курса;
- находить образы кривых, областей при конформных отображениях элементарными функциями, исследовать на аналитичность;
- вычислять пределы, производные, интегралы, логарифмы, степени в комплексной области, строить простейшие конформные отображения

3. должен владеть:

- основными положениями классических разделов теории функций комплексного переменного,
- базовыми понятиями и методами теории функций комплексного переменного;
- основными понятиями школьного курса математики, связанными с теорией функций комплексного переменного (профильный уровень).

4. должен демонстрировать способность и готовность:

- применять результаты освоения дисциплины в профессиональной деятельности

#### **4. Структура и содержание дисциплины/ модуля**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных(ые) единиц(ы) 144 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины экзамен в 7 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### **4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю**

##### **Тематический план дисциплины/модуля**

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Плоскость комплексных чисел. Дифференцирование функций комплексной переменной.	7		8	6	0	Устный опрос
2.	Тема 2. Элементарные функции.	7		8	8	0	Тестирование
3.	Тема 3. Интегральное исчисление функций комплексной переменной	7		6	6	0	Устный опрос
4.	Тема 4. Ряды. Изолированные особые точки. Вычеты.	7		6	6	0	Устный опрос
	Тема . Итоговая форма контроля	7		0	0	0	Экзамен
	Итого			28	26	0	

#### 4.2 Содержание дисциплины

##### **Тема 1. Плоскость комплексных чисел. Дифференцирование функций комплексной переменной.**

###### **лекционное занятие (8 часа(ов)):**

Геометрическая интерпретация поля комплексных чисел. Расширенная комплексная плоскость стереографическая проекция. Функции комплексной переменной, пределы, непрерывность, равномерная непрерывность. Последовательности и ряды функций. Производная, условия дифференцируемости. Понятие аналитической функции. Гармонические функции. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Конформное отображение. Области однолиственности.

###### **практическое занятие (6 часа(ов)):**

Геометрическая интерпретация поля комплексных чисел.

##### **Тема 2. Элементарные функции.**

###### **лекционное занятие (8 часа(ов)):**

Линейная, дробно-линейная, степенная с натуральным показателем, показательная, логарифмическая функции. Степень с произвольным показателем. Тригонометрические и обратные тригонометрические функции.

###### **практическое занятие (8 часа(ов)):**

Линейная, дробно-линейная, степенная с натуральным показателем, показательная, логарифмическая функции.

##### **Тема 3. Интегральное исчисление функций комплексной переменной**

###### **лекционное занятие (6 часа(ов)):**

Определение интеграла. Теорема Коши. Формула Коши. Первообразная и интеграл. Интегральное определение логарифма.

###### **практическое занятие (6 часа(ов)):**

Теорема Коши. Формула Коши.

##### **Тема 4. Ряды. Изолированные особые точки. Вычеты.**

###### **лекционное занятие (6 часа(ов)):**

Разложение аналитической функции в ряд Тейлора. Теорема Лиувилля, основная теорема алгебры. Нули аналитической функции. Теорема единственности. Задача аналитического продолжения. Элементарные функции как аналитические продолжения с действительной оси. Ряд Лорана, классификация изолированных особых точек. Целые и мероморфные функции. Вычисление вычетов. Теорема о вычетах. Применение вычетов к вычислению интегралов.

**практическое занятие (6 часа(ов)):**

Разложение аналитической функции в ряд Тейлора. Нули аналитической функции.

**4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Плоскость комплексных чисел. Дифференцирование функций комплексной переменной.	7		подготовка к устному опросу	14	Устный опрос
2.	Тема 2. Элементарные функции.	7		подготовка к устному опросу	12	Устный опрос
3.	Тема 3. Интегральное исчисление функций комплексной переменной	7		подготовка к устному опросу	14	Устный опрос
4.	Тема 4. Ряды. Изолированные особые точки. Вычеты.	7		подготовка к устному опросу	14	Устный опрос
	Итого				54	

**5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения**

В преподавании дисциплины используются следующие образовательные технологии:

Информационные технологии - обучение в электронной образовательной среде с целью расширения доступа к образовательным ресурсам (теоретически к неограниченному объему и скорости доступа), увеличения контактного взаимодействия с преподавателем, построения индивидуальных траекторий подготовки и объективного контроля и мониторинга знаний студентов.

Проблемное обучение - стимулирование студентов к самостоятельному приобретению знаний, необходимых для решения конкретной проблемы.

Контекстное обучение - мотивация студентов к усвоению знаний путем выявления связей между конкретным знанием и его применением.

Междисциплинарное обучение - использование знаний из разных областей, их группировка и концентрация в контексте решаемой задачи.

Опережающая самостоятельная работа - изучение студентами нового материала до его изучения в ходе аудиторных занятий.

**6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов**

**Тема 1. Плоскость комплексных чисел. Дифференцирование функций комплексной переменной.**

Устный опрос , примерные вопросы:

1. Геометрическая интерпретация поля комплексных чисел. 2. Расширенная комплексная плоскость стереографическая проекция. 3. Функции комплексной переменной, пределы, непрерывность, равномерная непрерывность. 4. Последовательности и ряды функций. 5. Производная, условия дифференцируемости. 6. Понятие аналитической функции. 7. Гармонические функции. 8. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. 9. Конформное отображение. 10. Области однолиственности.

### **Тема 2. Элементарные функции.**

Устный опрос , примерные вопросы:

1. Вычислить модуль и главные значения аргументов чисел: а)  $1+i$ ; б)  $-1+i$ ; в)  $1-i$ ; д)  $-1-i$ . 2. Вычислить предел последовательности  $\{z_n\}$ : а)  $z_n = n/(2n+3) + i(n/(n+1))$ ; б)  $z_n = (1-ni)/(1+ni)$ . 3. Какая кривая на плоскости задается уравнением:  $|z-i| + |z+i| = 3$ ;  $|z-i| - |z+i| = 3$ . 4. Найти образ прямой  $x=c$ , при отображении, осуществляемом функцией  $w=1/z$ , и установить образ полосы  $1 \leq x \leq 2$ ,  $y$  из  $\mathbb{R}$ . 5. Найти образ прямой  $x=c$ , при отображении, осуществляемом функцией  $w=1/z$ , и установить образ полосы  $3 \leq x \leq 7$ ,  $y$  из  $\mathbb{R}$ . 6. Найти образ круга  $|z| < 3$  при отображении  $w=1/z$ . 7. Найти образ круга  $|z| < 3$  при отображении  $w=(z-3)/z$ . 8. Исследовать на непрерывность функции:  $w=1/z$ . 9. Исследовать на непрерывность функции:  $w=z \operatorname{Re} z$ . 10. Вычислить  $f'(0)$ , если  $f(z) = 1/(1-z)$ . 11. Вычислить  $f'(0)$ , если  $f(z) = (z-1)/(z+1)$ .

### **Тема 3. Интегральное исчисление функций комплексной переменной**

Устный опрос , примерные вопросы:

1. Операции над комплексными числами. 2. Производная и дифференциал. 3. Разложение функции в степенной ряд. 4. Теорема о единственности. 5. Особые точки аналитической функции. 6. Ряд Лорана. 7. Классификация изолированных особых точек. 8. Основная теорема о вычетах. 9. Вычисление вычетов. 10. Применение теории вычетов к вычислению интегралов.

### **Тема 4. Ряды. Изолированные особые точки. Вычеты.**

Устный опрос , примерные вопросы:

1. Разложение аналитической функции в ряд Тейлора. 2. Теорема Лиувилля, основная теорема алгебры. 3. Нули аналитической функции. 4. Теорема единственности. 5. Задача аналитического продолжения. 6. Элементарные функции как аналитические продолжения с действительной оси. 7. Ряд Лорана, классификация изолированных особых точек. 8. Целые и мероморфные функции. 9. Вычисление вычетов. 10. Теорема о вычетах. 11. Применение вычетов к вычислению интегралов.

### **Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к экзамену:

Вопросы к экзамену

1. Операции над комплексными числами.
2. Предел и непрерывность.
3. Производная и дифференциал.
4. Аналитические функции.
5. Конформные отображения.
6. Линейная функция.
7. Дробно-линейная функция.
8. Показательная функция.
9. Степень в комплексной области.
10. Логарифмическая функция.
11. Тригонометрические функции.
12. Интеграл функции комплексной переменной.
13. Интегральная теорема Коши.
14. Первообразная и интеграл.
15. Интегральная формула Коши.

16. Функциональные ряды.
17. Степенные ряды.
18. Разложение функции в степенной ряд.
19. Теорема о единственности.
20. Понятие об аналитическом продолжении.
21. Особые точки аналитической функции.
22. Ряд Лорана.
23. Классификация изолированных особых точек.
24. Основная теорема о вычетах.
25. Вычисление вычетов.
26. Применение теории вычетов к вычислению интегралов.

### 7.1. Основная литература:

1. Натансон С.М. Курс комплексного анализа [Электронный ресурс] : учебное пособие. - М.: МЦНМО (Московский центр непрерывного математического образования), 2012. - 48 с. URL: <http://e.lanbook.com/view/book/56409/>
2. Львовский С.М. Лекции по комплексному анализу [Электронный ресурс] : учебное пособие. - М.: МЦНМО (Московский центр непрерывного математического образования), 2009. - 136 с. URL: <http://e.lanbook.com/view/book/9365/>
3. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. - СПб: Лань, 2009. - 432 с. URL: <http://e.lanbook.com/view/book/322/>
4. Теория функций комплексного переменного/Половинкин Е.С. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 272 с. URL: <http://znanium.com/bookread2.php?book=487040>

### 7.2. Дополнительная литература:

1. Краснов М.Л. Функции комплексного переменного: Задачи и примеры с подробными решениями. - 6-е изд. - М.: 'ЛИБРОКОМ', 2012. - 280с. - (Вся высшая математика в задачах). (6 экз.)
2. Миронов А.Н., Миронова Ю.Н. Теория функций комплексной переменной: учебное пособие / А.Н. Миронов, Ю.Н. Миронова. - Елабуга: Изд-во ЕГПУ, 2007. - 143 с. (20 экз.)
3. Миронов Н.П., Миронова Л.Б. Задачник-практикум по теории функций комплексной переменной. Часть I: учебное пособие / Н.П. Миронов, Л.Б. Миронова. - Елабуга: Изд-во ЕГПУ, 2008. - 33 с. (20 экз.)
4. Миронова Л.Б., Миронова Ю.Н. Задачник-практикум по теории функций комплексной переменной: Часть II: учебное пособие / Л.Б. Миронова, Ю.Н. Миронова. - Елабуга: Изд-во ЕГПУ, 2009. - 35 с. (20 экз.)
5. Миронов Н.П., Миронова Л.Б. Практикум по теории функций комплексной переменной. Часть III: учебное пособие / Н.П. Миронов, Л.Б. Миронова. - Елабуга: Изд-во ЕГПУ, 2008. - 26 с. (20 экз.)

### 7.3. Интернет-ресурсы:

- Бесплатный ресурс для студентов - <http://math24.ru/calculus-list.html>  
Интернет-Университет ИНТУИТ - <http://intuit.ru>  
Образовательный математический сайт - <http://www.exponenta.ru/>  
Учебные материалы - <http://math.fizteh.ru/study/>  
Учебные пособия - [http://kpfu.ru/main\\_page?p\\_sub=14502](http://kpfu.ru/main_page?p_sub=14502)

## 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)



Освоение дисциплины "Комплексный анализ" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB, audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудование имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

Компьютерный класс, представляющий собой рабочее место преподавателя и не менее 15 рабочих мест студентов, включающих компьютерный стол, стул, персональный компьютер, лицензионное программное обеспечение. Каждый компьютер имеет широкополосный доступ в сеть Интернет. Все компьютеры подключены к корпоративной компьютерной сети КФУ и находятся в едином домене.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "Консультант студента", доступ к которой предоставлен студентам. Электронная библиотечная система "Консультант студента" предоставляет полнотекстовый доступ к современной учебной литературе по основным дисциплинам, изучаемым в медицинских вузах (представлены издания как чисто медицинского профиля, так и по естественным, точным и общественным наукам). ЭБС предоставляет вузу наиболее полные комплекты необходимой литературы в соответствии с требованиями государственных образовательных стандартов с соблюдением авторских и смежных прав.

Интерактивная трибуна.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 02.03.01 "Математика и компьютерные науки" и профилю подготовки Математическое и компьютерное моделирование .

Автор(ы):

Миронова Ю.Н. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Миронов А.Н. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.