

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор по образовательной деятельности КФУ  
проф. Таюрский Д.А.

"\_\_\_" 20\_\_\_ г.

**Программа дисциплины**

Аппроксимативные методы решения сингулярных интегральных уравнений

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика

Профиль подготовки: Общий профиль

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2017

## **Содержание**

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Ожегова А.В. (Кафедра теории функций и приближений, отделение математики), Alla.Ozhegova@kpfu.ru

## **1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО**

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-3	способностью строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата
ПК-7	способностью использовать методы математического и алгоритмического моделирования при анализе управлеченческих задач в научно-технической сфере, в бизнесе и гуманитарных областях знаний

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен демонстрировать способность и готовность:

строить вычислительные схемы известных аппроксимативных методов для решения прикладных задач, математическими моделями которых служат различные классы сингулярных интегральных уравнений с учетом теории таких уравнений, проводить теоретико-функциональное обоснование этих схем на основе общей теории приближенных методов анализа и их численную реализацию.

## **2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО**

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.В.ДВ.9 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 01.03.01 "Математика (Общий профиль)" и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 4 курсе в 8 семестре.

## **3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных(ые) единиц(ы) на 108 часа(ов).

Контактная работа - 44 часа(ов), в том числе лекции - 22 часа(ов), практические занятия - 22 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 28 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 36 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен в 8 семестре.

## **4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

### **4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)**

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Теория сингулярных интегральных уравнений	8	4	2	0	4
2.	Тема 2. Элементы общей теории приближенных методов анализа и конструктивной теории функций.	8	4	2	0	4
3.	Тема 3. Прямые методы решения сингулярных интегральных уравнений с ядром Коши на отрезке вещественной оси первого рода.	8	6	8	0	8

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
4.	Тема 4. Прямые методы решения сингулярных интегральных уравнений с ядром Гильберта	8	2	2	0	4
5.	Тема 5. Аппроксимативные методы решения слабо сингулярных интегральных уравнений.	8	6	8	0	8
	Итого		22	22	0	28

#### 4.2 Содержание дисциплины (модуля)

##### Тема 1. Теория сингулярных интегральных уравнений

Интегральные уравнения. Основные понятия. Исторические сведения. Теоремы Фредгольма. Теоремы Нетера. Несобственный интеграл. Сингулярный интеграл, понимаемый в смысле главного значения по Коши. Сингулярный интеграл с ядром Коши на замкнутой кривой. Формулы Сохоцкого-Племеля. Формула перестановки Пуанкаре-Бертрана. Формула обращения сингулярного интеграла. Связь ядер Коши и Гильберта. Классы функций. Свойства сингулярных интегралов в зависимости от структурных свойств плотностей. Теорема Привалова. Теорема Рисса. Пример Лузина. Правая и левая регуляризация. Краевые задачи.

##### Тема 2. Элементы общей теории приближенных методов анализа и конструктивной теории функций.

Корректность постановки задачи решения операторного уравнения на паре функциональных пространств. Точное и аппроксимирующее уравнения. Теоретико-функциональное обоснование приближенных методов: доказательство существования и единственности решения аппроксимирующего уравнения, установление эффективных оценок погрешности приближенного решения в зависимости от структурных свойств исходных данных, доказательство сходимости приближенных решений к точному и установление скорости их сходимости, исследование устойчивости приближенных методов. Основные теоремы из общей теории приближенных методов.

##### Тема 3. Прямые методы решения сингулярных интегральных уравнений с ядром Коши на отрезке вещественной оси первого рода.

Корректность постановки задачи решения сингулярного интегрального уравнения первого рода с ядром Коши на отрезке. Индекс уравнения. Выбор пространств искомых элементов и правых частей в зависимости от индекса. Метод коллокаций. Метод ортогональных многочленов. Метод механических квадратур. Метод наименьших квадратов. Вычислительные схемы и теоретическое обоснование. Сходимость приближенных решений к точному в среднем и равномерно. Общий проекционный метод. Общий прямой метод.

##### Тема 4. Прямые методы решения сингулярных интегральных уравнений с ядром Гильберта

Постановка задачи решения сингулярного интегрального уравнения с ядром Гильберта первого рода. Основные соотношения для сингулярного интеграла с ядром Гильберта. Метод коллокаций и теорема об его обосновании. Метод моментов и метод Галеркина. Метод механических квадратур. Общий прямой и проекционный метод.

##### Тема 5. Аппроксимативные методы решения слабо сингулярных интегральных уравнений.

Уравнения с логарифмической особенностью в главной части интегрального оператора. Периодический и непериодический случаи. Корректность и некорректность постановки задачи на разных парах функциональных пространств. Периодический и непериодический случай. Общий прямой и проекционный методы. Метод Галеркина. Метод коллокаций. Метод механических квадратур. Метод дискретных вихрей. Итерационный метод. Теоретико-функциональное обоснование аппроксимативных методов.

#### 5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 5 апреля 2017 года №301)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996ин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

РАВНОМЕРНАЯ СХОДИМОСТЬ ПРИБЛИЖЕННЫХ РЕШЕНИЙ СИНГУЛЯРНОГО ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ПЕРВОГО РОДА С ЯДРОМ КОШИ - <http://dspace.kpfu.ru/xmlui/bitstream/handle/net/28916/2011-208.pdf?sequence=1>

## **6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)**

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

## **7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы.

Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;
- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС З++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

## **8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

Научная электронная библиотека - <http://elibrary.ru/defaultx.asp>

Общероссийский математический портал - <http://www.mathnet.ru/>

РАВНОМЕРНАЯ СХОДИМОСТЬ ПРИБЛИЖЕННЫХ РЕШЕНИЙ СИНГУЛЯРНОГО ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ПЕРВОГО РОДА С ЯДРОМ КОШИ - <http://dspace.kpfu.ru/xmlui/bitstream/handle/net/28916/2011-208.pdf?sequence=1>

## **9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

Вид работ	Методические рекомендации
лекции	В ходе лекционных занятий вести конспектирование учебного материала. Обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации, положительный опыт в ораторском искусстве. Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых делать пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений. Задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций.
практические занятия	Для выполнения работы на практических занятиях следует изучить теоретический материал по соответствующей теме, внимательно выслушать и понять решение типового задания, разобранного преподавателем и провести решение предложенной задачи. В последующем, изучив приемы и различные типы доказательств, можно переходить к решению нестандартных задач.
самостоятельная работа	Самостоятельная работа студента предполагает изучение и закрепление материала, изложенного в рабочей программе дисциплины вне аудиторных занятий, выполнении домашних заданий, подготовке к контрольным работам, составлении компьютерных программ и соответствующих отчетов. Самостоятельная работа является одной из важных составляющих образования.
экзамен	Для подготовки к экзамену необходимо согласно программе дисциплины и вопросов к промежуточной аттестации освоить теоретические основы, закрепить полученные практические навыки, используя как материал аудиторной формы проведения занятий, так и рекомендованную литературу, подготовить перечень вопросов на консультацию преподавателю и обсудить их с ним.

## **10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

## **11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Мультимедийная аудитория.

Компьютерный класс.

## **12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;

- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи;
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 01.03.01 "Математика" и профилю подготовки "Общий профиль".

**Приложение 2**  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
**Б1.В.ДВ.9 Аппроксимативные методы решения сингулярных  
интегральных уравнений**

**Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика

Профиль подготовки: Общий профиль

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2017

**Основная литература:**

1. Петровский, И.Г. Лекции по теории интегральных уравнений. [Электронный ресурс] - Электрон. дан. - М. : Физматлит, 2009. - 136 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/59553>
2. Колмогоров, А.Н. Элементы теории функций и функционального анализа. [Электронный ресурс] - Электрон. дан. - М. : Физматлит, 2009. - 572 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/2206>

**Дополнительная литература:**

1. Гахов Ф.Д. Краевые задачи.-М.:Наука, 1977.-640с.
2. Мусхелишвили Н.И. Сингулярные интегральные уравнения.-М.:Наука, 1968.-512с.
3. Лифанов И.К. Метод сингулярных уравнений и численный эксперимент.-М.: ТОО 'Янус', 1995.-520с.
4. Габдулхаев Б.Г. Прямые и проекционные методы решения слабосингулярных интегральных уравнений 1-го рода. Учебное пособие. -Казань: Казанский государственный университет им. В.И. Ульянова-Ленина, 2006.-137с.
5. Габдулхаев Б.Г. Теория приближенных методов решения операторных уравнений. Учебное пособие. -Казань: Казанский государственный университет им. В.И. Ульянова-Ленина, 2006.-112с.

**Приложение 3**

*к рабочей программе дисциплины (модуля)  
Б1.В.ДВ.9 Аппроксимативные методы решения сингулярных  
интегральных уравнений*

**Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая  
перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика

Профиль подготовки: Общий профиль

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2017

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.