

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Факультет математики и естественных наук



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ

Проф. Д.А. Гаурский

ДЕПАРТАМЕНТ  
ОБРАЗОВАНИЯ  
(ДО КФУ)

» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

подписано электронно-цифровой подписью

**Программа дисциплины**  
Дифференциальные уравнения Б1.Б.19

Направление подготовки: 02.03.01 - Математика и компьютерные науки

Профиль подготовки: Математическое и компьютерное моделирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Миронов А.Н., Миронова Л.Б.

**Рецензент(ы):**

Анисимова Т.И.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Анисимова Т. И.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Елабужского института КФУ (Факультет математики и естественных наук):

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No 1016748418

Казань  
2018

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) профессор, д.н. (доцент) Миронов А.Н. Кафедра математики и прикладной информатики Факультет математики и естественных наук, ANMironov@kpfu.ru; доцент, к.н. (доцент) Миронова Л.Б. Кафедра математики и прикладной информатики Факультет математики и естественных наук, lbmironova@yandex.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

В результате изучения дисциплины студент должен:

знать:

основные понятия теории дифференциальных уравнений, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений;

уметь:

уметь: решать задачи вычислительного и теоретического характера в области дифференциальных уравнений;

владеть:

математическим аппаратом дифференциальных уравнений, методами решения задач и доказательства утверждений в этой области, навыками решения практических задач с помощью дифференциальных уравнений.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел "Б1.Б.19 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 02.03.01 Математика и компьютерные науки и относится к базовой (общепрофессиональной) части. Осваивается на 3 курсе, 5, 6 семестры.

Дисциплина 'Дифференциальные уравнения' входит в базовую часть блока Б1 (Б1.Б.19).

Для ее успешного изучения необходимы знания и умения, приобретенные в результате освоения предшествующих дисциплин: математический анализ, алгебра.

Освоение дисциплины 'Дифференциальные уравнения' необходимо при последующем изучении дисциплин 'Уравнения математической физики', 'Математическое моделирование' и ряда других.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОПК-1 (профессиональные компетенции)	готовность использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности
ПК-1 (профессиональные компетенции)	способность к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области
ПК-2 (профессиональные компетенции)	способность математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-3 (профессиональные компетенции)	способность строго доказывать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

основные понятия теории дифференциальных уравнений, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений;

2. должен уметь:

решать задачи вычислительного и теоретического характера в области дифференциальных уравнений;

3. должен владеть:

математическим аппаратом дифференциальных уравнений, методами решения задач и доказательства утверждений в этой области, навыками решения практических задач с помощью дифференциальных уравнений.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

Применять полученные знания и умения в профессиональной деятельности.

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 8 зачетных(ые) единиц(ы) 288 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 5 семестре; экзамен в 6 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Элементы общей теории обыкновенных дифференциальных уравнений	5	1-9	18	18	0	
2.	Тема 2. Линейные уравнения	5	10-18	18	18	0	
3.	Тема 3. Системы дифференциальных уравнений	6	1-5	10	10	0	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
4.	Тема 4. Теория устойчивости	6	6-14	18	18	0	
5.	Тема 5. Уравнения с частными производными первого порядка	6	15-18	8	8	0	
	Тема . Итоговая форма контроля	5		0	0	0	Зачет
	Тема . Итоговая форма контроля	6		0	0	0	Экзамен
	Итого			72	72	0	

## 4.2 Содержание дисциплины

### Тема 1. Элементы общей теории обыкновенных дифференциальных уравнений

#### **лекционное занятие (18 часа(ов)):**

Основные понятия. Уравнения: с разделяющимися переменными, однородные, линейные первого порядка, в полных дифференциалах. Теорема существования и единственности решения дифференциального уравнения первого порядка. Теоремы существования и единственности для нормальных систем, линейных систем и уравнения  $n$ -го порядка. Особые решения, уравнения, не разрешенные относительно производной, понижение порядка.

#### **практическое занятие (18 часа(ов)):**

Основные понятия. Уравнения: с разделяющимися переменными, однородные, линейные первого порядка, в полных дифференциалах. Теорема существования и единственности решения дифференциального уравнения первого порядка. Теоремы существования и единственности для нормальных систем, линейных систем и уравнения  $n$ -го порядка. Особые решения, уравнения, не разрешенные относительно производной, понижение порядка.

### Тема 2. Линейные уравнения

#### **лекционное занятие (18 часа(ов)):**

Фундаментальная система решений. Определитель Вронского. Формула Остроградского. Неоднородное линейное уравнение. Метод вариации постоянных. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами. Краевые задачи. Функция Грина.

#### **практическое занятие (18 часа(ов)):**

Фундаментальная система решений. Определитель Вронского. Формула Остроградского. Неоднородное линейное уравнение. Метод вариации постоянных. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами. Краевые задачи. Функция Грина.

### Тема 3. Системы дифференциальных уравнений

#### **лекционное занятие (10 часа(ов)):**

Методы решения: сведение к одному дифференциальному уравнению, интегрируемые комбинации, метод Эйлера, метод вариации постоянных. Показательная функция матрицы.

#### **практическое занятие (10 часа(ов)):**

Методы решения: сведение к одному дифференциальному уравнению, интегрируемые комбинации, метод Эйлера, метод вариации постоянных. Показательная функция матрицы.

### Тема 4. Теория устойчивости

#### **лекционное занятие (18 часа(ов)):**

Основные определения. Простейшие типы точек покоя. Функции Ляпунова. Теоремы Ляпунова об устойчивости и асимптотической устойчивости. Теорема Ляпунова о неустойчивости. Теорема Четаева. Исследование на устойчивость по первому приближению. Теорема Гурвица.

**практическое занятие (18 часа(ов)):**

Основные определения. Простейшие типы точек покоя. Функции Ляпунова. Теоремы Ляпунова об устойчивости и асимптотической устойчивости. Теорема Ляпунова о неустойчивости. Теорема Четаева. Исследование на устойчивость по первому приближению. Теорема Гурвица.

**Тема 5. Уравнения с частными производными первого порядка**

**лекционное занятие (8 часа(ов)):**

Задача Коши, построение общих решений линейных и квазилинейных уравнений.

**практическое занятие (8 часа(ов)):**

Задача Коши, построение общих решений линейных и квазилинейных уравнений.

**4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Элементы общей теории обыкновенных дифференциальных уравнений	5	1-9	Домашняя работа	36	Опрос
2.	Тема 2. Линейные уравнения	5	10-18	Домашняя работа	36	Опрос
3.	Тема 3. Системы дифференциальных уравнений	6	1-5	Домашняя работа	12	Опрос
4.	Тема 4. Теория устойчивости	6	6-14	Домашняя работа	12	Опрос
5.	Тема 5. Уравнения с частными производными первого порядка	6	15-18	Домашняя работа	12	Опрос
	Итого				108	

**5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения**

В преподавании дисциплины используются следующие образовательные технологии:

Информационные технологии - обучение в электронной образовательной среде с целью расширения доступа к образовательным ресурсам (теоретически к неограниченному объему и скорости доступа), увеличения контактного взаимодействия с преподавателем, построения индивидуальных траекторий подготовки и объективного контроля и мониторинга знаний студентов.

Проблемное обучение - стимулирование студентов к самостоятельному приобретению знаний, необходимых для решения конкретной проблемы.

Контекстное обучение - мотивация студентов к усвоению знаний путем выявления связей между конкретным знанием и его применением.

Междисциплинарное обучение - использование знаний из разных областей, их группировка и концентрация в контексте решаемой задачи.

Опережающая самостоятельная работа - изучение студентами нового материала до его изучения в ходе аудиторных занятий.

## **6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов**

### **Тема 1. Элементы общей теории обыкновенных дифференциальных уравнений**

Опрос, примерные вопросы:

1. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. 2. Обыкновенные дифференциальные уравнения и их решения. Начальные условия. 3. Уравнения с разделяющимися переменными. 4. Однородные уравнения. 5. Линейные уравнения первого порядка. 6. Уравнения в полных дифференциалах. 7. Теорема существования и единственности решения дифференциального уравнения первого порядка. 8. Огибающие и особые решения. 9. Теорема существования и единственности решений для систем и уравнений  $n$ -го порядка. 10. Уравнения первого порядка не разрешенные относительно производной. 11. Уравнения, допускающие понижение порядка.

### **Тема 2. Линейные уравнения**

Опрос, примерные вопросы:

1. Фундаментальные системы решений. Определитель Вронского. 2. Неоднородное линейное уравнение и вид его общего решения. 3. Метод вариации постоянных. 4. Однородные линейные уравнения с постоянными коэффициентами.

### **Тема 3. Системы дифференциальных уравнений**

Опрос, примерные вопросы:

1. Системы линейных дифференциальных уравнений. 2. Системы линейных уравнений с постоянными коэффициентами.

### **Тема 4. Теория устойчивости**

Опрос, примерные вопросы:

1. Основные понятия теории устойчивости. 2. Простейшие типы точек покоя. 3. Теоремы Ляпунова об устойчивости. 4. Теорема Ляпунова о неустойчивости. 5. Теорема Четаева. 6. Теоремы Ляпунова об устойчивости по первому приближению. 7. Теорема Гурвица. 8. Критерий Михайлова.

### **Тема 5. Уравнения с частными производными первого порядка**

Опрос, примерные вопросы:

1. Задача Коши для уравнений с частными производными. 2. Линейное однородное уравнение с частными производными первого порядка. 3. Квазилинейное уравнение с частными производными первого порядка.

### **Итоговая форма контроля**

зачет и экзамен

### **Итоговая форма контроля**

зачет и экзамен

Примерные вопросы к :

Вопросы к зачету

1. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.
2. Обыкновенные дифференциальные уравнения и их решения. Начальные условия.
3. Уравнения с разделяющимися переменными.
4. Однородные уравнения.
5. Линейные уравнения первого порядка.
6. Уравнения в полных дифференциалах.

7. Теорема существования и единственности решения дифференциального уравнения первого порядка.
8. Огибающие и особые решения.
9. Теорема существования и единственности решений для систем и уравнений  $n$ -го порядка
10. Уравнения первого порядка не разрешенные относительно производной.
11. Уравнения, допускающие понижение порядка.

#### Вопросы к экзамену

1. Фундаментальные системы решений. Определитель Вронского.
2. Неоднородное линейное уравнение и вид его общего решения.
3. Метод вариации постоянных.
4. Однородные линейные уравнения с постоянными коэффициентами.
5. Системы линейных дифференциальных уравнений.
6. Системы линейных уравнений с постоянными коэффициентами.
7. Неоднородное линейное уравнение с постоянными коэффициентами.
8. Основные понятия теории устойчивости.
9. Простейшие типы точек покоя.
10. Теоремы Ляпунова об устойчивости.
11. Теорема Ляпунова о неустойчивости.
12. Теорема Четаева.
13. Теоремы Ляпунова об устойчивости по первому приближению.
14. Теорема Гурвица.
15. Критерий Михайлова.
16. Задача Коши для уравнений с частными производными.
17. Линейное однородное уравнение с частными производными первого порядка.
18. Квазилинейное уравнение с частными производными первого порядка.

#### 7.1. Основная литература:

1. Агафонов, С.А. Обыкновенные дифференциальные уравнения : учеб. пособие для студ. вузов / С.А. Агафонов, Т.В. Муратова. - М.: Академия, 2008. - 240с. - (15 экз.).
2. Капцов О.В. Методы интегрирования уравнений с частными производными. - М.: Физматлит, 2009. - 184 с. - URL: <https://e.lanbook.com/reader/book/48203/#1>
3. Пантелеев, А. В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Практический курс [Электронный ресурс] : учеб. пособие с мультимедиа сопровождением / А. В. Пантелеев, А. С. Якимова, К. А. Рыбаков. - М.: Логос, 2010. - 384 с. - URL: <http://znanium.com/bookread2.php?book=469288>

#### 7.2. Дополнительная литература:

1. Туганбаев, А. А. Дифференциальные уравнения [электронный ресурс] : учеб. пособие / А. А. Туганбаев. - 2-е изд., стереотип. - М.: ФЛИНТА, 2011. - 31 с. - URL: <http://znanium.com/bookread2.php?book=454637>
2. Ибрагимов, Н.Х. Практический курс дифференциальных уравнений и математического моделирования. Классические и новые методы. Нелинейные математические модели. Симметрия и принципы инвариантности. - М.: Физматлит, 2012. - 332 с. - URL: <https://e.lanbook.com/reader/book/5268/#1>
3. Ильин, А.М. Уравнения математической физики [электронный ресурс]: учеб. пособие. - М.: Физматлит, 2009. - 192 с. - URL: <https://e.lanbook.com/reader/book/2181/#1>

#### 7.3. Интернет-ресурсы:



Бесплатный ресурс для студентов - <http://math24.ru/calculus-list.html>

Мир математических уравнений - <http://eqworld.ipmnet.ru/indexr.htm>

Образовательный математический сайт Exponenta.ru - <http://www.exponenta.ru/>

Общероссийский математический портал - <http://www.mathnet.ru/>

Учебные материалы - <http://math.fizteh.ru/study/>

## **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)**

Освоение дисциплины "Дифференциальные уравнения" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB, audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудование имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB, audi, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудование имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 02.03.01 "Математика и компьютерные науки" и профилю подготовки Математическое и компьютерное моделирование .

Автор(ы):

Мионов А.Н. \_\_\_\_\_

Мионова Л.Б. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Анисимова Т.И. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.