

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Елабужский институт (филиал)  
Факультет математики и естественных наук



подписано электронно-цифровой подписью

## Программа дисциплины

Теория функции действительной переменной

Направление подготовки: 44.03.05 - Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профиль подготовки: Математика и физика

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2016

## Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и) профессор, д.н. (доцент) Миронов А.Н. (Кафедра математики и прикладной информатики, Факультет математики и естественных наук), ANMironov@kpfu.ru ; доцент, к.н. (доцент) Миронова Л.Б. (Кафедра математики и прикладной информатики, Факультет математики и естественных наук), lbmironova@yandex.ru

### 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОК-6	способностью к самоорганизации и самообразованию
ПК-4	способностью использовать возможности образовательной среды для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемых учебных предметов

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

- основные понятия теории функций действительного переменного (функция, мера, интеграл);
- знать основные факты (теоремы, свойства) теории функций и функционального анализа;
- основные методы теории функций действительного переменного;
- современные направления развития теории функций действительного переменного

Должен уметь:

- используя определения, проводить исследования, связанные с основными понятиями курса;
- вычислять меру и мощность множеств на числовой прямой, интегралы Лебега;
- точно и лаконично описывать решение задач

Должен владеть:

- основными положениями классических разделов теории функций действительного переменного,
- базовыми понятиями и методами теории функций действительного переменного;
- системой основных математических структур и аксиоматическим методом

Должен демонстрировать способность и готовность:

применять результаты освоения дисциплины в профессиональной деятельности

### 2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.В.ОД.10 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 44.03.05 "Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) (Математика и физика)" и относится к обязательным дисциплинам. Осваивается на 5 курсе в 9 семестре.

### 3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных(ые) единиц(ы) на 108 часа(ов).

Контактная работа - 44 часа(ов), в том числе лекции - 22 часа(ов), практические занятия - 22 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 28 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 36 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен в 9 семестре.

### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

#### 4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Мощность множества	9	6	6	0	4
2.	Тема 2. Множества на числовой прямой	9	2	2	0	4
3.	Тема 3. Мера Лебега	9	6	6	0	6
4.	Тема 4. Интеграл Лебега	9	6	6	0	6
5.	Тема 5. Ряды Фурье в гильбертовом пространстве	9	2	2	0	8
	Итого		22	22	0	28

#### 4.2 Содержание дисциплины (модуля)

##### Тема 1. Мощность множества

Понятие множества, сравнение мощностей. Счетные множества. Теоремы о счетности или конечности подмножества счетного множества, счетности объединения конечного или счетного множества счетных множеств, о возможности выделения счетного подмножества из всякого бесконечного множества, об эквивалентности бесконечного несчетного множества своей части, полученной из него удалением конечной или счетной части. Счетность множества рациональных чисел и множества алгебраических чисел. Несчетность множества действительных чисел, примеры множеств мощности континуума. Теоремы о мощности множества подмножеств, о равенстве мощности континуума, мощности множества подмножеств счетного множества, о мощности промежуточного множества, а также теорема Кантора-Бернштейна.

##### Тема 2. Множества на числовой прямой

Теоремы о строении открытых и замкнутых множеств. Понятие совершенного множества, совершенное множество Кантора.

##### Тема 3. Мера Лебега

Мера Лебега для открытых и замкнутых линейных множеств. Внешняя мера и внутренняя мера ограниченного множества. Мера Лебега. Теоремы об измеримых множествах: измеримость дополнения, объединения и пересечения конечного числа измеримых множеств, счетная аддитивность меры. Понятие функции, измеримой по Лебегу и теоремы об измеримых функциях. Измеримость предельной функции, обобщение этого результата в случае сходимости почти всюду. Теорема Егорова и теорема Лузина.

##### Тема 4. Интеграл Лебега

Определение интеграла Лебега от ограниченной измеримой функции как предел интегральных сумм. Свойства сумм Лебега, существование интеграла от ограниченной измеримой функции. Теорема о среднем и ее следствия. Сравнение интегралов Римана и Лебега. Теорема о предельном переходе под знаком интеграла. Восстановление первообразной для ограниченной функции. Интеграл произвольной неотрицательной измеримой функции и основные свойства интеграла. Суммируемые функции.

##### Тема 5. Ряды Фурье в гильбертовом пространстве

Понятие гильбертова пространства. Определение ряда Фурье по ортогональной системе векторов гильбертова пространства. Неравенство Бесселя и эквивалентность полноты и замкнутости ортонормированной системы векторов в гильбертовом пространстве. Полнота тригонометрической системы функций.

## **5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 5 апреля 2017 года №301)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996ин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

## **6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)**

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

## **7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;

- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС 3++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

## **8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

Мир математических уравнений - <http://eqworld.ipmnet.ru/indexr.htm>

Образовательный математический сайт Exponenta.ru - <http://www.exponenta.ru/default.asp>

Общероссийский математический портал - <http://www.mathnet.ru/>

## **9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

Лекционные занятия проводятся с использованием интерактивных технологий и предполагают активное участие студентов. Для подготовки к занятиям рекомендуется выделять в материале проблемные вопросы, затрагиваемые преподавателем в лекции, и группировать информацию вокруг них. Желательно выделять в используемой литературе постановки вопросов, на которые разными авторами могут быть даны различные ответы. На основании постановки таких вопросов следует собирать аргументы в пользу различных вариантов решения поставленных проблем.

На практических занятиях студенты решают типовые задачи с использованием изученных методов. Работа на практических занятиях предполагает повторение теоретического материала, активное участие в совместном решении задач, отчеты по выполненной домашней работе.

Устный опрос требует от преподавателя большой предварительной подготовки: тщательного отбора содержания, всестороннего продумывания вопросов, задач и примеров, которые будут предложены, путей активизации деятельности всех студентов группы в процессе проверки, создания на занятии деловой и доброжелательной обстановки.

Для проверки и оценки контрольных письменных работ проводится анализ результатов их выполнения, выявляются типичные ошибки, причины, вызвавшие неудовлетворительные оценки. При большом количестве однотипных ошибок, свидетельствующих о недостаточном усвоении многими студентами того или иного раздела (темы), на занятии следует провести разбор плохо-усвоенного материала.

Одним из методов изучения курса является самостоятельная работа над учебниками, учебными пособиями и специальной литературой, а также изучение нормативных материалов.

Экзамен по курсу проводится в виде опроса по билетам. При подготовке к экзамену необходимо опираться на источники, которые разбирались на лекциях в течение семестра.

## **10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

## **11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Мультимедийная аудитория.

## **12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;

- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;

- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;

- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 44.03.05 "Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)" и профилю подготовки "Математика и физика".

Приложение 2  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
Б1.В.ОД.10 Теория функции действительной переменной

**Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Направление подготовки: 44.03.05 - Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профиль подготовки: Математика и физика

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2016

**Основная литература:**

1. Смолин, Ю. Н. Введение в теорию функций действительной переменной [Электронный ресурс]: учеб. пособие / Ю. Н. Смолин. - М.: ФЛИНТА, 2012. - 517 с. - URL: <http://znanium.com/bookread2.php?book=457005>
2. Конспект лекций по функциональному анализу [Электронный ресурс]: учебное пособие. - СПб.: Лань, 2015. - 169 с.  
- URL: <http://e.lanbook.com/view/book/64343/>
3. Хелемский А.Я. Лекции по функциональному анализу. - М.: МЦНМО, 2014. - 560 с.  
- URL: <http://e.lanbook.com/view/book/56415/>

**Дополнительная литература:**

1. Треногин В.А., Писаревский Б.М., Соболева Т.С. Задачи и упражнения по функциональному анализу. - М.: Физматлит, 2005. - 240 с.  
- URL: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=2342](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2342)
2. Ульянов П.Л. Действительный анализ в задачах [Электронный ресурс]: учебное пособие. - М.: Физматлит, 2005. - 416 с.  
- URL: <http://e.lanbook.com/view/book/2353/>
3. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. - 7-е изд. - М.: Физматлит, 2009. - 572 с.  
- URL: <http://e.lanbook.com/view/book/2206/>



Приложение 3  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
Б1.В.ОД.10 Теория функции действительной переменной

**Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

Направление подготовки: 44.03.05 - Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профиль подготовки: Математика и физика

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2016

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, учебно-методические комплексы, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.