

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Факультет математики и естественных наук



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ

Проф. Д.А. Гаурский

ДЕПАРТАМЕНТ
МАТЕМАТИКИ И
ЕСТЕСТВЕННЫХ
НАУК
(ДО КФУ)

» _____ 20__ г.

подписано электронно-цифровой подписью

Программа дисциплины
Алгебра Б1.Б.11

Направление подготовки: 02.03.01 - Математика и компьютерные науки

Профиль подготовки: Математическое и компьютерное моделирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Автор(ы):

Гильмуллин М.Ф.

Рецензент(ы):

Костин А.В.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Анисимова Т. И.

Протокол заседания кафедры No ____ от " ____ " _____ 201__ г

Учебно-методическая комиссия Елабужского института КФУ (Факультет математики и естественных наук):

Протокол заседания УМК No ____ от " ____ " _____ 201__ г

Регистрационный No 1016718418

Казань
2018

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Гильмуллин М.Ф. Кафедра математики и прикладной информатики Факультет математики и естественных наук , MFGilmullin@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

Курс направлен на формирование алгебраической культуры, необходимой профессиональному математику для понимания теоретических основ приложений математики; формирование систематизированных знаний в области алгебры и ее методов; ознакомление с современными направлениями развития алгебры, ее приложениями.

При этом необходимо:

- изложить основные понятия и теоремы алгебры, подчеркнув при этом особенности и специфику её применения в области информационных технологий, в физике и т.д.;
- выработать у студентов умение проводить анализ прикладных задач и использовать для их решения известные алгебраические методы;
- развить у студентов математическую интуицию, повысить уровень их математической эрудиции и культуры;
- развить у студентов навыки самостоятельной работы с литературой по алгебре и её приложениям.

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б1.Б.11 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 02.03.01 Математика и компьютерные науки и относится к базовой (общепрофессиональной) части. Осваивается на 1 курсе, 1, 2 семестры.

Дисциплина 'Алгебра' включена в базовую часть блока 1 (Б1.Б11).

Для ее успешного изучения необходимы знания и умения, приобретенные в результате освоения курса математики средней (полной) школы.

С курса алгебры начинается высшее математическое образование. Знания, полученные в этом курсе, используются в аналитической геометрии, математическом анализе, функциональном анализе, дифференциальной геометрии и топологии, теории дифференциальных уравнений, дискретной математике и математической логике, теории чисел, методах оптимизации и др.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОПК-1 (профессиональные компетенции)	готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности
ПК-1 (профессиональные компетенции)	способностью к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-11 (профессиональные компетенции)	способностью к проведению методических и экспертных работ в области математики
ПК-2 (профессиональные компетенции)	способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики
ПК-3 (профессиональные компетенции)	способностью строго доказывать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

основные понятия и методы теории алгебраических систем: групп, колец, полей;
основные понятия и методы теории матриц и определителей;
основные понятия и методы теории систем линейных уравнений;
основы общей теории векторных пространств и их линейных преобразований;
основные понятия и методы теории делимости и сравнений в кольце целых чисел;
основы теории многочленов.

2. должен уметь:

решать типовые задачи в указанной предметной области: вычислять определители; выполнять операции над матрицами; решать системы линейных уравнений; исследовать свойства алгебраических операций и устанавливать вид алгебраической системы; вычислять собственные векторы и собственные значения; применять понятия теории делимости и сравнений для решения задач в целых числах; вычислять корни многочленов различными способами.

применять полученные знания при решении практических задач профессиональной деятельности.

3. должен владеть:

методами линейной алгебры, теории чисел и многочленов, аппаратом теории групп и колец

4. должен продемонстрировать способность и готовность:

применять результаты освоения дисциплины в профессиональной деятельности.

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 11 зачетных(ые) единиц(ы) 396 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет и экзамен в 1 семестре; экзамен во 2 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Алгебраические системы.	1		14	10	0	Устный опрос
2.	Тема 2. Векторные пространства. Системы линейных уравнений.	1		14	8	0	Устный опрос Письменная работа
3.	Тема 3. Матрицы и определители.	1		14	12	0	Устный опрос
4.	Тема 4. Векторные и евклидовы пространства.	1		12	6	0	Устный опрос
5.	Тема 5. Линейные операторы.	2		9	9	0	Устный опрос
6.	Тема 6. Теория делимости в кольце целых чисел.	2		9	9	0	Устный опрос
7.	Тема 7. Теория сравнений и ее приложения.	2		9	9	0	Устный опрос
8.	Тема 8. Многочлены от одной переменной	2		9	9	0	Устный опрос
9.	Тема 9. Многочлены над числовыми полями.	2		9	9	0	Устный опрос
10.	Тема 10. Многочлены от нескольких переменных.	2		9	9	0	Устный опрос
	Тема . Итоговая форма контроля	1		0	0	0	Зачет Экзамен
	Тема . Итоговая форма контроля	2		0	0	0	Экзамен
	Итого			108	90	0	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Алгебраические системы.

лекционное занятие (14 часа(ов)):

Алгебраические системы и алгебры. Свойства бинарной алгебраической операции. Определение и примеры групп. Свойства групп. Подгруппы. Гомоморфизмы и изоморфизмы групп. Определение, примеры и свойства колец. Определение, примеры и свойства полей. Алгебраическая форма комплексных чисел. Комплексно-сопряженные числа. Геометрическое представление комплексных чисел и операций над ними. Тригонометрическая форма комплексных чисел. Умножение, деление, и возведение в степень комплексных чисел в тригонометрической форме. Извлечение корня из комплексных чисел в тригонометрической форме.

практическое занятие (10 часа(ов)):

Алгебраическая операция. Свойства операций. Группы, подгруппы. Кольца, поля. Гомоморфизмы, изоморфизмы алгебр. Комплексные числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа. Операции. Перевод в тригонометрическую форму.

Тема 2. Векторные пространства. Системы линейных уравнений.

лекционное занятие (14 часа(ов)):

Основные понятия теории систем линейных уравнений. Решение систем линейных уравнений методом последовательного исключения неизвестных. Определение и примеры векторных пространств. Свойства векторных пространств. Свойства линейной зависимости систем векторов. Базис и ранг системы векторов. Базис и размерность векторного пространства. Ранг матрицы и его вычисление. Критерий совместности системы линейных уравнений. Подпространство. Признаки подпространства. Линейная оболочка. Однородная система линейных уравнений. Фундаментальная система решений.

практическое занятие (8 часа(ов)):

Системы линейных уравнений. Метод Гаусса. Линейная зависимость и линейная независимость систем векторов. Базис и ранг системы векторов. Ранг матрицы. Фундаментальная система решений.

Тема 3. Матрицы и определители.

лекционное занятие (14 часа(ов)):

Операции над матрицами. Обратная матрица. Условия обратимости матрицы. Группа обратимых матриц. Вычисление обратной матрицы. Решение систем линейных уравнений в матричной форме. Подстановки. Четность подстановки. Определитель квадратной матрицы. Основные свойства определителей. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке и столбцу. Определитель произведения матриц. Необходимое и достаточное условие вырожденности квадратной матрицы. Приложения теории определителей. Формула для вычисления обратной матрицы. Правило Крамера. Методы вычисления определителей n -го порядка.

практическое занятие (12 часа(ов)):

Операции над матрицами. Вычисление обратной матрицы. Решение систем линейных уравнений в матричной форме. Матричные уравнения. Подстановки. Вычисление определителей различными способами. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке и столбцу. Формула для вычисления обратной матрицы. Правило Крамера.

Тема 4. Векторные и евклидовы пространства.

лекционное занятие (12 часа(ов)):

Матрица перехода от одного базиса к другому. Операции над подпространствами. Векторные пространства со скалярным умножением. Евклидово пространство. Ортогональная система векторов. Процесс ортогонализации. Норма вектора. Ортогональный и ортонормированный базис. Ортогональное дополнение. Изоморфизм векторных и евклидовых пространств.

практическое занятие (6 часа(ов)):

Матрица перехода от одного базиса к другому. Операции над подпространствами. Ортогональная система векторов. Процесс ортогонализации. Норма вектора. Ортогональный и ортонормированный базис.

Тема 5. Линейные операторы.

лекционное занятие (9 часа(ов)):

Линейные отображения векторных пространств и линейные операторы. Матрица линейного оператора. Связь между матрицами линейного оператора в различных базисах. Операции над линейными операторами. Образ и ядро линейного оператора. невырожденные линейные операторы. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора, их вычисление. Линейные операторы с простым спектром. Приведение матрицы к диагональному виду.

практическое занятие (9 часа(ов)):

Матрица линейного оператора. Связь между матрицами линейного оператора в различных базисах. Операции сложения, умножения линейных операторов, умножения оператора на число. Образ и ядро линейного оператора. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора, их вычисление. Приведение матрицы к диагональному виду.

Тема 6. Теория делимости в кольце целых чисел.

лекционное занятие (9 часа(ов)):

Теорема о делении с остатком. Отношение делимости целых чисел и его простейшие свойства. НОД двух чисел. Алгоритм Евклида. Свойства НОД. Линейное представление НОД. Взаимно простые числа. Парно взаимно простые числа. Свойства взаимно простых чисел. Вычисление и свойства НОК двух чисел. Простые и составные числа. Свойства простых чисел. Бесконечность множества простых чисел. Теорема об интервалах. Решето Эратосфена. Основная теорема арифметики. Каноническое разложение натурального числа и его свойства. Числовые функции. Число и сумма натуральных делителей. Целая и дробная часть числа. Конечные цепные дроби. Подходящие дроби и их свойства.

практическое занятие (9 часа(ов)):

Отношение делимости и его свойства. НОД двух чисел. Алгоритм Евклида. Линейное представление НОД. Взаимно простые числа. Вычисление НОК двух чисел. Простые и составные числа. Решето Эратосфена. Каноническое разложение натурального числа и его свойства. Числовые функции. Число и сумма натуральных делителей. Целая и дробная часть числа. Конечные цепные дроби. Подходящие дроби и их свойства.

Тема 7. Теория сравнений и ее приложения.

лекционное занятие (9 часа(ов)):

Сравнения в кольце целых чисел и их свойства. Приложения сравнений к выводу признаков делимости. Кольцо классов вычетов. Полные системы вычетов и их свойства. Группа обратимых элементов кольца вычетов. Приведенные системы вычетов и их свойства. Функция Эйлера и ее вычисление. Теоремы Эйлера и Ферма. Сравнения первой степени с одним неизвестным. Порядок числа и класса вычетов по модулю. Первообразные корни по простому модулю. Индексы по простому модулю. Таблицы индексов. Двучленные сравнения. Вычеты и невычеты. Критерий Эйлера. Символ Лежандра. Арифметические приложения теории сравнений. Признаки делимости. Конечные десятичные дроби. Периодические десятичные дроби. Условия представления рационального числа в виде периодической дроби.

практическое занятие (9 часа(ов)):

Сравнения в кольце целых чисел и их свойства. Вычисление остатков. Полные системы вычетов. Приведенные системы вычетов. Функция Эйлера и ее вычисление. Теоремы Эйлера и Ферма. Сравнения первой степени с одним неизвестным. Порядок числа и класса вычетов по модулю. Первообразные корни по простому модулю. Индексы по простому модулю. Таблицы индексов. Соотношения между обыкновенными и десятичными дробями.

Тема 8. Многочлены от одной переменной

лекционное занятие (9 часа(ов)):

Кольцо многочленов от одной переменной. Степень многочлена от одной переменной и ее свойства. Корни многочлена. Теорема Безу. Деление многочлена на двучлен. Схема Горнера. Теорема о делении многочленов с остатком. НОД многочленов. Алгоритм Евклида. Свойства НОД многочленов. Многочлены, неприводимые над полем и их свойства. Разложение многочленов в произведение нормированных неприводимых множителей и его единственность. Формальная производная многочлена. Формула Тейлора. Неприводимые кратные множители многочлена. Кратные корни многочлена.

практическое занятие (9 часа(ов)):

Деление многочлена на двучлен. Схема Горнера. Деление многочленов с остатком. НОД многочленов. Алгоритм Евклида. Формальная производная многочлена. Разложение по степеням двучлена. Неприводимые кратные множители многочлена. Кратные корни многочлена.

Тема 9. Многочлены над числовыми полями.

лекционное занятие (9 часа(ов)):

Основная теорема алгебры. Следствия основной теоремы алгебры. Многочлены, неприводимые над полем действительных чисел. Свойства корней многочлена с действительными коэффициентами. Уравнения 3-й и 4-й степени. Формула Кардано и метод Феррари. Критерий неприводимости Эйзенштейна. Целые и рациональные корни многочлена с целыми коэффициентами. Алгебраические и трансцендентные над полем элементы. Минимальный многочлен и его свойства. Простое алгебраическое расширение поля и его строение. Освобождение от иррациональности в знаменателе дроби.

практическое занятие (9 часа(ов)):

Уравнения 3-й и 4-й степени. Формула Кардано и метод Феррари. Критерий неприводимости Эйзенштейна. Целые и рациональные корни многочлена с целыми коэффициентами. Освобождение от иррациональности в знаменателе дроби.

Тема 10. Многочлены от нескольких переменных.

лекционное занятие (9 часа(ов)):

Кольцо многочленов от многих переменных. Степень многочлена от многих переменных. Лексикографическое (словарное) упорядочение членов многочлена. Высший член многочлена. Симметрические многочлены. Кольцо симметрических многочленов. Элементарные симметрические многочлены. Основная теорема теории симметрических многочленов и ее следствие. Формулы Виета. Результат двух многочленов. Исключение переменной из системы двух уравнений с двумя неизвестными.

практическое занятие (9 часа(ов)):

Степень многочлена от многих переменных. Лексикографическое упорядочение членов многочлена. Высший член многочлена. Симметрические многочлены. Элементарные симметрические многочлены. Основная теорема теории симметрических многочленов и ее следствие. Формулы Виета. Результат двух многочленов. Исключение переменных из системы двух уравнений с двумя неизвестными.

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Алгебраические системы.	1		подготовка к устному опросу	14	Устный опрос
2.	Тема 2. Векторные пространства. Системы линейных уравнений.	1		подготовка к письменной работе	6	Письменная работа
				подготовка к устному опросу	8	Устный опрос
3.	Тема 3. Матрицы и определители.	1		подготовка к устному опросу	14	Устный опрос
4.	Тема 4. Векторные и евклидовы пространства.	1		подготовка к устному опросу	12	Устный опрос
5.	Тема 5. Линейные операторы.	2		подготовка к устному опросу	12	Устный опрос
6.	Тема 6. Теория делимости в кольце целых чисел.	2		подготовка к устному опросу	12	Устный опрос
7.	Тема 7. Теория сравнений и ее приложения.	2		подготовка к устному опросу	12	Устный опрос

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
8.	Тема 8. Многочлены от одной переменной	2		подготовка к устному опросу	12	Устный опрос
9.	Тема 9. Многочлены над числовыми полями.	2		подготовка к устному опросу	12	Устный опрос
10.	Тема 10. Многочлены от нескольких переменных.	2		подготовка к устному опросу	12	Устный опрос
	Итого				126	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

В преподавании дисциплины используются следующие образовательные технологии:

Информационные технологии - обучение в электронной образовательной среде с целью расширения доступа к образовательным ресурсам (теоретически к неограниченному объему и скорости доступа), увеличения контактного взаимодействия с преподавателем, построения индивидуальных траекторий подготовки и объективного контроля и мониторинга знаний студентов.

Проблемное обучение - стимулирование студентов к самостоятельному приобретению знаний, необходимых для решения конкретной проблемы.

Контекстное обучение - мотивация студентов к усвоению знаний путем выявления связей между конкретным знанием и его применением.

Междисциплинарное обучение - использование знаний из разных областей, их группировка и концентрация в контексте решаемой задачи.

Опережающая самостоятельная работа - изучение студентами нового материала до его изучения в ходе аудиторных занятий.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Алгебраические системы.

Устный опрос , примерные вопросы:

Алгебраическая операция. Свойства операций. Группы, подгруппы. Кольца, поля. Гомоморфизмы, изоморфизмы алгебр. Комплексные числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа. Операции. Перевод в тригонометрическую форму.

Тема 2. Векторные пространства. Системы линейных уравнений.

Письменная работа , примерные вопросы:

Найти общее решение системы линейных уравнений Исследовать систему уравнений и найти общее решение в зависимости от значения параметра Найти фундаментальную систему решений Найти координаты вектора Найти вектор x из уравнения Найти базис и ранг системы векторов

Устный опрос , примерные вопросы:

Системы линейных уравнений. Метод Гаусса. Линейная зависимость и линейная независимость систем векторов. Базис и ранг системы векторов. Ранг матрицы. Фундаментальная система решений.

Тема 3. Матрицы и определители.

Устный опрос , примерные вопросы:

Операции над матрицами. Вычисление обратной матрицы. Решение систем линейных уравнений в матричной форме. Матричные уравнения. Подстановки. Вычисление определителей различными способами. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке и столбцу. Формула для вычисления обратной матрицы. Правило Крамера.

Тема 4. Векторные и евклидовы пространства.

Устный опрос , примерные вопросы:

Матрица перехода от одного базиса к другому. Операции над подпространствами. Ортогональная система векторов. Процесс ортогонализации. Норма вектора. Ортогональный и ортонормированный базис.

Тема 5. Линейные операторы.

Устный опрос , примерные вопросы:

Матрица линейного оператора. Связь между матрицами линейного оператора в различных базисах. Операции сложения, умножения линейных операторов, умножения оператора на число. Образ и ядро линейного оператора. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора, их вычисление. Приведение матрицы к диагональному виду.

Тема 6. Теория делимости в кольце целых чисел.

Устный опрос , примерные вопросы:

Отношение делимости и его свойства. НОД двух чисел. Алгоритм Евклида. Линейное представление НОД. Взаимно простые числа. Вычисление НОК двух чисел. Простые и составные числа. Решето Эратосфена. Каноническое разложение натурального числа и его свойства. Числовые функции. Число и сумма натуральных делителей. Целая и дробная часть числа. Конечные цепные дроби. Подходящие дроби и их свойства.

Тема 7. Теория сравнений и ее приложения.

Устный опрос , примерные вопросы:

Сравнения в кольце целых чисел и их свойства. Вычисление остатков. Полные системы вычетов. Приведенные системы вычетов. Функция Эйлера и ее вычисление. Теоремы Эйлера и Ферма. Сравнения первой степени с одним неизвестным. Порядок числа и класса вычетов по модулю. Первообразные корни по простому модулю. Индексы по простому модулю. Таблицы индексов. Соотношения между обыкновенными и десятичными дробями.

Тема 8. Многочлены от одной переменной

Устный опрос , примерные вопросы:

Деление многочлена на двучлен. Схема Горнера. Деление многочленов с остатком. НОД многочленов. Алгоритм Евклида. Формальная производная многочлена. Разложение по степеням двучлена. Неприводимые кратные множители многочлена. Кратные корни многочлена.

Тема 9. Многочлены над числовыми полями.

Устный опрос , примерные вопросы:

Уравнения 3-й и 4-й степени. Формула Кардано и метод Феррари. Критерий неприводимости Эйзенштейна. Целые и рациональные корни многочлена с целыми коэффициентами. Освобождение от иррациональности в знаменателе дроби.

Тема 10. Многочлены от нескольких переменных.

Устный опрос , примерные вопросы:

Степень многочлена от многих переменных. Лексикографическое упорядочение членов многочлена. Высший член многочлена. Симметрические многочлены. Элементарные симметрические многочлены. Основная теорема теории симметрических многочленов и ее следствие. Формулы Виета. Результат двух многочленов. Исключение переменных из системы двух уравнений с двумя неизвестными.

Итоговая форма контроля

зачет и экзамен

Итоговая форма контроля

зачет и экзамен

Примерные вопросы к :

Вопросы к экзамену за 1 семестр

Глава 1. Алгебраические системы.

1. Алгебраические системы и алгебры.
2. Свойства бинарной алгебраической операции.
3. Определение и примеры групп.
4. Свойства групп.
5. Подгруппы.
6. Гомоморфизмы и изоморфизмы групп.
7. Определение, примеры и свойства колец.
8. Определение, примеры и свойства полей.
9. Алгебраическая форма комплексных чисел. Комплексно-сопряженные числа.
10. Геометрическое представление комплексных чисел и операций над ними.
11. Тригонометрическая форма комплексных чисел. Переход из алгебраической формы в тригонометрическую.
12. Умножение, деление, и возведение в степень комплексных чисел в тригонометрической форме.
13. Извлечение корня из комплексных чисел в тригонометрической форме.

Глава 2. Векторные пространства. Системы линейных уравнений.

14. Основные понятия теории систем линейных уравнений.
15. Решение систем линейных уравнений методом последовательного исключения неизвестных.
16. Определение и примеры векторных пространств.
17. Свойства векторных пространств.
18. Свойства линейной зависимости систем векторов.
19. Базис и ранг системы векторов.
20. Базис и размерность векторного пространства.
21. Ранг матрицы и его вычисление.
22. Критерий совместности системы линейных уравнений.
23. Подпространство. Признаки подпространства. Линейная оболочка.
24. Однородная система линейных уравнений. Фундаментальная система решений.

Глава 3. Матрицы и определители.

25. Операции над матрицами и их свойства.
26. Обратная матрица. Группа обратимых матриц.
27. Невырожденные матрицы и их свойства.
28. Элементарные матрицы.
29. Вычисление обратной матрицы.
30. Перестановки.
31. Подстановки.
32. Определитель квадратной матрицы.
33. Основные свойства определителей.
34. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по строке и столбцу.
35. Необходимые и достаточные условия вырожденности квадратной матрицы.
36. Формула для вычисления обратной матрицы.
37. Правило Крамера.

Глава 4. Векторные и евклидовы пространства.

38. Связь между базисами конечномерного пространства.

39. Изоморфизм векторных пространств.
40. Операции над подпространствами.
41. Скалярное умножение и его свойства. Евклидово пространство.
42. Ортогональность в евклидовом пространстве.
43. Нормированность в евклидовом пространстве.
44. Ортогональное дополнение.

Вопросы к экзамену за 2 семестр

Глава 5. Линейные операторы.

1. Линейные операторы.
2. Матрица линейного оператора.
3. Образ и ядро линейного оператора.
4. невырожденные линейные операторы.
5. Собственные векторы и собственные значения. Характеристические корни.
6. Линейные операторы с простым спектром. Приведение матрицы к диагональному виду.

Глава 6. Теория делимости в кольце целых чисел.

7. Теорема о делении с остатком.
8. Отношение делимости целых чисел и его простейшие свойства.
9. НОД двух чисел. Алгоритм Евклида.
10. Свойства НОД. Линейное представление НОД.
11. Взаимно простые числа. Парно взаимно простые числа. Свойства взаимно простых чисел.
12. Вычисление и свойства НОК двух чисел.
13. Простые и составные числа. Свойства простых чисел.
14. Бесконечность множества простых чисел. Теорема об интервалах. Решето Эратосфена.
15. Основная теорема арифметики. Каноническое разложение натурального числа и его свойства.
16. Числовые функции. Число и сумма натуральных делителей.
17. Целая и дробная часть числа.
18. Конечные цепные дроби. Подходящие дроби и их свойства.

Глава 7. Теория сравнений и ее приложения.

19. Сравнения в кольце целых чисел и их свойства.
20. Приложения сравнений к выводу признаков делимости.
21. Кольцо классов вычетов.
22. Полные системы вычетов и их свойства.
23. Группа обратимых элементов кольца вычетов.
24. Приведенные системы вычетов и их свойства.
25. Функция Эйлера и ее вычисление.
26. Теоремы Эйлера и Ферма.
27. Сравнения первой степени с одним неизвестным.
28. Порядок числа и класса вычетов по модулю. Первообразные корни по простому модулю.
29. Конечные десятичные дроби. Периодические десятичные дроби. Условия представления рационального числа в виде периодической дроби.

Глава 8. Многочлены от одной переменной.

30. Кольцо многочленов от одной переменной как простое трансцендентное расширение. Степень многочлена от одной переменной и ее свойства.
31. Корни многочлена. Теорема Безу.
32. Деление многочлена на двучлен. Схема Горнера.
33. Теорема о делении многочленов с остатком.

34. НОД многочленов. Алгоритм Евклида. Свойства НОД многочленов.
35. Многочлены, неприводимые над полем и их свойства.
36. Разложение многочленов в произведение нормированных неприводимых множителей и его единственность.
37. Формальная производная многочлена. Формула Тейлора.
38. Неприводимые кратные множители многочлена. Кратные корни многочлена.
- Глава 9. Многочлены над числовыми полями.
39. Основная теорема алгебры. Следствия основной теоремы алгебры.
40. Многочлены, неприводимые над полем действительных чисел. Свойства корней многочлена с действительными коэффициентами.
41. Критерий неприводимости Эйзенштейна.
42. Целые и рациональные корни многочлена с целыми коэффициентами.
43. Алгебраические и трансцендентные над полем элементы. Минимальный многочлен и его свойства.
44. Простое алгебраическое расширение поля и его строение. Освобождение от иррациональности в знаменателе дроби.
- Глава 10. Многочлены от нескольких переменных.
45. Кольцо многочленов от нескольких переменных как кратное трансцендентное расширение. Свойства кольца многочленов от нескольких переменных.
46. Лексикографическое упорядочение. Высший член многочлена и его свойства.
47. Кольцо симметрических многочленов. Свойства симметрических многочленов.
48. Основная теорема о симметрических многочленах.
49. Формулы Виета. Следствие основной теоремы о симметрических многочленах.
50. Результат. Исключение переменных из системы двух уравнений с двумя неизвестными.

7.1. Основная литература:

1. Глухов, М.М. Алгебра [Электронный ресурс] : учебник / М.М. Глухов, В.П. Елизаров, А.А. Нечаев. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2015. - 608 с. - URL:<https://e.lanbook.com/reader/book/67458/#2>
2. Ляпин, Е.С. Курс высшей алгебры [Электронный ресурс] : учебник / Е.С. Ляпин. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2009. - 368 с. - URL:<https://e.lanbook.com/reader/book/246/#2>
3. Сборник задач по алгебре [Электронный ресурс] : учебное пособие. - Электрон. дан. - Москва : МЦНМО, 2009. - 408 с. - URL:<https://e.lanbook.com/reader/book/9360/#2>

7.2. Дополнительная литература:

1. Туганбаев, А. А. Линейная алгебра [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А. А. Туганбаев. - М.: ФЛИНТА, 2012. - 75 с. - URL:<http://znanium.com/bookread2.php?book=462600>
2. Винберг, Э.Б. Курс алгебры [Электронный ресурс] : учебник / Э.Б. Винберг. - Электрон. дан. - Москва : МЦНМО, 2013. - 590 с. - URL:<https://e.lanbook.com/reader/book/56396/#1>
3. Мальцев, И.А. Линейная алгебра [Электронный ресурс] : учебное пособие / И.А. Мальцев. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2010. - 384 с. - URL:<https://e.lanbook.com/reader/book/610/#1>
4. Смолин, Ю. Н. Алгебра и теория чисел [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Ю. Н. Смолин. - 4-е изд., стер. - М. : ФЛИНТА : Наука, 2012. - URL:<http://znanium.com/bookread2.php?book=456995>

7.3. Интернет-ресурсы:

1. Кострикин А.И. Введение в алгебру: В 3-х ч. Ч. I: Основы алгебры. - <http://www.knigafund.ru/books/57817>

2. Кострикин А.И. Введение в алгебру: В 3-х ч. Ч. II: Линейная алгебра. - <http://www.knigafund.ru/books/57818>
3. Кострикин А.И. Введение в алгебру: В 3-х ч. Ч. III: Основные структуры алгебры. - <http://www.knigafund.ru/books/57819>
4. Бесплатный ресурс для студентов - <http://math24.ru/calculus-list.html>
5. Образовательный математический сайт - <http://www.exponenta.ru/>

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Алгебра" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB, audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудование имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Освоение данной дисциплины предполагает использование следующего материально-технического обеспечения: проектор, экран и интерактивная трибуна.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен обучающимся. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 02.03.01 "Математика и компьютерные науки" и профилю подготовки Математическое и компьютерное моделирование .

Автор(ы):

Гильмуллин М.Ф. _____

"__" _____ 201__ г.

Рецензент(ы):

Костин А.В. _____

"__" _____ 201__ г.