

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



подписано электронно-цифровой подписью

**Программа дисциплины**

Методика решения задач по элементарной математике (на билингвальной русско-английской основе) БЗ.Б.5

Направление подготовки: 050100.62 - Педагогическое образование

Профиль подготовки: Математика и Иностранный язык (английский)

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Тимербаева Н.В. , Садыкова Е.Р. , Шакирова Л.Р. , Фалилеева М.В. , Фазлеева Э.И.

**Рецензент(ы):**

Зиннатуллина Э.Д.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Шакирова Л. Р.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No 81729714

Казань

2014

## **Содержание**

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Садыкова Е.Р. Кафедра теории и технологий преподавания математики и информатики отделение педагогического образования , 1Elena.Sadykova@kpfu.ru ; доцент, к.н. (доцент) Тимербаева Н.В. Кафедра теории и технологий преподавания математики и информатики отделение педагогического образования , Nailya.Timerbaeva@kpfu.ru ; доцент, к.н. Фазлеева Э.И. Кафедра теории и технологий преподавания математики и информатики отделение педагогического образования , Elmira.Fazleeva@kpfu.ru ; доцент, к.н. Фалилеева М.В. Кафедра теории и технологий преподавания математики и информатики отделение педагогического образования , Marina.Falileeva@kpfu.ru ; заведующий кафедрой, д.н. (профессор) Шакирова Л.Р. Кафедра теории и технологий преподавания математики и информатики отделение педагогического образования , Liliana.Shakirova@kpfu.ru

## 1. Цели освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины "Методика решения задач по элементарной математике" является содействие становлению специальных профессиональных компетенций бакалавра физико-математического образования на основе:

- развития и углубления понятийной основы школьного курса математики с точки зрения заложенных в нем фундаментальных математических идей;
- овладения студентами важнейшими методами элементарной математики и умения применять их при доказательстве теорем и решении задач;
- развития мировоззренческих понятий о значении математики в развитии интеллектуальных способностей человека и цивилизации в целом;
- развития логического мышления, алгоритмической культуры;
- выработки умения осуществлять поиск, отбор, анализ, систематизацию и классификацию информации;
- укрепления и развития связей элементарной математики с высшей математикой, с информатикой и методикой обучения математике;
- воспитания средствами математики культуры личности

## 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б3.Б.5 Профессиональный" основной образовательной программы 050100.62 Педагогическое образование и относится к базовой (общепрофессиональной) части. Осваивается на 1, 2, 3 курсах, 1, 3, 4, 5 семестры.

Данная дисциплина относится к базовой части профессионального цикла. Она тесно связана со школьной математикой, теорией и методикой обучения математике.

Изучение курса элементарной математики направлено на выработку у студентов интереса к вопросам элементарной математики, создание содержательной основы для:

- работы в школе, руководствуясь различными учебниками математики;
- работы в классах различной профильной направленности и индивидуальной работы с учащимися;
- проведения со школьниками кружковой работы, факультативных занятий по математике.

## 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОПК-1 (профессиональные компетенции)	Осознание социальную значимость своей будущей профессии, обладает мотивацией к осуществлению профессиональной деятельности

<b>Шифр компетенции</b>	<b>Расшифровка приобретаемой компетенции</b>
ОПК-2 (профессиональные компетенции)	способность использовать систематизированные теоретические и практические знания гуманитарных, социальных и экономических наук при решении социальных и профессиональных задач
ОПК-3 (профессиональные компетенции)	владение основами речевой профессиональной культуры
ОПК-4 (профессиональные компетенции)	способность нести ответственность за результаты своей профессиональной деятельности
ОПК-5 (профессиональные компетенции)	владеет одним из иностранных языков на уровне профессионального общения
ПК-1 (профессиональные компетенции)	способность реализовывать учебные программы базовых и элективных курсов в различных образовательных учреждениях
ПК-10 (профессиональные компетенции)	способность к использованию отечественного и зарубежного опыта организации культурно-просветительской деятельности
ПК-11 (профессиональные компетенции)	способность выявлять и использовать возможности региональной культурной образовательной среды для организации культурно-просветительской деятельности
ПК-2 (профессиональные компетенции)	готовность применять современные методики и технологии, в том числе и информационные, для обеспечения качества учебно-воспитательного процесса на конкретной образовательной ступени конкретного образовательного учреждения
ПК-3 (профессиональные компетенции)	способность применять современные методы диагностирования достижений обучающихся и воспитанников, осуществлять педагогическое сопровождение процессов социализации и профессионального самоопределения обучающихся, подготовки их к сознательному выбору профессии
ПК-4 (профессиональные компетенции)	способность использовать возможности образовательной среды, в том числе информационной, для обеспечения качества учебно-воспитательного процесса
СПК -1 (профессиональные компетенции)	способность преподавать информатико-математические дисциплины в средней школе и средних специальных образовательных учреждениях, владеет содержанием и методами элементарной математики и школьной информатики, умеет анализировать элементарную математику с точки зрения высшей математики, анализировать курс школьной информатики с позиции теоретической информатики
СПК 3 (профессиональные компетенции)	владение методами обучения математическому и алгоритмическому моделированию учебных задач научно-технического, экономического характера

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
СПК-10 (профессиональные компетенции)	способность понимать универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость в различных областях человеческой деятельности, роль и место математики в системе наук, значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике, общекультурное значение математики, владеет основными положениями истории развития математики, эволюции математических идей и концепциями современной математической науки
СПК-12 (профессиональные компетенции)	владение математикой как универсальным языком науки, средством моделирования явлений и процессов, способен пользоваться построением математических моделей для решения практических проблем, понимать критерии качества математических исследований, принципы экспериментальной и эмпирической проверки научных теорий, умением исследовать класс моделей, к которому принадлежит полученная модель конкретной ситуации, применяя математическую теорию
СПК-8 (профессиональные компетенции)	владение основными положениями классических разделов математической науки, базовыми идеями и методами математики, системой основных математических структур и аксиоматическим методом
СПК-9 (профессиональные компетенции)	владение культурой математического мышления, логической и алгоритмической культурой, способен понимать общую структуру математического знания, взаимосвязь между различными математическими дисциплинами, реализовывать основные методы математических рассуждений на основе общих методов научного исследования и опыта решения учебных и научных проблем, пользоваться языком математики и математической терминологией, корректно выражать и аргументировано обосновывать имеющиеся знания

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

Студент, изучивший курс (4 семестр), должен знать:

- аксиомы, определения и теоремы планиметрии;
- виды многоугольников и их классификацию;
- основные построения, выполняемые циркулем и линейкой;
- методы решения задач на построение.

Студент, изучивший курс (5 семестр), должен знать:

- аксиомы и определения стереометрии;
- различные подходы к определению понятия многогранника;
- виды многогранников и их классификацию;
- формулы для вычисления объема и площади основных геометрических тел.

2. должен уметь:

Студент, изучивший курс (4 семестр), должен уметь:

- доказывать теоремы;
- решать задачи на доказательство, вычисление площадей геометрических фигур;
- применять свойства замечательных линий и точек треугольника при решении задач на доказательство и вычисление;
- выполнять геометрические построения на плоскости.

Студент, изучивший курс (5 семестр), должен уметь:

- доказывать теоремы;
- выполнять геометрические построения в пространстве;
- строить сечения многогранников;
- решать задачи на вычисление объема и площади геометрических тел;
- выполнять модели правильных и полуправильных многогранников.

3. должен владеть:

Студент, изучивший курс (4 семестр), должен владеть:

- основными теоретическими основами школьного курса планиметрии;
- применять полученные знания при решении различных задач по планиметрии

Студент, изучивший курс (5 семестр), должен владеть:

- основными теоретическими основами школьного курса стереометрии;
- применять полученные знания при решении различных задач по стереометрии

4. должен демонстрировать способность и готовность:

- понимать смысл и знать определения делимости чисел, деления с остатком, общего делителя, общего кратного, НОД, НОК, взаимно простых чисел;
- решать задачи на основе вышеперечисленных определений, свойств делимости, НОД, НОК и признаков делимости;
- уметь представлять НОД двух целых чисел в виде линейной комбинации этих чисел, используя алгоритм Евклида и применять его при решении уравнений в целых числах;
- понимать смысл и знать основные определения и правила комбинаторики, понятия кортежа, декартового произведения множеств ;
- знать формулы размещений, перестановок и сочетаний без повторений и с повторениями, уметь применять их при решении комбинаторных задач;
- уметь доказывать комбинаторные тождества;
- знать различные способы доказательства неравенств;
- применять арифметические и алгебраические приемы решения сюжетных задач;
- уметь различать и решать различные виды задач с параметром;
- уметь применять теорему Виета при решении задач с параметрами;
- уметь анализировать задачу с параметром и выбирать различные способы ее решения;
- уметь применять графические интерпретации при решении задач с параметрами;

- уметь решать различные типы уравнений и неравенств с параметрами, а также их системы.

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 8 зачетных(ые) единиц(ы) 288 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 1 семестре; зачет в 3 семестре; зачет в 4 семестре; экзамен в 5 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Теория делимости. Отношение делимости и его свойства	1	1	0	0	2	домашнее задание
2.	Тема 2. Признаки делимости. Признак Паскаля	1	2	0	0	2	домашнее задание устный опрос
3.	Тема 3. Деление с остатком. Свойства деления с остатком	1	3	0	0	2	домашнее задание творческое задание
4.	Тема 4. НОД и НОК. Алгоритм Евклида. Взаимно простые числа. Линейное представление НОД. Диофантовы уравнения первой степени с двумя неизвестными. Решение уравнений в множестве натуральных и целых чисел	1	4-5	0	0	4	домашнее задание письменная работа

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
5.	Тема 5. Комбинаторика Основные понятия и правила комбинаторики (правила суммы и произведения, формула исключений)	1	6	0	0	2	домашнее задание
6.	Тема 6. Размещения с повторениями и без повторений, перестановки и сочетания без повторений	1	7	0	0	2	домашнее задание творческое задание
7.	Тема 7. Перестановки и сочетания с повторениями	1	8	0	0	2	письменная работа
8.	Тема 8. Бином Ньютона. Треугольник Паскаля. Свойства бинома Ньютона	1	9	0	0	2	домашнее задание
9.	Тема 9. Комбинаторные задачи с ограничениями	1	10-11	0	0	4	домашнее задание контрольная работа
10.	Тема 10. Доказательство неравенств. Различные приемы доказательства неравенств (метод оценки знака разности, аналитический способ, синтетический способ, способ доказательства от противного, метод математической индукции). Применение замечательных неравенств к решению уравнений и неравенств	1	12	0	0	2	домашнее задание
11.	Тема 11. Текстовые задачи	1	13	0	0	2	домашнее задание творческое задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
12.	Тема 12. Понятие функции. Свойства функции	1	14	0	0	2	домашнее задание
13.	Тема 13. Построение графиков функций с помощью преобразований	1	15	0	0	2	письменная работа
14.	Тема 14. Обратная функция. Графики взаимно обратных функций	1	16	0	0	2	презентация
15.	Тема 15. Обратные тригонометрические функции, их свойства и графики	1	17	0	0	2	домашнее задание презентация
16.	Тема 16. Исследование функций и построение их графиков	1	18	0	0	2	домашнее задание контрольная работа
17.	Тема 17. Виды задач а параметром. Уравнения и неравенства с параметрами Линейные уравнения и неравенства с параметром	3	1	0	0	2	устный опрос домашнее задание
18.	Тема 18. Квадратные уравнения и неравенства с параметром. Использование теоремы Виета при решении задач с параметрами. Исследование квадратного трехчлена.	3	2-4	0	0	6	устный опрос тестирование домашнее задание
19.	Тема 19. Дробно-рациональные уравнения и неравенства с параметром.	3	5	0	0	2	контрольная работа домашнее задание
20.	Тема 20. Простейшие системы уравнений с параметрами.	3	6	0	0	2	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
21.	Тема 21. Системы неравенств с параметрами. Задания с параметрами с начальными условиями.	3	7-8	0	0	4	домашнее задание контрольная работа
22.	Тема 22. Уравнения высших степеней. Положение квадратного трехчлена относительно точки.	3	9	0	0	2	домашнее задание тестирование
23.	Тема 23. Рациональные неравенства с параметром. Положение квадратного трехчлена относительно интервала.	3	10	0	0	2	тестирование домашнее задание
24.	Тема 24. Нелинейные системы уравнений. Метод подстановки и алгебраического сложения.	3	11	0	0	2	домашнее задание
25.	Тема 25. Замена переменной. Симметрические системы. Системы однородных уравнений.	3	12	0	0	2	контрольная работа домашнее задание
26.	Тема 26. Уравнения и неравенства с модулем, содержащие параметр.	3	13	0	0	2	устный опрос домашнее задание
27.	Тема 27. Иррациональные уравнения и неравенства с параметром.	3	14	0	0	2	устный опрос домашнее задание
28.	Тема 28. Показательные и логарифмические уравнения и неравенства с параметром.	3	15	0	0	2	творческое задание домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
29.	Тема 29. Задачи с параметрами в составе ЕГЭ.	3	16-18	0	0	6	творческое задание домашнее задание контрольная работа
30.	Тема 30. Аксиоматическое построение геометрии.	4	1	0	0	2	тестирование
31.	Тема 31. Треугольник. Соотношения между сторонами и углами треугольника. Четырехугольники.	4	2-3	0	0	4	домашнее задание тестирование
32.	Тема 32. Площадь. Подобие. Отношение площадей треугольников.	4	4-5	0	0	4	домашнее задание тестирование
33.	Тема 33. Замечательные линии и точки треугольника. Свойства замечательных точек треугольника.	4	6-8	0	0	6	тестирование домашнее задание
34.	Тема 34. Окружность. Радиальная ось и радикальный центр окружностей.	4	9-10	0	0	4	домашнее задание тестирование
35.	Тема 35. Вписанные и описанные многоугольники.	4	11-12	0	0	3	домашнее задание
36.	Тема 36. Геометрические преобразования	4	12-13	0	0	2	домашнее задание контрольная работа
37.	Тема 37. Аксиомы конструктивной геометрии. Основные(элементарные) построения на плоскости циркулем и линейкой.	4	13	0	0	1	тестирование

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
38.	Тема 38. Методы решения задач на построение. Методы геометрических мест точек и геометрических преобразований.	4	14-16	0	0	6	домашнее задание творческое задание тестирование
39.	Тема 39. Задачи на построение, неразрешимые циркулем и линейкой. Алгебраический метод при решении задач на построение. Решение задач повышенной сложности по планиметрии.	4	17-18	0	0	4	домашнее задание контрольная работа
40.	Тема 40. Стереометрия Понятие многогранника. Выпуклые и невыпуклые, правильные, полуправильные, звездчатые многогранники. Теорема Эйлера для многогранников, принцип двойственности.	5	1-2	0	0	4	тестирование домашнее задание
41.	Тема 41. Геометрия тетраэдра. Тетраэдр и сферы. Медианы тетраэдра. Ортоцентрический прямоугольный, равногранный тетраэдр. Свойства. Описанный параллелепипед тетраэдра.	5	3	0	0	2	домашнее задание творческое задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
42.	Тема 42. Многогранные углы. Свойства. Двугранные углы. Равенство двугранных углов. Свойства. Трехгранный угол. Правильный трехгранный угол. Теорема Пифагора. Признаки равенства трехгранных углов.	5	4	0	0	2	устный опрос домашнее задание
43.	Тема 43. Теорема косинусов и синусов для трехгранного угла.	5	5	0	0	2	домашнее задание
44.	Тема 44. Геометрические места точек в пространстве. Построение перпендикуляра к плоскости.	5	6	0	0	2	письменная работа
45.	Тема 45. Круглые тела. Сфера и шар. Пересечение шара (сферы) плоскостью. Касание шара и сферы плоскостью. Симметрия сферы (шара). Свойства касательной и секущей, секущих и хорд. Части шара: сегментная поверхность, шаровой сегмент, шаровой пояс, шаровой слой, шаровой сектор.	5	7	0	0	2	домашнее задание
46.	Тема 46. Цилиндрические, конические поверхности. Цилиндр. Развертка. Конус. Усеченный конус. Развертки конуса и усеченного конуса. Симметрия цилиндра вращения. Сечение конуса плоскостью.	5	8-9	0	0	4	творческое задание контрольная работа

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
47.	Тема 47. Вписанные и описанные многогранники. Основные понятия и определения. Призма, описанная около шара.	5	10	0	0	2	домашнее задание
48.	Тема 48. Задачи на построение в стереометрии. Позиционная полнота и метрическая определенность изображений. Построение сечений (основные методы: метод основной плоскости, метод следа, метод соответствия точек). Теорема Польки-Шварца.	5	11-12	0	0	4	домашнее задание письменная работа
49.	Тема 49. Изображение многогранников, конусов, цилиндров	5	13	0	0	2	домашнее задание
50.	Тема 50. Объем. Кубируемые тела. Свойства объемов (аксиомы). Теорема об объеме прямого цилиндра. Представление объема интегралом. Выводы формул: объем цилиндра, конуса, шара. Принцип Б. Кавальери. Формула Симпсона	5	14-15	0	0	4	письменная работа домашнее задание
51.	Тема 51. Равновеликость и равноставленность	5	16	0	0	2	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
52.	Тема 52. Понятие поверхности. Двусторонние и односторонние поверхности. "Лента Мебиуса". Ее свойства. Описанные многогранники и определение площади выпуклой поверхности. Площадь сферы, боковой поверхности цилиндра, конуса, усеченного конуса.	5	17-18	0	0	4	домашнее задание контрольная работа
·	Тема . Итоговая форма контроля	1		0	0	0	зачет
·	Тема . Итоговая форма контроля	3		0	0	0	зачет
·	Тема . Итоговая форма контроля	4		0	0	0	зачет
·	Тема . Итоговая форма контроля	5		0	0	0	экзамен
	Итого			0	0	144	

## 4.2 Содержание дисциплины

### Тема 1. Теория делимости. Отношение делимости и его свойства

#### **лабораторная работа (2 часа(ов)):**

1. Теория чисел. Аксиомы Пеано. 2. Отношение делимости на множестве целых чисел. 3. Свойства отношения делимости (рефлексивность, транзитивность). 4. Свойства делимости суммы и произведения. Свойства делимости, связанные с последовательным расположением целых чисел. 5. Формулы сокращенного умножения. 6. Решение задач.

### Тема 2. Признаки делимости. Признак Паскаля

#### **лабораторная работа (2 часа(ов)):**

1. Определение признаков делимости. 2. Признаки-теоремы (необходимые и достаточные условия), признаки делимости на 2, 3 (9), 4 (25), 8 (125), 10, 5, 7, 11, 13. 3. Общий признак делимости чисел (признак Паскаля). 4. Использование формул сокращенного умножения при применении признаков делимости. 5. Решение задач.

### Тема 3. Деление с остатком. Свойства деления с остатком

#### **лабораторная работа (2 часа(ов)):**

1. Теорема о делении с остатком (существование и единственность). 2. Свойства деления с остатком. 3. Решение задач.

### Тема 4. НОД и НОК. Алгоритм Евклида. Взаимно простые числа. Линейное представление НОД. Диофантовы уравнения первой степени с двумя неизвестными. Решение уравнений в множестве натуральных и целых чисел

#### **лабораторная работа (4 часа(ов)):**

1. Общий делитель. Наибольший общий делитель целых чисел. 2. Алгоритм Евклида и его доказательство. 3. Свойства НОД. Линейное представление НОД. 4. Взаимно простые числа и их свойства. 5. Решение задач. 6. Диофантовы уравнения первой степени с двумя неизвестными. 7. Решение уравнений в множестве натуральных и целых чисел.

**Тема 5. Комбинаторика Основные понятия и правила комбинаторики (правила суммы и произведения, формула исключений)**

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

1. Комбинаторика. Исторические сведения. 2. Основные понятия комбинаторики: кортеж, декартово произведение множеств. 3. Правила суммы и произведения. Формула исключений (перекрытий). 4. Решение задач.

**Тема 6. Размещения с повторениями и без повторений, перестановки и сочетания без повторений**

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

1. Размещения с повторениями. 2. Размещения без повторений. Перестановки без повторений. 3. Сочетания без повторений. 4. Решение задач.

**Тема 7. Перестановки и сочетания с повторениями**

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

1. Понятие состава кортежа. 2. Перестановки с повторениями. 3. Сочетания с повторениями. 4. Решение задач.

**Тема 8. Бином Ньютона. Треугольник Паскаля. Свойства бинома Ньютона**

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

1. Бином Ньютона. 2. Треугольник Паскаля. 3. Свойства бинома Ньютона. 4. Решение задач.

**Тема 9. Комбинаторные задачи с ограничениями**

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

1. Решение задач на применение формул комбинаторики. 2. Доказательство комбинаторных тождеств. 3. Контрольная работа по теории делимости и комбинаторике.

**Тема 10. Доказательство неравенств. Различные приемы доказательства неравенств (метод оценки знака разности, аналитический способ, синтетический способ, способ доказательства от противного, метод математической индукции). Применение замечательных неравенств к решению уравнений и неравенств**

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

1. Различные приемы доказательства неравенств. 2. Метод оценки знака разности. 3. Аналитический и синтетический способы. 4. Доказательство от противного. 5. Метод математической индукции. 6. Применение замечательных неравенств к решению уравнений и неравенств.

**Тема 11. Текстовые задачи**

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

1. Различные типы задач на движение, работу, проценты, смеси и сплавы. 2. Текстовые задачи в заданиях ГИА и ЕГЭ.

**Тема 12. Понятие функции. Свойства функции**

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

1. Определение функции. Область определения функции. Множество значений функции. График функции. 2. Способы задания функции. 3. Свойства функций (четность, монотонность, периодичность, асимптоты графиков). 4. Степенные и дробно-рациональные функции. 5. Показательная и логарифмическая функции, их свойства и графики. 6. Тригонометрические функции, их свойства и графики.

**Тема 13. Построение графиков функций с помощью преобразований**

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

1. Параллельный перенос (сдвиг графика). 2. Преобразование симметрии. 3. Сжатие и растяжение графика. 4. Построение графиков функций, содержащих знак модуля. 5. Сложение графиков. 6. График функции  $1/f(x)$ .

## **Тема 14. Обратная функция. Графики взаимно обратных функций**

### **лабораторная работа (2 часа(ов)):**

1. Обратная функция. Существование обратной функции. Взаимно обратные функции. Графики взаимно обратных функций. 2. Алгоритм составления обратной функции.

## **Тема 15. Обратные тригонометрические функции, их свойства и графики**

### **лабораторная работа (2 часа(ов)):**

1. Обратные тригонометрические функции:  $y = \arcsin x$ ,  $y = \arccos x$ ,  $y = \arctg x$ ,  $y = \operatorname{arccotg} x$ , их свойства и графики. 2. Вычисление значений обратных тригонометрических функций.

## **Тема 16. Исследование функций и построение их графиков**

### **лабораторная работа (2 часа(ов)):**

1. Элементарное исследование функций. 2. Исследование функций с помощью производной. 3. Схема исследования функций. 4. Решение задач.

## **Тема 17. Виды задач а параметром. Уравнения и неравенства с параметрами Линейные уравнения и неравенства с параметром**

### **лабораторная работа (2 часа(ов)):**

1. Виды задач с параметрами. 2. Первый вид задач с параметром. 3. Линейные уравнения с параметром. 4. Линейные неравенства с параметром. 5. Решение задач.

## **Тема 18. Квадратные уравнения и неравенства с параметром. Использование теоремы Виета при решении задач с параметрами. Исследование квадратного трехчлена.**

### **лабораторная работа (6 часа(ов)):**

1. Квадратные уравнения с параметром. 2. Квадратные неравенства с параметром. 3. Использование теоремы Виета при решении задач с параметрами. 4. Исследование квадратного трехчлена. 5. Решение задач.

## **Тема 19. Дробно-рациональные уравнения и неравенства с параметром.**

### **лабораторная работа (2 часа(ов)):**

1. Дробно-рациональные уравнения с параметром. 2. Дробно-рациональные неравенства с параметром. 3. Проверка ОДЗ. 4. Решение задач.

## **Тема 20. Простейшие системы уравнений с параметрами.**

### **лабораторная работа (2 часа(ов)):**

1. Системы линейных уравнений с параметрами. 2. Системы квадратных уравнений с параметрами. 3. Решение задач.

## **Тема 21. Системы неравенств с параметрами. Задания с параметрами с начальными условиями.**

### **лабораторная работа (4 часа(ов)):**

1. Системы неравенств с параметрами. 2. Второй вид задач с параметром. 3. Задания с параметрами с начальными условиями. 4. Решение задач.

## **Тема 22. Уравнения высших степеней. Положение квадратного трехчлена относительно точки.**

### **лабораторная работа (2 часа(ов)):**

1. Уравнения высших степеней. 2. Положение квадратного трехчлена относительно точки. 3. Решение задач.

## **Тема 23. Рациональные неравенства с параметром. Положение квадратного трехчлена относительно интервала.**

### **лабораторная работа (2 часа(ов)):**

1. Рациональные неравенства с параметром. 2. Положение квадратного трехчлена относительно интервала (внутри, вне,...). 3. Решение задач.

## **Тема 24. Нелинейные системы уравнений. Метод подстановки и алгебраического сложения.**

### **лабораторная работа (2 часа(ов)):**

1. Нелинейные системы уравнений. 2. Метод подстановки и алгебраического сложения. 3. Решение задач.

**Тема 25. Замена переменной. Симметрические системы. Системы однородных уравнений.**

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

1. Метод замены переменной. 2. Симметрические системы. 3. Системы однородных уравнений. 4. Решение задач.

**Тема 26. Уравнения и неравенства с модулем, содержащие параметр.**

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

1. Модуль, его аналитическая и графическая интерпретация. 2. Уравнения с модулем, содержащие параметр. 3. Неравенства с модулем, содержащие параметр. 4. Решение задач.

**Тема 27. Иррациональные уравнения и неравенства с параметром.**

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

1. Функция, содержащая переменную под знаком корня. 2. Основные способы решения иррациональных уравнений и неравенств. 3. Иррациональные уравнения с параметром. 4. Иррациональные неравенства с параметром. 5. Решение задач.

**Тема 28. Показательные и логарифмические уравнения и неравенства с параметром.**

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

1. Показательная и логарифмическая функции, их свойства и графики. 2. Использование свойств показательной и логарифмической функций при решении соответствующих уравнений и неравенств с параметром. 3. Решение задач.

**Тема 29. Задачи с параметрами в составе ЕГЭ.**

**лабораторная работа (6 часа(ов)):**

1. Основные виды задач параметрами, предлагаемых на ЕГЭ. 2. Методы решения таких задач (аналитический, графический, комбинированный). 3. Решение задач.

**Тема 30. Аксиоматическое построение геометрии.**

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

1. Становление геометрии. 2. Различные аксиоматики евклидовой геометрии. 3. Требования к системам аксиом. 4. Абсолютная и евклидова геометрии. 5. Н.И. Лобачевский - создатель неевклидовой геометрии.

**Тема 31. Треугольник. Соотношения между сторонами и углами треугольника. Четырехугольники.**

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

1. Новые признаки равенства треугольников. 2. Соотношения между сторонами и углами треугольника. 3. Параллелограмм. Ромб. Прямоугольник. Квадрат. Трапеция. 4. Теорема Вариньона. 5. Решение задач.

**Тема 32. Площадь. Подобие. Отношение площадей треугольников.**

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

1. Площади многоугольников. 2. Теорема Фалеса и ее обобщение. 3. Отношение площадей треугольников (с равным углом, равными высотами, равными основаниями, подобных). 4. Теоремы Чевы и Менелая. 5. Решение задач.

**Тема 33. Замечательные линии и точки треугольника. Свойства замечательных точек треугольника.**

**лабораторная работа (6 часа(ов)):**

1. Замечательные линии и точки треугольника (ицентр, центр тяжести, ортоцентр, центр описанной окружности). 2. Свойства замечательных точек треугольника, прямая Эйлера. 3. Окружность девяти точек. 4. Вневписанные окружности. 5. Формула Эйлера. 6. Решение задач.

**Тема 34. Окружность. Радикальная ось и радикальный центр окружностей.**

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

1. Окружность. Углы, связанные с окружностью (центральный, вписанный, углы между хордами, между секущими, между касательной и хордой). 2. Теорема о квадрате касательной. 3. Степень точки относительно окружности. 4. Радикальная ось и радикальный центр окружностей. 5. Решение задач.

### **Тема 35. Вписанные и описанные многоугольники.**

#### **лабораторная работа (3 часа(ов)):**

1. Вписанная, описанная окружности. 2. Вписанные и описанные многоугольники. 3. Прямая Симсона. 4. Теорема Птолемея. 5. Решение задач.

### **Тема 36. Геометрические преобразования**

#### **лабораторная работа (2 часа(ов)):**

1. Движения. Виды движений. 2. Осевая и центральная симметрия 3. Параллельный перенос и поворот. 4. Гомотетия. 3. Решение задач.

### **Тема 37. Аксиомы конструктивной геометрии. Основные(элементарные) построения на плоскости циркулем и линейкой.**

#### **лабораторная работа (1 часа(ов)):**

1. Аксиомы конструктивной геометрии. 2. Основные(элементарные) построения на плоскости циркулем и линейкой.

### **Тема 38. Методы решения задач на построение. Методы геометрических мест точек и геометрических преобразований.**

#### **лабораторная работа (6 часа(ов)):**

1. Этапы решения задач на построение (анализ, построение, доказательство, исследование). 2. Методы геометрических мест точек и спрямления. 3. Метод геометрических преобразований при решении задач на построение (параллельного переноса, осевой и центральной симметрии, гомотетии и поворота). 4. Решение задач.

### **Тема 39. Задачи на построение, неразрешимые циркулем и линейкой. Алгебраический метод при решении задач на построение. Решение задач повышенной сложности по планиметрии.**

#### **лабораторная работа (4 часа(ов)):**

1. Разрешимость задач на построение циркулем и линейкой. 2. Задачи на построение, неразрешимые циркулем и линейкой. 3. Алгебраический метод при решении задач на построение. 4. Решение различных планиметрических задач и задач на построение.

### **Тема 40. Стереометрия Понятие многогранника. Выпуклые и невыпуклые, правильные, полуправильные, звездчатые многогранники. Теорема Эйлера для многогранников, принцип двойственности.**

#### **лабораторная работа (4 часа(ов)):**

1. Два подхода к определению многогранника 2. Выпуклые и невыпуклые многогранники. Свойства выпуклых многогранников (теоремы) 3. Правильные многогранники. Исторические сведения (Платоновы тела) 4. Полуправильные многогранники (Архимедовы тела) 5. Звездчатые многогранники 6. Теорема Эйлера 7. Принцип двойственности (правильные многогранники)

### **Тема 41. Геометрия тетраэдра. Тетраэдр и сферы. Медианы тетраэдра. Ортоцентрический прямоугольный, равногранный тетраэдр. Свойства. Описанный параллелепипед тетраэдра.**

#### **лабораторная работа (2 часа(ов)):**

1. Геометрия тетраэдра. Основные понятия. Элементы тетраэдра 2. Тетраэдр и сферы (описанная, вписанная, невписанная). Необходимые и достаточные условия. 3. Медианы, бимедианы тетраэдра. Свойства. 4. Ортоцентрический, прямоугольный, равногранный тетраэдр. Свойства. 5. Описанный параллелепипед тетраэдра. 6. Решение задач.

### **Тема 42. Многогранные углы. Свойства. Двугранные углы. Равенство двугранных углов. Свойства. Трехгранный угол. Правильный трехгранный угол. Теорема Пифагора. Признаки равенства трехгранных углов.**

#### **лабораторная работа (2 часа(ов)):**

1. Многогранные углы. Свойства. 2. Двугранные углы. Равенство двугранных углов. Свойства. 3. Трехгранный угол. Определение. Элементы трехгранного угла. 4. Правильный трехгранный угол. 5. Теорема Пифагора для двугранного угла. 6. Признаки равенства трехгранных углов.

**Тема 43. Теорема косинусов и синусов для трехгранного угла.**

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

1. Теорема синусов для трехгранного угла (доказательство). 2. Теорема косинусов для трехгранного угла (доказательство). 3. Решение задач.

**Тема 44. Геометрические места точек в пространстве. Построение перпендикуляра к плоскости.**

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

1. Основные понятия и определения. 2. Основные ГМТ в пространстве. 3. Построение перпендикуляра плоскости.

**Тема 45. Круглые тела. Сфера и шар. Пересечение шара (сферы) плоскостью. Касание шара и сферы плоскостью. Симметрия сферы (шара). Свойства касательной и секущей, секущих и хорд. Части шара: сегментная поверхность, шаровой сегмент, шаровой пояс, шаровой слой, шаровой сектор.**

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

1. Круглые тела. Сфера и шар. 2. Пересечение шара (сферы) плоскостью. Касание шара и сферы плоскостью. 3. Симметрия сферы (шара). 4. Свойства касательной и секущей, секущих и хорд. 5. Части шара: сегментная поверхность, шаровой сегмент, шаровой пояс, шаровой слой, шаровой сектор. 6. Решение задач.

**Тема 46. Цилиндрические, конические поверхности. Цилиндр. Развертка. Конус. Усеченный конус. Развертки конуса и усеченного конуса. Симметрия цилиндра вращения. Сечение конуса плоскостью.**

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

1. Цилиндрическая поверхность. Цилиндры. 2. Коническая поверхность. Конусы. 3. Тела вращения. Круглые тела. Основные понятия. 4. Цилиндр. Развертка. Симметрия цилиндра вращения. 5. Конус. Сечение конуса плоскостью. Усеченный конус. Развертки конуса и усеченного конуса. 6. Контрольная работа по теме "Многогранники. Тетраэдр. Теорема синусов и косинусов". 6. Решение задач.

**Тема 47. Вписанные и описанные многогранники. Основные понятия и определения. Призма, описанная около шара.**

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

1. Вписанные и описанные многогранники. 2. Основные понятия и определения. 3. Призма, описанная около шара. Необходимые и достаточные условия. 4. Решение задач.

**Тема 48. Задачи на построение в стереометрии. Позиционная полнота и метрическая определенность изображений. Построение сечений (основные методы: метод основной плоскости, метод следа, метод соответствия точек). Теорема Польки-Шварца.**

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

1. Стереометрические задачи на построение. Основные понятия. 2. Аксиоматический метод. 3. Метод проекционного чертежа. 4. Позиционная полнота и метрическая определенность. 5. Теорема Польке-Шварца. 6. Аффинные и метрические свойства фигур. 7. Основные методы: метод основной плоскости, метод следа, метод соответствия точек. 8. Построение сечений.

**Тема 49. Изображение многогранников, конусов, цилиндров**

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

1. Изображение многогранников 2. изображение конуса, цилиндра 3. Решение задач

**Тема 50. Объем. Кубируемые тела. Свойства объемов (аксиомы). Теорема об объеме прямого цилиндра. Представление объема интегралом. Выводы формул: объем цилиндра, конуса, шара. Принцип Б. Кавальери. Формула Симпсона**

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

1. Понятие объема. Кубируемые тела. 2.Свойства (аксиомы) 3. Теорема об объеме прямого цилиндра 4. Представление объема интегралом 5.Формулы для вычисления объемов цилиндра, конуса, шара 6. Принцип Кавальери 7. Формула Симпсона 8. Решение задач ЕГЭ

### Тема 51. Равновеликость и равноставленность

#### лабораторная работа (2 часа(ов)):

1.Равновеликость и равноставленность. Необходимые и достаточные условия 2. Решение задач по теме "Объемы"

**Тема 52. Понятие поверхности. Двусторонние и односторонние поверхности. "Лента Мебиуса". Ее свойства. Описанные многогранники и определение площади выпуклой поверхности. Площадь сферы, боковой поверхности цилиндра, конуса, усеченного конуса.**

#### лабораторная работа (4 часа(ов)):

1. Понятие поверхности. Двусторонние и односторонние поверхности ". Свойства ленты Мебиуса 3. Описанные многогранники. 4. Определение площади выпуклой поверхности 5. Вывод формул для площади сферы, боковой поверхности цилиндра, конуса, усеченного конуса 6. Решение задач

### 4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Теория делимости. Отношение делимости и его свойства	1	1	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
2.	Тема 2. Признаки делимости. Признак Паскаля	1	2	подготовка домашнего задания	1	домашнее задание
				подготовка к устному опросу	1	устный опрос
3.	Тема 3. Деление с остатком. Свойства деления с остатком	1	3	подготовка домашнего задания	1	домашнее задание
				подготовка к творческому экзамену	1	творческое задание
4.	Тема 4. НОД и НОК. Алгоритм Евклида. Взаимно простые числа. Линейное представление НОД. Диофантовы уравнения первой степени с двумя неизвестными. Решение уравнений в множестве натуральных и целых чисел	1	4-5	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
				подготовка к письменной работе	2	письменная работа

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
5.	Тема 5. Комбинаторика Основные понятия и правила комбинаторики (правила суммы и произведения, формула исключений)	1	6	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
6.	Тема 6. Размещения с повторениями и без повторений, перестановки и сочетания без повторений	1	7	подготовка домашнего задания	1	домашнее задание
				подготовка к творческому экзамену	1	творческое задание
7.	Тема 7. Перестановки и сочетания с повторениями	1	8	подготовка домашнего задания	1	домашнее задание
				подготовка к письменной работе	1	письменная работа
8.	Тема 8. Бином Ньютона. Треугольник Паскаля. Свойства бинома Ньютона	1	9	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
9.	Тема 9. Комбинаторные задачи с ограничениями	1	10-11	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа
10.	Тема 10. Доказательство неравенств. Различные приемы доказательства неравенств (метод оценки знака разности, аналитический способ, синтетический способ, способ доказательства от противного, метод математической индукции). Применение замечательных неравенств к решению уравнений и неравенств	1	12	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
11.	Тема 11. Текстовые задачи	1	13	подготовка домашнего задания	1	домашнее задание
				подготовка к творческому экзамену	1	творческое задание
12.	Тема 12. Понятие функции. Свойства функции	1	14	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
13.	Тема 13. Построение графиков функций с помощью преобразований	1	15	подготовка домашнего задания	1	домашнее задание
				подготовка к письменной работе	1	письменная работа
14.	Тема 14. Обратная функция. Графики взаимно обратных функций	1	16	подготовка домашнего задания	1	домашнее задание
				подготовка к презентации	1	презентация
15.	Тема 15. Обратные тригонометрические функции, их свойства и графики	1	17	подготовка домашнего задания	1	домашнее задание
				подготовка к презентации	1	презентация
16.	Тема 16. Исследование функций и построение их графиков	1	18	подготовка домашнего задания	1	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	1	контрольная работа
17.	Тема 17. Виды задач а параметром. Уравнения и неравенства с параметрами Линейные уравнения и неравенства с параметром	3	1	подготовка домашнего задания	1	домашнее задание
				подготовка к устному опросу	1	устный опрос
18.	Тема 18. Квадратные уравнения и неравенства с параметром. Использование теоремы Виета при решении задач с параметрами. Исследование квадратного трехчлена.	3	2-4	подготовка домашнего задания	2,5	домашнее задание
				подготовка к тестированию	2,5	тестирование
				подготовка к устному опросу	1	устный опрос

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
19.	Тема 19. Дробно-рациональные уравнения и неравенства с параметром.	3	5	подготовка домашнего задания	0,5	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	1,5	контрольная работа
20.	Тема 20. Простейшие системы уравнений с параметрами.	3	6	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
21.	Тема 21. Системы неравенств с параметрами. Задания с параметрами с начальными условиями.	3	7-8	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа
22.	Тема 22. Уравнения высших степеней. Положение квадратного трехчлена относительно точки.	3	9	подготовка домашнего задания	1	домашнее задание
				подготовка к тестированию	1	тестирование
23.	Тема 23. Рациональные неравенства с параметром. Положение квадратного трехчлена относительно интервала.	3	10	подготовка домашнего задания	1	домашнее задание
				подготовка к тестированию	1	тестирование
24.	Тема 24. Нелинейные системы уравнений. Метод подстановки и алгебраического сложения.	3	11	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
25.	Тема 25. Замена переменной. Симметрические системы. Системы однородных уравнений.	3	12	подготовка домашнего задания	1	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	1	контрольная работа
26.	Тема 26. Уравнения и неравенства с модулем, содержащие параметр.	3	13	подготовка домашнего задания	1,5	домашнее задание
				подготовка к устному опросу	0,5	устный опрос
27.	Тема 27. Иррациональные уравнения и неравенства с параметром.	3	14	подготовка домашнего задания	1,5	домашнее задание
				подготовка к устному опросу	0,5	устный опрос

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
28.	Тема 28. Показательные и логарифмические уравнения и неравенства с параметром.	3	15	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
				подготовка к творческому экзамену	2	творческое задание
29.	Тема 29. Задачи с параметрами в составе ЕГЭ.	3	16-18	подготовка домашнего задания	1,5	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	1,5	контрольная работа
				подготовка к творческому экзамену	1	творческое задание
30.	Тема 30. Аксиоматическое построение геометрии.	4	1	подготовка к тестированию	1	тестирование
31.	Тема 31. Треугольник. Соотношения между сторонами и углами треугольника. Четырехугольники.	4	2-3	подготовка домашнего задания	1,5	домашнее задание
				подготовка к тестированию	0,5	тестирование
32.	Тема 32. Площадь. Подобие. Отношение площадей треугольников.	4	4-5	подготовка домашнего задания	1,5	домашнее задание
				подготовка к тестированию	0,5	тестирование
33.	Тема 33. Замечательные линии и точки треугольника. Свойства замечательных точек треугольника.	4	6-8	подготовка домашнего задания	1,5	домашнее задание
				подготовка к тестированию	0,5	тестирование
34.	Тема 34. Окружность. Радикальная ось и радикальный центр окружностей.	4	9-10	подготовка домашнего задания	1,5	домашнее задание
				подготовка к тестированию	0,5	тестирование
35.	Тема 35. Вписанные и описанные многоугольники.	4	11-12	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
36.	Тема 36. Геометрические преобразования	4	12-13	подготовка домашнего задания	0,5	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	1,5	контрольная работа

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
37.	Тема 37. Аксиомы конструктивной геометрии. Основные(элементарные) построения на плоскости циркулем и линейкой.	4	13	подготовка к тестированию	1	тестирование
38.	Тема 38. Методы решения задач на построение. Методы геометрических мест точек и геометрических преобразований.	4	14-16	подготовка домашнего задания	0,5	домашнее задание
				подготовка к творческому экзамену	1	творческое задание
				подготовка к тестированию	0,5	тестирование
39.	Тема 39. Задачи на построение, неразрешимые циркулем и линейкой. Алгебраический метод при решении задач на построение. Решение задач повышенной сложности по планиметрии.	4	17-18	подготовка домашнего задания	1	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	1	контрольная работа
40.	Тема 40. Стереометрия. Понятие многогранника. Выпуклые и невыпуклые, правильные, полуправильные, звездчатые многогранники. Теорема Эйлера для многогранников, принцип двойственности.	5	1-2	подготовка домашнего задания	1	домашнее задание
				подготовка к тестированию	1	тестирование
41.	Тема 41. Геометрия тетраэдра. Тетраэдр и сферы. Медианы тетраэдра. Ортоцентрический прямоугольный, равногранный тетраэдр. Свойства. Описанный параллелепипед тетраэдра.	5	3	подготовка домашнего задания	0,5	домашнее задание
				подготовка к творческому экзамену	0,5	творческое задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
42.	Тема 42. Многогранные углы. Свойства. Двугранные углы. Равенство двугранных углов. Свойства. Трехгранный угол. Правильный трехгранный угол. Теорема Пифагора. Признаки равенства трехгранных углов.	5	4	подготовка домашнего задания	0,5	домашнее задание
				подготовка к устному опросу	0,5	устный опрос
43.	Тема 43. Теорема косинусов и синусов для трехгранного угла.	5	5	подготовка домашнего задания	1	домашнее задание
44.	Тема 44. Геометрические места точек в пространстве. Построение перпендикуляра к плоскости.	5	6	подготовка к письменной работе	1	письменная работа
45.	Тема 45. Круглые тела. Сфера и шар. Пересечение шара (сферы) плоскостью. Касание шара и сферы плоскостью. Симметрия сферы (шара). Свойства касательной и секущей, секущих и хорд. Части шара: сегментная поверхность, шаровой сегмент, шаровой пояс, шаровой слой, шаровой сектор.	5	7	подготовка домашнего задания	1	домашнее задание
46.	Тема 46. Цилиндрические, конические поверхности. Цилиндр. Развертка. Конус. Усеченный конус. Развертки конуса и усеченного конуса. Симметрия цилиндра вращения. Сечение конуса плоскостью.	5	8-9	подготовка к контрольной работе	1	контрольная работа
				подготовка к творческому экзамену	1	творческое задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
47.	Тема 47. Вписанные и описанные многогранники. Основные понятия и определения. Призма, описанная около шара.	5	10	подготовка домашнего задания	1	домашнее задание
48.	Тема 48. Задачи на построение в стереометрии. Позиционная полнота и метрическая определенность изображений. Построение сечений (основные методы: метод основной плоскости, метод следа, метод соответствия точек). Теорема Польки-Шварца.	5	11-12	подготовка домашнего задания	1	домашнее задание
				подготовка к письменной работе	1	письменная работа
49.	Тема 49. Изображение многогранников, конусов, цилиндров	5	13	подготовка домашнего задания	1	домашнее задание
50.	Тема 50. Объем. Кубируемые тела. Свойства объемов (аксиомы). Теорема об объеме прямого цилиндра. Представление объема интегралом. Выводы формул: объем цилиндра, конуса, шара. Принцип Б. Кавальери. Формула Симпсона	5	14-15	подготовка домашнего задания	1	домашнее задание
				подготовка к письменной работе	1	письменная работа
51.	Тема 51. Равновеликость и равноставленность	5	16	подготовка домашнего задания	1	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
52.	Тема 52. Понятие поверхности. Двусторонние и односторонние поверхности. "Лента Мебиуса". Ее свойства. Описанные многогранники и определение площади выпуклой поверхности. Площадь сферы, боковой поверхности цилиндра, конуса, усеченного конуса.	5	17-18	подготовка домашнего задания	1	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	1	контрольная работа
	Итого				121	

## 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Освоение дисциплины "Методика решения задач по элементарной математике" предполагает использование активных и интерактивных форм проведения занятий в сочетании с внеаудиторной работой: дистанционного обучения; технологии балльно-рейтинговой оценки достижений студентов; технологии модульного обучения студентов; технологии организации самостоятельной работы студента; технологии оценивания учебных достижений студентов. Внедрение дистанционной системы обучения. Использование компьютера и мультимедийной техники.

## 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

### Тема 1. Теория делимости. Отношение делимости и его свойства

домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашнего задания по теме "Отношение делимости и его свойства". Решение заданий по теории делимости из методического пособия "Теория делимости" (с. 5, ♦ 5-10, с. 11, ♦ 14).

### Тема 2. Признаки делимости. Признак Паскаля

домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашнего задания по теме "Признаки делимости. Признак Паскаля". Выполнение индивидуальных заданий по признакам делимости из методического пособия "Теория делимости" (с. 37, 39) и решение примеров (с. 16, ♦ 2, 3, 4, 8).

устный опрос , примерные вопросы:

Опрос на знание признаков делимости на 2, 3 (9), 4 (25), 8 (125), 7, 11, 13 и доказательств этих признаков, используя свойства делимости.

### Тема 3. Деление с остатком. Свойства деления с остатком

домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашнего задания по теме "Деление с остатком. Свойства деления с остатком". Решение задач из методического пособия "Теория делимости" (с. 22, ♦ 10-17) и выполнение индивидуальных заданий (с.41).

творческое задание , примерные вопросы:

Выполнение задания: разработать примеры на применение признаков делимости, деления с остатком и представить на занятии.

#### **Тема 4. НОД и НОК. Алгоритм Евклида. Взаимно простые числа. Линейное представление НОД. Диофантовы уравнения первой степени с двумя неизвестными. Решение уравнений в множестве натуральных и целых чисел**

домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашнего задания по теме " НОД и НОК. Алгоритм Евклида. Взаимно простые числа. Линейное представление НОД". Решение задач из методического пособия "Теория делимости" (с. 31, ♦ 7-14, с. 38, ♦ 2-3, с. 40 ♦ 5).

письменная работа , примерные вопросы:

Выполнить письменную работу по теме "Диофантовы уравнения первой степени с двумя неизвестными. Решение уравнений в множестве натуральных и целых чисел" (с. 43 ♦ 7).

#### **Тема 5. Комбинаторика Основные понятия и правила комбинаторики (правила суммы и произведения, формула исключений)**

домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашнего задания по теме "Основные понятия и правила комбинаторики". Решение задач из методического пособия "Комбинаторика и бином Ньютона" (с. 9 ♦ 8-10) и выполнение индивидуальных заданий по теме (с.9-11).

#### **Тема 6. Размещения с повторениями и без повторений, перестановки и сочетания без повторений**

домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашнего задания по теме "Размещения с повторениями и без повторений, перестановки и сочетания без повторений". Выполнить индивидуальные задания на размещения, перестановки и сочетания без повторений из методического пособия "Комбинаторика и бином Ньютона" (с. 16-19 ♦ 7-10).

творческое задание , примерные вопросы:

Разработать примеры на использование формул комбинаторики и представить на занятии.

#### **Тема 7. Перестановки и сочетания с повторениями**

домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашнего задания по теме "Перестановки и сочетания с повторениями". Выполнение индивидуальных заданий из методического пособия "Комбинаторика и бином Ньютона" (с. 22-24 ♦ 4,5).

письменная работа , примерные вопросы:

Выполнить письменную работу по теме "Нахождение НОД и НОК. Основные правила и формулы комбинаторики". Примерный вариант задания: 1. Найдите НОД чисел  $a$  и  $b$ . Представьте его в виде линейной комбинации чисел. 2. Найдите числа  $a$  и  $b$ , если известны НОК и  $a:b=14:17$ . 3. Сколько существует треугольников, длины которых принимают одно из следующих значений: 4,5,6,7 см? 4. Сколько человек участвовало в прогулке, если известно, что 16 из них взяли с собой бутерброды с ветчиной, 24 ? с колбасой, 15 ? с сыром, 11 ? и с ветчиной и с колбасой, 8 ? и с ветчиной и с сыром, 12 ? и с колбасой и с сыром, 6 ? бутерброды всех трех видов, а 5 вместо бутербродов взяли с собой пирожки?

#### **Тема 8. Бином Ньютона. Треугольник Паскаля. Свойства бинома Ньютона**

домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашнего задания по теме "Бином Ньютона. Треугольник Паскаля. Свойства бинома Ньютона". Выполнить индивидуальные задания по теме из методического пособия "Комбинаторика и бином Ньютона" (с. 31-34 ♦ 6-8).

#### **Тема 9. Комбинаторные задачи с ограничениями**

домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашнего задания по теме "Комбинаторные задачи с ограничениями". Выполнить индивидуальные задания по теме из методического пособия "Комбинаторика и бином Ньютона" (с. 40-44 ♦ 7-9).

контрольная работа , примерные вопросы:

Выполнение контрольной работы по теории делимости и комбинаторике. Примерный вариант работы: 1. Найти НОД чисел 441 и 686; представить его в виде линейной комбинации этих чисел. 2. Найти числа  $a$  и  $b$ , если их НОД равен 8, а произведение равно 384. 3. Доказать, что многочлен при всяком целом значении  $n$  представляет собой число, делящееся на 120. 4. Из 100 учеников школы 10 класса, прочитавших хотя бы один из романов Л.Н. Толстого "Анна Каренина", "Война и мир", "Воскресение", "Анну Каренину" прочитали 70 учеников, роман "Война и мир" - 65 учеников, "Воскресение" - 40 учеников. "Анну Каренину" и "Войну и мир" читали 40 учеников, "Войну и мир" и "Воскресение" - 20 учеников, "Анну Каренину" и "Воскресение" - 30 учеников. Сколько всего учеников прочитали все три романа? 5. Для спектакля из 20 девочек надо выбрать: а) четырех девочек на роли снежинок; б) четырех девочек на роли Снежной королевы, Герды, маленькой разбойницы и принцессы. Сколькими способами это можно сделать? 6. Каждого из 7 студентов можно направить для прохождения педагогической практики в одну из трех школ. Сколькими различными способами это можно сделать? 7. Сколько можно построить различных прямоугольников, если длина каждой стороны выражается натуральным числом от 1 до 7? 8. Сколькими способами можно расселить 8 студентов по трем комнатам: одноместной, трехместной и четырехместной?

**Тема 10. Доказательство неравенств. Различные приемы доказательства неравенств (метод оценки знака разности, аналитический способ, синтетический способ, способ доказательства от противного, метод математической индукции). Применение замечательных неравенств к решению уравнений и неравенств**

домашнее задание , примерные вопросы:

Каждой микрогруппе предлагается подготовить выступления о нестандартных приемах доказательства неравенств и представить в виде презентации на лабораторном занятии.

**Тема 11. Текстовые задачи**

домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашнего задания по теме "Текстовые задачи". Решить задачи по вариантам арифметическим и алгебраическим способом. Примеры задач: 1. В каком отношении надо смешать чай двух сортов: по 540 р. за 1 кг и по 380 р. за 1 кг, чтобы цена 1 кг смеси стоила 480 р.? 2. Вкладчик положил в банк 25000 руб. при 12% годовых. Какова будет величина вклада через три года? 3. Два каменщика, второй из которых начинает работать на полтора дня позже первого, могут выполнить работу за 7 дней. Если бы эту работу выполнял каждый отдельно, то первому потребовалось бы на 3 дня больше, чем второму. За сколько дней выполнит эту работу второй каменщик? 4. Из пунктов А и В навстречу друг другу выехали соответственно грузовой и легковой автомобили. Грузовой автомобиль проходил в час 5% всего пути между пунктами и встретился с легковым автомобилем через 3 часа 20 минут после начала движения. Сколько минут затратил на путь из В в А легковой автомобиль? 5. Сколько килограммов воды нужно выпарить из 0,5 т целлюлозной массы, содержащей 85% воды, чтобы получить массу с содержанием 75% воды? 6. Имеются три слитка массой в 5 кг, 3 кг и 2 кг. Каждый представляет собой сплав серебра и меди. Если сплавить первый и второй слитки, то в этом сплаве будет 75% серебра; если сплавить первый и третий слитки, то в этом сплаве будет 78% серебра; если же сплавить второй и третий слитки, то в этом сплаве будет 85,2% серебра. Сколько процентов серебра содержится в каждом слитке? (потери при переплавке не учитывать.)

творческое задание , примерные вопросы:

Каждая микрогруппа готовит выступления по одному из предлагаемых типов задач (на движение, работу, проценты, оптимизацию, задачи из ГИА и ЕГЭ). Представить решение задач в виде презентации на занятии.

**Тема 12. Понятие функции. Свойства функции**

домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашнего задания по теме "Понятие функции. Свойства функции". 1. Выполнить задание ♦ 1 по вариантам из методического пособия "Функции и графики" (с.11-14 ♦ 1-2). 2. Построить графики степенной, дробно-рациональной, показательной, логарифмической функций (по вариантам) , найти область определения и множество значений тригонометрических функций (по вариантам).

**Тема 13. Построение графиков функций с помощью преобразований**

домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашнего задания по теме "Построение графиков функций с помощью преобразований". 1. Выполнить задания по вариантам с помощью преобразования тригонометрических функций. 2. Выполнить задание ♦ 2 из методического пособия "Функции и графики" (с.20 ♦ 1-5). 3. Построить график функции, содержащей модуль. 4. Выполнить задание на сложение графиков из методического пособия "Функции и графики" (с.20 ♦ 3). 5. Построить график функции  $y=1/f(x)$  (задание на с.28-29, ♦ 2 из методического пособия "Функции и графики"). 6. Исследование функций и построение графиков (задание на с.28-29, ♦ 4 из методического пособия "Функции и графики").

письменная работа , примерные вопросы:

Выполнить письменную работу по теме "Построение графиков функций с помощью преобразований".

#### **Тема 14. Обратная функция. Графики взаимно обратных функций**

домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашнего задания по теме "Обратная функция. Графики взаимно обратных функций". Построение графиков взаимно обратных функций, нахождение функции, обратной к данной (задание на с.24-25, ♦ 3 из методического пособия "Функции и графики").

презентация , примерные вопросы:

Разработать презентацию по данной теме с демонстрацией построения графиков взаимно обратных функций.

#### **Тема 15. Обратные тригонометрические функции, их свойства и графики**

домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашнего задания по теме "Обратные тригонометрические функции, их свойства и графики". Построение графиков обратных тригонометрических функций из предложенных преподавателем по вариантам

презентация , примерные вопросы:

Разработать презентацию по данной теме.

#### **Тема 16. Исследование функций и построение их графиков**

домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашнего задания по данной теме (задание на с. 27 из методического пособия "Функции и графики").

контрольная работа , примерные вопросы:

Выполнение контрольной работы по функциям и их графикам. Примерный вариант (у каждого студента определенный вид функций): 1. Найти область определения функции 2. Найти область определения и множество значений функции 3. Является ли монотонной функция 4. Провести исследование функции и построить ее график 5. Построить график функции

#### **Тема 17. Виды задач а параметром. Уравнения и неравенства с параметрами Линейные уравнения и неравенства с параметром**

домашнее задание , примерные вопросы:

Самостоятельная работа студента в данном семестре сопровождается электронным образовательным ресурсом (ЭОР) на площадке "Тулпар" (адрес: <http://tulpar.kpfu.ru/course/view.php?id=162>). Выполнение домашнего задания по теме "Линейные уравнения и неравенства с параметром" включает: 1. Изучение материала лекции 1 "Задания с параметром". 2. Тестирование по теме "Задания с параметром".

устный опрос , примерные вопросы:

Опрос на знание основных видов задач с параметрами, решение линейных уравнений и неравенств с параметром, проведение исследования в ходе решения.

#### **Тема 18. Квадратные уравнения и неравенства с параметром. Использование теоремы Виета при решении задач с параметрами. Исследование квадратного трехчлена.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашнего задания по теме "Использование теоремы Виета при решении задач с параметрами".

тестирование , примерные вопросы:

Просмотр видеолекции по теме "Уравнения, содержащие параметр" с решением теста в завершении.

устный опрос , примерные вопросы:

Опрос по исследованию квадратного трехчлена, использованию теоремы Виета при решении задач с параметрами, решение квадратных уравнений и неравенств с параметрами.

### **Тема 19. Дробно-рациональные уравнения и неравенства с параметром.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашнего задания по теме "Дробно-рациональные уравнения и неравенства с параметром".

контрольная работа , примерные вопросы:

Выполнение контрольной работы по решению линейных и квадратных уравнений и неравенств с параметром, использование теоремы Виета и свойств квадратного трехчлена.

### **Тема 20. Простейшие системы уравнений с параметрами.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашнего задания по теме "Простейшие системы уравнений с параметрами".

### **Тема 21. Системы неравенств с параметрами. Задания с параметрами с начальными условиями.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашнего задания по теме "Системы неравенств с параметрами. Задачи с начальными условиями".

контрольная работа , примерные вопросы:

Выполнение контрольной работы по решению задач второго типа, содержащих начальные условия, а также на решение систем неравенств с параметрами.

### **Тема 22. Уравнения высших степеней. Положение квадратного трехчлена относительно точки.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашнего задания по теме "Уравнения высших степеней" на решение уравнений разными методами.

тестирование , примерные вопросы:

Выполнение тестов на исследование положения квадратного трехчлена относительно точки.

### **Тема 23. Рациональные неравенства с параметром. Положение квадратного трехчлена относительно интервала.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашнего задания по теме "Рациональные неравенства с параметром".

тестирование , примерные вопросы:

Выполнение теста на исследование положения квадратного трехчлена относительно интервала и решение рациональных неравенств с параметрами.

### **Тема 24. Нелинейные системы уравнений. Метод подстановки и алгебраического сложения.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашнего задания по теме "Методы подстановки и алгебраического сложения при решении систем уравнений".

### **Тема 25. Замена переменной. Симметрические системы. Системы однородных уравнений.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашнего задания на решение уравнений методом замены переменной, симметрических и однородных систем

контрольная работа , примерные вопросы:

Выполнение контрольной работы по вариантам по решению уравнений высших степеней, рациональных неравенств и нелинейных систем уравнений.

### **Тема 26. Уравнения и неравенства с модулем, содержащие параметр.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашнего задания в ЭОР по теме "Уравнения и неравенства с модулем, содержащие параметр", включающего: 1. Изучение материала лекций 2.1 и 2.2 о методах решения уравнений и неравенств с модулем 2. Тестирование по теме "Уравнения, содержащие модуль"

устный опрос , примерные вопросы:

Опрос по свойствам функции с модулем.

### **Тема 27. Иррациональные уравнения и неравенства с параметром.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашнего задания по теме "Иррациональные уравнения и неравенства с параметром".

устный опрос , примерные вопросы:

Опрос по свойствам функции, содержащей переменную под знаком корня и основным способам решения иррациональных уравнений и неравенств.

### **Тема 28. Показательные и логарифмические уравнения и неравенства с параметром.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашнего задания по теме "Показательные и логарифмические уравнения и неравенства с параметром".

творческое задание , примерные вопросы:

Проанализировать действующие учебники по "Алгебре" на предмет рассмотрения в них соответствующих уравнений и неравенств с параметрами.

### **Тема 29. Задачи с параметрами в составе ЕГЭ.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашнего задания на повторение.

контрольная работа , примерные вопросы:

Выполнение контрольной работы по теме "Решение задач с параметрами первого и второго видов".

творческое задание , примерные вопросы:

Проанализировать виды задач С-5 в сборниках по подготовке к ЕГЭ, выделить их основные типы и способы решения.

### **Тема 30. Аксиоматическое построение геометрии.**

тестирование , примерные вопросы:

Подготовка к тестам на тему "Требования к системам аксиом".

### **Тема 31. Треугольник. Соотношения между сторонами и углами треугольника. Четырехугольники.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашнего задания по теме " Треугольник. Соотношения между сторонами и углами треугольника. Параллелограмм Вариньона".

тестирование , примерные вопросы:

Подготовка к тестам на тему "треугольник, параллелограмм Вариньона".

### **Тема 32. Площадь. Подобие. Отношение площадей треугольников.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашнего задания на подобие треугольников, вычисление площадей треугольников, применение теорем Чебы и Менелая.

тестирование , примерные вопросы:

Подготовка к тестам на тему "Площадь треугольника, следствия из теоремы о площади треугольника, отношение площадей треугольников с равными углами, теоремы Чевы и Менелая"

### **Тема 33. Замечательные линии и точки треугольника. Свойства замечательных точек треугольника.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашнего задания на применение свойств замечательных линий и точек треугольника.

тестирование , примерные вопросы:

Выполнение тестов на тему "Свойства замечательных точек треугольника".

### **Тема 34. Окружность. Радикальная ось и радикальный центр окружностей.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашнего задания на виды углов, вписанных в окружность, применение теоремы о квадрате касательной.

тестирование , примерные вопросы:

Подготовка к выполнению тестов на тему "Радикальная ось и радикальный центр окружностей, углы, связанные с окружностью".

### **Тема 35. Вписанные и описанные многоугольники.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач на применение свойств вписанных и описанных окружностей.

### **Тема 36. Геометрические преобразования**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач на геометрические преобразования.

контрольная работа , примерные вопросы:

Решение задач на тему "Геометрические преобразования".

### **Тема 37. Аксиомы конструктивной геометрии. Основные(элементарные) построения на плоскости циркулем и линейкой.**

тестирование , примерные вопросы:

Подготовка к тестам на тему "Геометрические преобразования. Основные построения циркулем и линейкой".

### **Тема 38. Методы решения задач на построение. Методы геометрических мест точек и геометрических преобразований.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач на построение методом геометрических преобразований и ГМТ.

творческое задание , примерные вопросы:

Выполнение сравнительного анализа действующих школьных учебников геометрии по теме "Задачи на построение".

тестирование , примерные вопросы:

Подготовка к тестам на тему "геометрические преобразования при решении задач на построение".

### **Тема 39. Задачи на построение, неразрешимые циркулем и линейкой. Алгебраический метод при решении задач на построение. Решение задач повышенной сложности по планиметрии.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашнего задания на алгебраический метод при решении задач на построение.

контрольная работа , примерные вопросы:

Выполнение итоговой контрольной работы.

### **Тема 40. Стереометрия Понятие многогранника. Выпуклые и невыпуклые, правильные, полуправильные, звездчатые многогранники. Теорема Эйлера для многогранников, принцип двойственности.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение домашнего задания по теме "Виды многогранников", решение задач по теме "Аксиомы стереометрии". Решение задач по теме " Параллельность и перпендикулярность в пространстве". Выполнение домашнего задания по теме "Виды многогранников", решение задач по теме "Аксиомы стереометрии". Задания выполняются из учебника "Геометрия 7-11" под редакцией А.В. Погорелова, ♦ 15: ♦4-8,14.

тестирование , примерные вопросы:

Выполнение тестирования по основным темам школьного курса стереометрии. Решение задач по теме " Параллельность и перпендикулярность в пространстве". Примеры заданий: 1. Плоскость проходит через середины ребер DE, EC, AD четырехугольной пирамиды EABCD. Верным является: 1) прямая CD параллельна плоскости; 2) прямая CD пересекает плоскость; 3) прямая CD принадлежит плоскости; 4) взаимное расположение прямой и плоскости определить нельзя (на рисунке приводится положение прямой и плоскости). 2. В тетраэдре SABC прямые SC, BC перпендикулярны,  $AS=AC=AB=13$ ,  $SB=24$ ,  $SC=12$ . Найти объем пирамиды.

**Тема 41. Геометрия тетраэдра. Тетраэдр и сферы. Медианы тетраэдра. Ортоцентрический прямоугольный, равногранный тетраэдр. Свойства. Описанный параллелепипед тетраэдра.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение задания по теме "Геометрия тетраэдра". Выполнение задания по теме "Геометрия тетраэдра". Задания выполняются из учебника "Геометрия 7-11" под редакцией А.В. Погорелова, ♦ 16: ♦15,16,25; ♦ 17: ♦9-12.

творческое задание , примерные вопросы:

Выполнение сравнительного анализа школьных учебников геометрии по теме "Многогранники". Типы многогранников - призма, параллелепипед, пирамида, усеченная пирамида. Предлагаются учебники - "Геометрия 7-11" под редакцией А.В. Погорелова, "Геометрия 10-11" под редакцией Л.С. Атанасяна, "Геометрия 10- 11", автор И.Ф. Шарыгин.

**Тема 42. Многогранные углы. Свойства. Двугранные углы. Равенство двугранных углов. Свойства. Трехгранный угол. Правильный трехгранный угол. Теорема Пифагора. Признаки равенства трехгранных углов.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по теме "Двугранный, трехгранный угол". Решение задач по теме "Расстояние в пространстве". Задания выполняются из учебного пособия: Практикум по элементарной математике. Геометрия: Учеб. пособие для студентов/ В.А. Гусев и др. - М: Просвещение, 1992. - 352 с. (с.236-238: ♦703(а), ♦717(б), ♦729(а), с.261-263: ♦779(а), ♦795(а)).

устный опрос , примерные вопросы:

Опрос по основным понятиям: двугранный угол, трехгранный угол, свойства, правильный трехгранный угол, признаки равенства трехгранных углов.

**Тема 43. Теорема косинусов и синусов для трехгранного угла.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач на применение теорем синусов и косинусов в пространстве. Задания выполняются из книги: Геометрия. 11 кл.: задачник для общеобразовательных учреждений с углуб. и профильным изучением математики/Е.В. Потаскуев, Л.И.Звавич. - М.: Дрофа, 2005.- 235 с. с.58, 59 -♦2.175-2.181.

**Тема 44. Геометрические места точек в пространстве. Построение перпендикуляра к плоскости.**

письменная работа , примерные вопросы:

Выполнение письменной работы по теме "Задачи на доказательство". Примеры заданий: 1. В треугольнике ABC сумма углов A и B равна 90 градусов. Прямая BD перпендикулярна к плоскости ABC. Докажите, что CD перпендикулярна AC. 2. Докажите, что плоскость, перпендикулярная к прямой, по которой пересекаются две данные плоскости, перпендикулярна к каждой из этих плоскостей. 3. Плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  взаимно перпендикулярны и пересекаются по прямой c. Докажите, что любая прямая плоскости  $\alpha$ , перпендикулярная к прямой c перпендикулярна к плоскости  $\beta$ . 4. Плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  взаимно перпендикулярны. Через точку плоскости  $\alpha$  проведена прямая, перпендикулярная к плоскости  $\beta$ . Докажите, что эта прямая лежит на плоскости  $\alpha$ . 5. Плоскости  $\alpha$  и  $\beta$  пересекаются по прямой a и перпендикулярны к плоскости  $\gamma$ . Докажите, что прямая a перпендикулярна к плоскости  $\gamma$ .

**Тема 45. Круглые тела. Сфера и шар. Пересечение шара (сферы) плоскостью. Касание шара и сферы плоскостью. Симметрия сферы (шара). Свойства касательной и секущей, секущих и хорд. Части шара: сегментная поверхность, шаровой сегмент, шаровой пояс, шаровой слой, шаровой сектор.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Задания выполняются из учебного пособия: Практикум по элементарной математике.

Геометрия: Учеб. пособие для студентов/ В.А. Гусев и др. - М: Просвещение, 1992. -352 с.

с.292-♦870, с.293-♦871, ♦872, с. 324-♦1027 Выполнение задания по теме занятия Выполнение задания по теме занятия

**Тема 46. Цилиндрические, конические поверхности. Цилиндр. Развертка. Конус. Усеченный конус. Развертки конуса и усеченного конуса. Симметрия цилиндра вращения. Сечение конуса плоскостью.**

контрольная работа , примерные вопросы:

Выполнение контрольной работы по темам "Многогранники", "Параллельность и перпендикулярность в пространстве", "Вычисление углов и расстояний в пространстве".

Примеры заданий: 1. Двугранные углы при основании пирамиды равны. Докажите, что: а) высота пирамиды проходит через центр окружности, вписанной в основание; б) высоты всех боковых граней, проведенные из вершины пирамиды, равны; в) площадь боковой поверхности пирамиды равна половине произведения периметра основания на высоту боковой грани, проведенную из вершины. 2. В пирамиде все боковые ребра равны между собой. Докажите, что: а) высота пирамиды проходит через центр окружности, описанной около основания; б) все боковые ребра пирамиды составляют равные углы с плоскостью основания. 3. Доказать, что в правильной треугольной пирамиде пара непересекающихся ребер взаимно перпендикулярна. 4. Доказать, что высота SO треугольной пирамиды SABC пересекает высоту AD основания в том и только том случае, когда SA перпендикулярна BC.

творческое задание , примерные вопросы:

Изготовление моделей многогранников. Предлагается выполнить модели различных типов многогранников: правильных, полуправильных, звездчатых - додекаэдр, икосаэдр, октаэдр, усеченный икосаэдр, ромбокубооктаэдр.

**Тема 47. Вписанные и описанные многогранники. Основные понятия и определения. Призма, описанная около шара.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по теме "Призма, описанная около шара". Задания выполняются из учебного пособия: Практикум по элементарной математике. Геометрия: Учеб. пособие для студентов/ В.А. Гусев и др. - М: Просвещение, 1992. -352 с. с.292-♦ 860, ♦861, ♦865(б), с.294- ♦886, ♦888.

**Тема 48. Задачи на построение в стереометрии. Позиционная полнота и метрическая определенность изображений. Построение сечений (основные методы: метод основной плоскости, метод следа, метод соответствия точек). Теорема Польки-Шварца.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Задания выполняются из методического пособия "Геометрические построения в курсе стереометрии" (с.63-с.84 , варианты для индивидуальной работы).

письменная работа , примерные вопросы:

Выполнение письменной работы на построение сечений многогранников. Примеры заданий: 1. Построить точки встречи прямой  $MN$  с плоскостями граней треугольной призмы, если точки  $M$  и  $N$  расположены вне призмы. 2. Дано изображение куба  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Построить общий перпендикуляр диагонали  $AC$  и прямой  $MN$ , лежащей в грани  $ABB_1 A_1$  и параллельной  $AA_1$ . 3. Дан куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , ребро которого равно  $a$ . Построить сечение куба плоскостью, параллельной прямой  $BD$  и переходящей через точки  $A$  и  $P$  -середину ребра  $BB_1$ . Найти площадь полученного сечения.

#### **Тема 49. Изображение многогранников, конусов, цилиндров**

домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнение заданий по теме занятия. Задания выполняются из методического пособия "Геометрические построения в курсе стереометрии" (с.63-с.84 - варианты для индивидуальной работы).

#### **Тема 50. Объем. Кубируемые тела. Свойства объемов (аксиомы). Теорема об объеме прямого цилиндра. Представление объема интегралом. Выводы формул: объем цилиндра, конуса, шара. Принцип Б. Кавальери. Формула Симпсона**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по теме "Объемы тел". Задания предлагаются из учебного пособия: Практикум по элементарной математике. Геометрия: Учеб. пособие для студентов/ В.А. Гусев и др. - М: Просвещение, 1992. -352 с. с. 303- ♦890, с. 305-♦918(в), с.306-307-♦933,♦ 935,♦ 944(а).

письменная работа , примерные вопросы:

Выполнение письменной работы на знание формул объемов тел: многогранников, тел вращения;выводов формул с помощью интеграла, принципа Кавальери.

#### **Тема 51. Равновеликость и равноставленность**

домашнее задание , примерные вопросы:

Выполнить задания из учебника: Геометрия: Учеб. для 10-11 кл./А.Д. Александров, А.Л.Вернер.-М.: Просвещение,1998. -271 с.: с.207-♦27.21-27.26,с.208-♦27.28.

#### **Тема 52. Понятие поверхности. Двусторонние и односторонние поверхности. "Лента Мебиуса". Ее свойства. Описанные многогранники и определение площади выпуклой поверхности. Площадь сферы, боковой поверхности цилиндра, конуса, усеченного конуса.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по теме "Вычисление площадей поверхностей". Задания предлагаются из учебного пособия: Практикум по элементарной математике. Геометрия: Учеб. пособие для студентов/ В.А. Гусев и др. - М: Просвещение, 1992. -352 с.: с.292-♦865(в),с.293-♦ 879(в), 880 (в),с.324-♦♦ 1018-1020.

контрольная работа , примерные вопросы:

Итоговая контрольная работа по курсу стереометрии 1. Основание прямой призмы - равнобедренный прямоугольный треугольник. Найдите радиус основания цилиндра, описанного около призмы, если высота призмы 5 см, а ее боковая поверхность равна 10 см<sup>2</sup>. 2. Найти точки встречи прямой  $MN$  с плоскостями граней четырехугольной призмы, если точка  $M$  лежит на боковой грани, а точка  $N$  - вне призмы. 3. Через вершину куба провести плоскость, перпендикулярную диагонали куба, не лежащей вместе с данной вершиной в одной диагональной плоскости куба. 4. Все ребра пирамиды  $SABCD$  равны. Построить сечение пирамиды плоскостью, проходящей через середину ребра  $SC$  перпендикулярно этому ребру. Найти площадь полученного сечения, если  $AB=a$ .

#### **Тема . Итоговая форма контроля**

#### **Тема . Итоговая форма контроля**

#### **Тема . Итоговая форма контроля**

#### **Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к зачету и экзамену:

I СЕМЕСТР

## ВОПРОСЫ К ЗАЧЕТУ ПО ТЕМАМ: "ТЕОРИЯ ДЕЛИМОСТИ", "КОМБИНАТОРИКА", "ДОКАЗАТЕЛЬСТВО НЕРАВЕНСТВ", "ФУНКЦИИ И ИХ ГРАФИКИ"

1. Отношение делимости и его свойства.
2. Признаки делимости. Признак Паскаля.
3. Деление с остатком. Свойства деления с остатком.
4. НОД. Алгоритм Евклида. Свойства НОД. Линейное представление НОД.
5. Взаимно простые числа и их свойства.
6. НОК и его свойства.
7. Диофантовы уравнения первой степени с двумя неизвестными.
8. Решение уравнений в множестве натуральных и целых чисел.
9. Основные понятия и правила комбинаторики.
10. Размещения с повторениями и без повторений, перестановки и сочетания без повторений.
11. Перестановки и сочетания с повторениями.
12. Бином Ньютона. Треугольник Паскаля. Свойства бинома Ньютона.
13. Комбинаторные задачи с ограничениями.
14. Различные приемы доказательства неравенств (метод оценки знака разности, аналитический способ, синтетический способ, способ доказательства от противного, метод математической индукции).
15. Применение замечательных неравенств к решению уравнений и неравенств.
16. Понятие функции.
17. Способы задания функции.
18. Свойства функции.
19. Элементарные функции, их свойства и графики.
20. Преобразования графиков функций.
21. Обратная функция. Графики взаимно обратных функций.
22. Обратные тригонометрические функции, их свойства и графики.
23. Исследование функций и построение их графиков.

I семестр

### КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

Тема "Комбинаторика"

Вариант ♦ 1

1. Сколькими способами можно выбрать на шахматной доске белый и черный квадраты, не лежащие на одной горизонтали или одной вертикали?
2. На собрании присутствуют 17 человек. При голосовании по очередному вопросу можно проголосовать "за", "против" или воздержаться. Сколько различных исходов голосования возможно?
3. Найти средний член разложения бинома .
4. Сколькими способами можно переставить буквы слова "коллапс", чтобы две буквы "л" не стояли подряд?

Вариант ♦ 2

1. Из ста опрошенных студентов 24 не изучают ни английский, ни немецкий, ни французский языки. 48 изучали английский, 8 - немецкий и английский, 26 - французский и английский, 13 - французский и немецкий, 28 - немецкий, 45 - французский. Сколько студентов среди опрошенных изучают английский, французский и немецкий?
2. На собрании присутствуют 25 студентов. Сколькими способами можно выбрать президиум из трех человек?
3. Найти разложение бинома .
4. Сколько трехзначных чисел, делящихся на 3, можно составить из цифр 0, 1, 2, 3, 4, если каждое число не должно содержать одинаковых цифр?

### III семестр

#### Контрольная работа

#### Тема "Уравнения и неравенства с параметрами"

##### Вариант ♦ 1

1. Решить уравнения и неравенство для всех значений параметра:

а) ;

б) ;

в) .

2. При каких  $a$  уравнение имеет единственное решение?

3. При каких  $p$  больший корень уравнения находится в интервале  $(4;6)$ ?

##### Вариант ♦ 2

1. Решить уравнения и неравенство для всех значений параметра:

а) ;

б) ;

в) .

2. При каких  $k$  уравнение имеет больше одного корня?

3. При каких  $a$  корни уравнения действительны и оба по модулю меньше 1?

#### Контрольная работа 2

##### Вариант ♦ 1

Решить уравнения и неравенства, содержащие переменную под знаком модуля

#### 4 СЕМЕСТР

1. Основные понятия абсолютной геометрии.

2. Аксиома параллельности и ее содержание в геометриях Евклида и Лобачевского.

3. Деление отрезка точкой. Гармонические четверки.

4. Теоремы Фалеса.

5. Теорема о биссектрисе угла треугольника.

6. Теоремы Чевы и Менелая.

7. Замечательные отрезки и точки треугольника.

8. Прямая Эйлера.

9. Окружность девяти точек.

10. Внеписанные окружности.

11. Движения на плоскости.

12. Гомотетия.

13. Степень точки относительно окружности.

14. Радикальная ось. Радикальный центр.

15. Теорема Птолемея.

16. Точка Торичелли и ее обобщения.

17. Виды четырехугольников.

18. Теорема Вариньона.

19. Теорема Эйлера (свойства четырехугольника).

20. Инструменты построения. Конструктивные аксиомы.

21. Решение элементарных задач циркулем и линейкой.

22. Этапы решения задачи на построение.

23. Теорема Мора-Маскерони.

24. Построения односторонней линейкой.

25. Построения двусторонней линейкой.

#### IV семестр

#### КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ♦1

Тема: "Планиметрия"

Вариант ♦ 1

1. Дан треугольник ABC. На продолжении стороны AC за точку C взята точка N такая, что  $CN=3AC$ . Точка K лежит на стороне AB, причем  $AK:KB=1:3$ . В каком отношении прямая KN делит сторону BC?
2. Доказать, что отрезок, соединяющий середины противоположных сторон параллелограмма, проходит через точку пересечения его диагоналей.
3. Диагонали выпуклого четырехугольника равны 10 и 14 см. Найти его площадь, если отрезки, соединяющие середины его противоположных сторон, равны.
4. Окружность вписана в прямоугольную трапецию. Точка касания делит боковую сторону трапеции на отрезки длиной 4 и 1. Найти площадь трапеции.

Вариант ♦ 2

1. Треугольник ABC - равнобедренный ( $AB=BC$ ). Отрезок AM делит его на два равнобедренных треугольника с основаниями AB и MC. Найти угол B.
2. Найти площадь равнобедренной трапеции, основания которой равны 4 и 12 см, а диагонали взаимно перпендикулярны.
3. Точки K и M лежат соответственно на сторонах BC и AB треугольника ABC. Отрезки AK и CM пересекаются в точке P. В каком отношении прямая BP делит сторону AC, если  $BK:KC=1:2$ ,  $AM:MB=2:3$ ?
4. Трапеция описана около окружности так, что точки касания делят большее основание на отрезки 6 и 12. Найти площадь трапеции.

#### КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ♦21

Тема: "Геометрические построения"

Вариант ♦ 1

1. Этапы решения задач на построение.
2. Построить геометрическое место точек, из которых данный отрезок виден под данным углом.
3. Построить трапецию по двум параллельным сторонам и двум диагоналям.
4. Построить равнобедренный прямоугольный треугольник так, чтобы вершины острых углов лежали на двух данных окружностях, а вершина прямого угла совпадала с данной точкой.

Вариант ♦ 2

1. Суть метода ГМТ.
2. Построить касательную к окружности.
3. Построить параллелограмм, две противоположные вершины которого находятся в данных точках, третья - на данной окружности, четвертая - на данной прямой.
4. Построить прямоугольный треугольник по катету и сумме гипотенузы и другого катета.

#### ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

1. Становление геометрии. "Абсолютная" и "Евклидова" геометрии.
2. Аксиоматическое построение геометрии. Требования к системе аксиом.
3. Пять признаков равенства треугольников.
4. Признаки и свойства равнобедренного треугольника.
5. Признаки равенства прямоугольных треугольников.
6. Свойство медианы в прямоугольном треугольнике и обратное утверждение.
7. Соотношения между сторонами и углами треугольника (внешний угол, неравенство, против большей стороны?).
8. Признаки параллельности прямых. Свойства параллельных прямых.
9. Теорема о сумме углов выпуклого многоугольника.

10. Свойства и признаки параллелограмма.
11. Теоремы Фалеса и Вариньона. Обобщенная теорема Фалеса.
12. Свойства и признаки прямоугольника.
13. Свойства и признаки ромба.
14. Свойство и признак равнобедренной трапеции.
15. Теорема о средней линии треугольника. Свойство средней линии треугольника.
16. Теорема о средней линии трапеции.
17. Свойства площадей. Площади простейших многоугольников. Площадь параллелограмма Вариньона.
18. Теорема об отношении площадей треугольников с равным углом.
19. Лемма о равновеликих треугольниках. Теорема о пересечении медиан треугольника. Центроид.
20. Прямая и обратная теоремы Пифагора. Формула Герона.
21. Теоремы синусов и косинусов.
22. Признаки подобия треугольников. Отношение площадей подобных треугольников.
23. Отношение сходственных отрезков подобных треугольников.
24. Среднее геометрическое отрезков в прямоугольном треугольнике.
25. Свойства биссектрис внутреннего и внешнего углов треугольника.
26. Теорема о пересечении биссектрис углов треугольника. Ицентр. Центр вписанной окружности.
27. Теорема о пересечении высот треугольника. Ортоцентр.
28. Теорема о пересечении серединных перпендикуляров к сторонам треугольника. Центр описанной окружности.
29. Теорема Чевы.
30. Теорема Менелая.
31. Замечательное свойство трапеции.
32. Свойство замечательных точек треугольника. Прямая Эйлера.
33. Взаимное расположение прямых и окружностей. Свойство и признак касательной.
34. Углы, связанные с окружностью. Вписанные и центральные углы. Углы между хордами и секущими. Угол между касательной и хордой.
35. Теорема о квадрате касательной.
36. Диаметры и хорды.
37. Степень точки относительно окружности. Радикальная ось двух окружностей.
38. Радикальный центр трех окружностей. Расположение радикальной оси относительно окружностей.
39. Теоремы об описанном четырехугольнике.
40. Теоремы о вписанном четырехугольнике.
41. Формула Эйлера.
42. Прямая Симсона.
43. Теорема Птолемея.
44. Теоремы Брахмагупты для вписанных четырехугольников.
45. Точки Эйлера. Окружность девяти точек. Свойства окружности девяти точек.

V семестр

Контрольная работа

Тема "Стереометрия"

Вариант I

1. Через середины ребер  $MB$  и  $CD$  параллельно диагонали  $BD$  основания правильной четырехугольной пирамиды  $MABCD$  проведена плоскость. Найдите площадь сечения пирамиды этой плоскостью, если сторона основания пирамиды  $a$ , а боковое ребро  $b$ .
2. Шар радиуса 1 касается трех ребер трехгранного угла  $MABC$ . Найдите расстояние от вершины  $M$  угла до центра шара, если  $\angle AMB = 90^\circ$ ,  $\angle AMC = \angle BMC = 60^\circ$ .
3. В тело, полученное вращением прямоугольного треугольника с катетами 2 и 2 вокруг гипотенузы, вписана правильная треугольная призма, боковая грань которой квадрат, а основание перпендикулярно оси вращения. Найдите отношение объема тела вращения к объему призмы.
4. В основании пирамиды  $ABCD$  лежит прямоугольная трапеция  $ABCD$  с основаниями  $AB = 3a$  и  $CD = 2a$ , боковой стороной  $BC = 2a$  и прямым углом  $A$ . Двугранные углы при ребрах  $BC$  и  $CD$  равны, грань  $ASB$  перпендикулярна основанию пирамиды,  $\angle BSC = \arccos 5/7$ . Найдите объем пирамиды.

#### Вариант II

1. Сечение правильной треугольной призмы проходит через середины ее ребер  $AC$  и параллельно диагонали боковой грани. Постройте это сечение и найдите его площадь, если сторона основания призмы  $a$ , а боковое ребро  $b$ .
2. Шар радиуса  $R$  касается трех граней трехгранного угла  $MKPC$ . Найдите расстояние от центра шара до ребра  $MC$ , если  $\angle KMP = 90^\circ$ ,  $\angle KMC = \angle PMC = 60^\circ$ .
3. В тело, полученное вращением треугольника со сторонами 2, 7 и 5 вокруг его большей стороны, вписана правильная четырехугольная призма с основанием, перпендикулярным оси вращения. Диагональ призмы образует с осью вращения угол  $30^\circ$ . Какую часть объема тела вращения составляет объем призмы?
4. В основании пирамиды  $ABCD$  лежит ромб  $ABCD$  со стороной 5. Ребро  $SA$  перпендикулярно плоскости основания,  $\angle SCB = 45^\circ$ . Найдите объем пирамиды.

#### ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ ПО СТЕРЕОМЕТРИИ

##### I часть

1. Аксиомы стереометрии и следствия из них.
2. Параллельные прямые (определение). Аксиома параллельности.
3. Признак параллельности прямых.
4. Признак параллельности прямых и плоскостей (определение, теорема).
5. Признак параллельных плоскостей.
6. Существование плоскости, параллельной данной плоскости.
7. Свойства параллельных плоскостей.
8. Признак перпендикулярности прямых и плоскостей
9. Свойства перпендикулярных прямой и плоскости (17.3, 17.4).
10. Теорема о трех перпендикулярах (прямая и обратная).
11. Признак перпендикулярности плоскостей.
12. Скрещивающиеся прямые. Расстояние между скрещивающимися прямыми. Признак.
13. Угол между прямой и плоскостью, между прямыми.
14. Углы между плоскостями.
15. Угол между скрещивающимися прямыми.
16. Призма: наклонная, прямая, правильная. Основные понятия. Перпендикулярное сечение.
17. Параллелепипед. Основные понятия. Теорема о гранях. Т.19.2. Прям.параллелепипед.
18. Пирамида. Основные понятия и определения правильной пирамиды, усеченной пирамиды.

## II часть

1. Понятия многогранника. Элементы многогранника. Различные подходы к определению (рассмотреть понятия "триангуляции").
2. Выпуклые и невыпуклые многогранники. Свойства.
3. Правильные, полуправильные, звездчатые многогранники. Двойственность правильных многогранников. Симметрия правильных многогранников.
4. Формула Эйлера для многогранников.
5. Модели многогранников. Развертка.
6. Геометрия тетраэдра (симметричность). Тетраэдр и сферы.
7. Медианы тетраэдра, бимедианы. Описанный параллелепипед тетраэдра.
8. Ортоцентрический и прямоугольный тетраэдр. Критерии орто-центричности.
9. Равногранный тетраэдр. Свойства.
10. Двугранный угол. Основные понятия, свойства. Определение многогранного угла.
11. Трехгранный угол. Свойства.
12. Теорема синусов и косинусов для трехгранного угла.
13. Правильный трехгранный угол (определение).
14. Геометрические места точек в пространстве.
15. Построение перпендикуляра в плоскости. Свойства перпендикуляра к плоскости.
16. Сфера и шар. Определения; пересечение шара (сферы) с плоскостью. Касание шара и сферы плоскостью. Симметрия сферы.
17. Части шара: сегментная поверхность, шаровой сегмент, шаровой пояс, шаровой слой, шаровой сектор.
18. Цилиндр. Основные понятия и определения. Развертка цилиндра.
19. Конус. Основные понятия и определения. Развертка конуса.
20. Усеченный конус. Понятия и определения.
21. Вписанные и описанные многогранники. Определения. Призма, описанная около шара.
22. Стереометрические задачи на построения: основные методы решения: аксиоматический (рассмотреть на примере задачи (♦2)) и использование проекционного чертежа. Теорема Польке-Шварца.
23. Центральное и параллельное проектирование. Свойства параллельного проектирования.
24. Требования, предъявляемые к проекционному чертежу.
25. Позиционная полнота и метрическая определенность изображений. Необходимое условие метрической определенности. Аффинные и метрические свойства фигур.
26. Элементы пространства, фигура, инцидентия, оригинал, изображение. Виды задач на построение: позиционные и метрические. Особенности.
27. Параметры изображения. Основные положения.
28. Основные методы, используемые при построении сечений: метод основной плоскости, метод следа, метод соответствия точек.
29. Изображение многогранников, конусов, цилиндров.
30. Определение объема. Свойства.
31. Представление объема интегралом (Объем цилиндра, конуса, шара).
32. Усеченный конус (объем). Формула Симпсона.

33. Принцип Кавальери. Применение принципа Кавальери при вычислении объема цилиндра, шара и его частей, пирамиды, конуса.
34. Равновеликость и равноставленность (самостоятельно, копии).
35. Понятие поверхности. Двусторонние и односторонние поверхности. "Лента Мебиуса".
36. Описанные многогранники (определение). Определение площади выпуклой поверхности. Лемма (о вычислении поверхностей).
37. Вывод формулы площади сферы
38. Площадь боковой поверхности цилиндра, конуса, усеченного конуса (выводы).

Типовые задания в 25 вариантах содержатся в учебно-методических пособиях [8, 9, 10, 14, 17, 70, 79, 94, 95]

#### ТЕМЫ КУРСОВЫХ РАБОТ

1. Новая геометрия треугольника
2. Центроид или центр тяжести
3. Экстремальные задачи по геометрии
4. Геометрические места точек в курсе стереометрии
5. Исследование замечательных точек и линий треугольников
6. Геометрические построения циркулем и линейкой в курсе планиметрии
7. Замечательные кривые
8. Геометрия окружности
9. Геометрия треугольника
10. Геометрия четырехугольника
11. Геометрия многоугольника
12. Пространственные аналоги теорем планиметрии
13. Геометрические места точек в курсе стереометрии
14. Комбинации многогранников и круглых тел
15. Многогранники. Призма
16. Методы решения уравнений высших степеней
17. Методы решения уравнений и неравенств, содержащих переменную под знаком модуля
18. Методы решения показательных уравнений и неравенств
19. Методы решения логарифмических уравнений и неравенств
20. Методы решения алгебраических уравнений и их систем
21. Уравнения и неравенства, содержащие обратные тригонометрические функции
22. Нестандартные методы решения уравнений и неравенств
23. Замечательные числа арифметики
24. Принцип Дирихле
25. Целая и дробная части числа
26. Замечательные неравенства
27. Задачи с параметрами
28. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям и их решение
29. Приближенное решение алгебраических и трансцендентных уравнений
30. Обратные тригонометрические функции
31. Доказательство теорем, тождеств и неравенств методом математической индукции
32. Построение графиков функций, содержащих знак абсолютной величины
33. Знаменитые задачи древности и их роль в развитии математических исследований
34. Число  $\pi$  и его значение в развитии теории чисел
35. Производная в задачах на оптимизацию

## 7.1. Основная литература:

Алгебра, Ч. 2. Задачник, Мордкович, Александр Григорьевич;Александрова, Лидия Александровна;Мишустина, Татьяна Николаевна;Тульчинская, Елена Ефимовна, 2012г.

Алгебра, Ч. 1. Учебник, , 2012г.

Алгебра и начала математического анализа, Ч. 2. Задачник, Мордкович, Александр Григорьевич;Денищева, Лариса Олеговна;Звавич, Леонид Исаакович, 2012г.

Алгебра и начала математического анализа, Ч. 1. Учебник, , 2012г.

Алгебра и начала математического анализа, Колягин, Юрий Михайлович;Ткачева, Мария Владимировна;Федорова, Надежда Евгеньевна;Шабунин, Михаил Иванович;Жижченко, Алексей Борисович, 2011г.

Геометрия. Ч. 1, , 2011г.

Геометрия. Ч. 2, , 2011г.

1. Антонов В.И. Элементарная математика для первокурсника: Учебное пособие / В.И. Антонов, Ф.И. Копелевич. - СПб.: Издательство "Лань", 2013. - 112 с. : ил. - (Учебники для вузов. специальная литература). - ISBN 978-5-8114-1413-0. - [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=5701](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=5701)

2. Бачурин В.А. Задачи по элементарной математике и началам математического анализа. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. - 712 с. - ISBN 5-9221-0563-9. - [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=2102](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=2102)

3. Виноградов И.М. Основы теории чисел: Учебное пособие. - 12-е изд., стер. - СПб.: Издательство "Лань", 2009. - 176 с. - (Учебники для вузов. специальная литература). - ISBN 978-5-8114-0535-0. - [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=46](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=46)

4. Сизый С.В. Лекции по теории чисел: Учеб. пособие для студентов вузов. - 2-е изд., испр. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. - 192 с. - ISBN 978-5-9221-0741-9. - [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=2319](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=2319)

5. Захарова А.Е. Элементы теории вероятностей, комбинаторики и статистики в основной школе: учебно-методическое пособие / А.Е. Захарова, Ю.М. Высочанская. - М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2011. - 135 с.: ил. - (Педагогическое образование). - ISBN 978-5-9963-0498-1. - [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=4424](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=4424)

6. Вавилов В.В. Задачи по математике. Последовательности, функции и графики / В.В. Вавилов, И.И. Мельников, С.Н. Олехник, П.И. Пасиченко. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. - 328 с. - (Библиотека учителя и школьника). - ISBN 978-5-9221-0899-7. - [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=2761](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=2761)

7. Вавилов В.В. Задачи по математике. Уравнения и неравенства / В.В. Вавилов, И.И. Мельников, С.Н. Олехник, П.И. Пасиченко. - 2-е изд., испр. и доп. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. - 248 с. (Библиотека учителя и школьника). - ISBN 978-5-9221-0875-1. - [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=2759](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=2759)

8. Вавилов В.В. Задачи по математике. Алгебра / В.В. Вавилов, И.И. Мельников, С.Н. Олехник, П.И. Пасиченко. - 2-е изд., испр. и доп. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. - 456 с. (Библиотека учителя и школьника). - ISBN 978-5-9221-0865-2. - [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=2760](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=2760)

9. Новиков А.И. Тригонометрические функции, уравнения и неравенства. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. - 260 с. - ISBN 978-5-9221-1173-7. -  
[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=2272](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=2272)
10. Сборник задач по алгебре: учебное пособие для 8-9 классов с углубленным изучением математики / М. Л. Галицкий, А. М. Гольдман, Л. И. Звавич.-12-е издание.-Москва: Просвещение, 2006.?301 с.: ил..-ISBN 5-09-014680-2: р.88.50.
11. Атанасян Л.С. Геометрия. 9 класс. / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов В.Ф., С.Б. Кадомцев, И.И. Юдина. - М., 2005. - 160 с. - эл. адрес.: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=2720](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2720)

## 7.2. Дополнительная литература:

- Геометрия. Ч. 1, , 2011г.
- Комбинаторика, Стребков, Евгений Владимирович;Желтухин, Виктор Семенович;Бородаев, Игорь Андреевич, 2013г.
- Алгебра, Ч. 1. Учебник, , 2012г.
- Алгебра, Ч. 2. Задачник , Мордкович, Александр Григорьевич;Александрова, Лидия Александровна;Мишустина, Татьяна Николаевна;Тульчинская, Елена Ефимовна, 2012г.
1. Виленкин, Наум Яковлевич. Популярная комбинаторика / Н. Я. Виленкин.?Москва: Наука, 1975.?208 с.?(Научно-популярная серия). [www.math.ru/](http://www.math.ru/)
2. Адамар Ж. Элементарная геометрия. Часть 1. - М.: Учпедгиз, - 1936. - 292 с. [www.math.ru/](http://www.math.ru/)
3. Адлер А. Теория геометрических построений. - Л.: Учпедгиз, 1940. [www.math.ru/](http://www.math.ru/)
4. Аргунов Б.И., Балк М.Б. Геометрические построения на плоскости. - М.: Учпедгиз, 1955. - 270 с. [www.math.ru/](http://www.math.ru/)
5. Атанасян Л.С. Геометрия Лобачевского. Кн. для уч-ся. - М.: Просвещение, 2001. - 336 с.
6. Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б., С.А.Шестаков, Юдина И.И. Геометрия 7 -9: Учеб. для общеобразоват. учреждений. - М.: Просвещение, 2005. - 384 с.
7. Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б., С.А.Шестаков, Юдина И.И. Геометрия. Доп. главы к учебнику 8 кл.: Учеб. пособие для учащихся школ и классов с углубл. изуч. математики. - М.: Вита-Пресс, 2004. - 208 с.
8. Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б., Юдина И.И. Геометрия. Доп. главы к учебнику 9 кл.: Учеб. пособие для учащихся школ и классов с углубл. изуч. математики. - М.: Вита-Пресс, 2003. - 176 с.
9. Белл Э.Т. Творцы математики: Предшественники современной математики. - М.: Просвещение, 1979. - 256 с. [www.math.ru/](http://www.math.ru/)
10. Белый С.Б. "Ключ" к решению - подобные треугольники // Квант. - 1976. - ♦ 5. - С. 57-61. [www.math.ru/](http://www.math.ru/)
11. Белый С.Б. Учись делать дополнительные построения // Квант. - 1975. - ♦ 10. - С. 48-51. [www.math.ru/](http://www.math.ru/)
12. Бескин Н.М. Деление отрезка точкой //Популярные лекции по математике. - Вып. 52. - М, 1973. [www.math.ru/](http://www.math.ru/)
13. Гильманов Р.А., Гагуцкий Ф.С. Как решать конкурсные задачи по геометрии. - Казань: КГУ, 1976. - 222 с.
14. Зетель С.И. Новая геометрия треугольника. - М.: Учпедгиз, 1962. - 152 с.
15. Коксетер Г.С.М. Введение в геометрию. - М.: Наука, 1966. - 648 с.
16. Коксетер Г.С.М. Новая геометрия треугольника. - М.: Наука, 1966. - 648 с.

17. Смирнова И.М. Геометрия: Учеб. для 7-9 кл. общеобразоват. учр. - М.: Просвещение, 2001. - 271 с.
18. Смогоржевский А.С. О геометрии Лобачевского. - М., 1957. - 68 с. [www.math.ru/](http://www.math.ru/)
19. Шарыгин И.Ф. Геометрия. Планиметрия. 7 - 9 кл.: Учеб.для общ.уч.завед. - М.: Дрофа, 2003. - 386 с.
20. Шарыгин И.Ф. Геометрия. Планиметрия. 9 - 11 кл.: Пос. для уч-ся. - М.: Дрофа, 2005. - 400 с.
21. Энциклопедия элементарной математики. Книга четвертая - геометрия. - М.: Физматгиз, 1963. - 568 с. [www.math.ru/](http://www.math.ru/)
22. Комбинаторика и бином Ньютона: метод. руководство для студ. мат. факультетов / Казанский государственный педагогический университет; сост.: Е. Р. Садыкова, Н. В. Тимербаева. - Казань: Казан. пед. ун-т, 2004.- 46 с.
23. Методы решения конструктивных задач на плоскости: учебное пособие; КФУ; сост. К.Ш.Рамазанова, Н.В.Тимербаева. - Казань: Казан. ун-т, 2013. - 70 с.
24. Уравнения и неравенства с параметрами. Часть 1. Уч.- метод. пособие/ТГГПУ; сост.: Н.В.Тимербаева. - Казань: ТГГПУ, 2011. - 93 с.
25. Мякишев А.Г. Элементы геометрии треугольника. - М, 2002. - 32 с. - эл.адрес:<http://math.ru/lib/book/pdf/mp-seria/book.19.pdf> (свободно распрост.)
26. Грейцер С. Новые встречи с геометрией. - М, 1978. - 224 с. - эл.адрес: <http://math.ru/lib/book/djvu/geometry/kokseter.djvu> (свободно распрост.)
27. Гейдман Б.П. Площади многоугольников. - М.: МЦНМО, 2001. - 24 с. - эл.адрес: <http://math.ru/lib/book/pdf/mp-seria/book.9.pdf> (свободно распрост.)
28. Ченцов Н.Н. Избранные задачи и теоремы элементарной математики. Арифметика и алгебра / Н.Н. Ченцов, Шклярский Д.О., И.М. Яглом. - М.: 1976. - 384 с. - эл.адрес: <http://math.ru/lib/book/djvu/bib-mat-kr/shk-1.djvu> (свободно распрост.)
29. Ченцов Н.Н. Избранные задачи и теоремы элементарной математики. Геометрия (планиметрия)/ Н.Н. Ченцов, Шклярский Д.О., И.М. Яглом. - М.: 1952. - 380 с. - эл.адрес: <http://math.ru/lib/book/djvu/bib-mat-kr/shk-2.djvu> (свободно распрост.)
30. Ченцов Н.Н. Избранные задачи и теоремы элементарной математики. Геометрия (планиметрия)/ Н.Н. Ченцов, Шклярский Д.О., И.М. Яглом. - М.: 1954. - 267 с. - эл.адрес: <http://math.ru/lib/book/djvu/bib-mat-kr/shk-3.djvu> (свободно распрост.)
31. Александров П.С. Энциклопедия элементарной математики. Книга 1 (арифметика) / П.С. Александров, А.И. Маркушевич, А.Я. Хинчин. - М., 1961. - 448 с. - эл.адрес: <http://math.ru/lib/book/djvu/encikl/enc-el-1.djvu> (свободно распрост.)
32. Александров, Александр Данилович. Геометрия: учебник для 10 кл. с углубл. изучением математики / А. Д. Александров, А. Л. Вернер, В. И. Рыжик. ?3-е изд.,дораб..-М.: Просвещение, 2005.-270 с.
33. Александров, Александр Данилович. Геометрия: учебник для 11 кл. с углубл. изучением математики / А. Д. Александров, А. Л. Вернер, В. И. Рыжик. ?2-е изд..?М.: Просвещение, 2005.?319 с.: ил..?ISBN 5-09-013868-0
34. Александров, Александр Данилович. Геометрия: учеб. для 11 кл. школ с углубл. изучением математики / А. Д. Александров, А. Л. Вернер, В. И. Рыжик.-3-е изд..-М.: Просвещение, 2006.?319 с..-(Академический школьный учебник).-ISBN 5-09-015461-9
35. Александров, Александр Данилович. Геометрия: учеб. для 10 кл. школ с углуб. изучением математики / А. Д. Александров, А. Л. Вернер, В. И. Рыжик.-4-е изд..?М.: Просвещение, 2006.?270 с..-(Академический школьный учебник).-ISBN 5-09-015460-0
36. Смирнова, Ирина Михайловна. Геометрия 10-11 кл.: учебник для общеобразоват.учреждений / И. М. Смирнова, В. А. Смирнов.-М.: Мнемозина, 2003.-232 с.: ил..?ISBN 5-346-00258-8
- Бачурин В.А. Задачи по элементарной математике и началам математического анализа/ФИЗМАТЛИТ, 2011 г.
19. Макаров Е.В., Лунгу К.Н. Задачи по математике/ ФИЗМАТЛИТ, 2011 г.

37. Макаров Е.В., Кулиев В.Д. Элементарная математика. Руководство к решению задач: Учебное пособие/Издательство МГОУ, 2007 г.

38. Арифметика: учебник для 6 класса общеобразовательных учреждений / С. М. Никольский [и др.]. ?3-е издание. ?Москва: Просвещение, 2003. ?270 с.: ил.. ?ISBN 5-09-011876-0

39. Алгебра и начала анализа: учебник для 10 класса общеобразовательных учреждений / С. М. Никольский [и др.]. ?4-е издание. ?Москва: Просвещение, 2005. ?400 с.: ил..-ISBN 5-09-013870-2

40. Романовский В.И. Арифметика помогает алгебре. - М.: Физматлит, 2007. - 376 с. - эл. адрес: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=2755](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=2755)

41. Вавилов В.В. Задачи по математике. Последовательности, функции и графики / В. В. Вавилов, И.И. Мельников, С.Н. Олехник. - М., 2008. - 328 с. - эл. адрес: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=2761](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2761)

### 7.3. Интернет-ресурсы:

Сайт для школьников, студентов, учителей и для всех, кто интересуется математикой. - <http://www.math.ru/>

Математика. Учебно-методический журнал - <http://mat.1september.ru/>

Сайт Вся элементарная математика - <http://www.bymath.net/>

Сайт Математика - <http://www.mathematics.ru>

Сайт элементарной математики - [mathnet.spb.ru](http://mathnet.spb.ru)

### 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Методика решения задач по элементарной математике (на билингвальной русско-английской основе)" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB, audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудование имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

Компьютерный класс, представляющий собой рабочее место преподавателя и не менее 15 рабочих мест студентов, включающих компьютерный стол, стул, персональный компьютер, лицензионное программное обеспечение. Каждый компьютер имеет широкополосный доступ в сеть Интернет. Все компьютеры подключены к корпоративной компьютерной сети КФУ и находятся в едином домене.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "КнигаФонд", доступ к которой предоставлен студентам. Электронно-библиотечная система "КнигаФонд" реализует легальное хранение, распространение и защиту цифрового контента учебно-методической литературы для вузов с условием обязательного соблюдения авторских и смежных прав. КнигаФонд обеспечивает широкий законный доступ к необходимым для образовательного процесса изданиям с использованием инновационных технологий и соответствует всем требованиям новых ФГОС ВПО.

Обучающие диски по математике, таблицы.

Модели многогранников, круглых тел.

оверхед-проектор

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 050100.62 "Педагогическое образование" и профилю подготовки Математика и Иностранный язык (английский) .

Автор(ы):

Тимербаева Н.В. \_\_\_\_\_

Садыкова Е.Р. \_\_\_\_\_

Шакирова Л.Р. \_\_\_\_\_

Фалилеева М.В. \_\_\_\_\_

Фазлеева Э.И. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Зиннатуллина Э.Д. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.