

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное учреждение
высшего профессионального образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



подписано электронно-цифровой подписью

Программа дисциплины
Теория представлений М2.ДВ.3

Направление подготовки: 010100.68 - Математика

Профиль подготовки: Алгебра

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Автор(ы):

Скрыбин С.М.

Рецензент(ы):

Киндер М.И.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Арсланов М. М.

Протокол заседания кафедры No ____ от " ____ " _____ 201__ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No ____ от " ____ " _____ 201__ г

Регистрационный No 81728315

Казань
2014

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) старший научный сотрудник, д.н. Скрыбин С.М. Отдел алгебры и математической логики Отделение математики, Serge.Skryabin@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

Важность абстрактных алгебраических структур с точки зрения приложений в значительной степени обуславливается возможностью реализации элементов алгебраических структур линейными операторами. В частности, конкретные группы часто появляются как группы симметрий той или иной физической системы. По этой причине теория представлений существенно используется в некоторых разделах физики, например, в квантовой механике. Формально, линейное представление заданной группы G определяется как произвольный гомоморфизм из G в группу обратимых линейных операторов, действующих на некотором векторном пространстве. Возникает задача о классификации таких представлений. Одно из принципиальных соображений состоит в сведении произвольного представления к неприводимым представлениям. В случае конечной группы G многие вопросы, возникающие при изучении представлений, решаются теорией характеров. Характер - это некоторая функция на группе, связанная с заданным представлением. После того как характеры всех неприводимых представлений найдены, разложение произвольного представления в прямую сумму неприводимых представлений можно получить стандартными манипуляциями с функциями. Теория представлений конечных групп - это хорошо разработанная классическая область алгебры, владение методами которой необходимо каждому математику. С другой стороны, теория представлений развивает идеи курса линейной алгебры, беря в качестве объекта изучения уже не отдельный линейный оператор, а некоторую совокупность операторов.

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел "М2.ДВ.3 Профессиональный" основной образовательной программы 010100.68 Математика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 1 курсе, 1 семестр.

Данный курс предполагает стандартную подготовку по алгебре на первых двух курсах механико-математических факультетов российских университетов. Знание теории представлений необходимо для углублённого изучения ряда разделов математики. Кроме того, теория представлений существенно используется в квантовой механике.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОК-6	способностью работать самостоятельно, заботой о качестве, стремлением к успеху
ОК-8	инициативностью и лидерством
ОК-5 (общекультурные компетенции)	способность порождать новые идеи
ПК-3 (профессиональные компетенции)	способность к интенсивной научно-исследовательской и научно-изыскательской деятельности
ПК-6 (профессиональные компетенции)	самостоятельное построение целостной картины дисциплины

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-12 (профессиональные компетенции)	способность различным образом представлять и адаптировать математические знания с учетом уровня аудитории

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

основные результаты теории представлений, а также их доказательства

2. должен уметь:

проверять правильность математических рассуждений

3. должен владеть:

методами оперирования с характерами представлений

4. должен демонстрировать способность и готовность:

основные результаты теории представлений, а также их доказательства

4. должен демонстрировать способность и готовность:

самостоятельно проводить математические рассуждения и решать задачи по изучаемому предмету

4. должен демонстрировать способность и готовность:

основными методами теории представлений

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет зачетных(ые) единиц(ы) 108 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 1 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Первоначальные понятия теории представлений	1	1-6	4	6	0	
2.	Тема 2. Теория характеров	1	7-12	4	6	0	
3.	Тема 3. Специальные вопросы	1	13-18	4	6	0	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
	Тема . Итоговая форма контроля	1		0	0	0	экзамен
	Итого			12	18	0	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Первоначальные понятия теории представлений

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Линейные представления групп. Эквивариантные линейные операторы. Эквивалентность представлений. Инвариантные подпространства, факторпредставления, контрагредиентное представление, прямые суммы представлений. Неприводимость и полная приводимость. Теорема Машке. Лемма Шура и ее следствия. Матричная формулировка.

практическое занятие (6 часа(ов)):

Выступления с докладами по темам: Полная приводимость представлений конечной группы. Алгебраические соотношения между матричными элементами операторов представления.

Тема 2. Теория характеров

лекционное занятие (4 часа(ов)):

След линейного оператора. Характер представления. Первое и второе соотношения ортогональности. Разложение регулярного представления. Формула для порядка группы в терминах степеней неприводимых представлений. Число неприводимых представлений. Функции классов. Тензорное произведение представлений. Кольцо характеров. Делимость порядка группы на степени неприводимых представлений.

практическое занятие (6 часа(ов)):

Выступления с докладами по темам: Соотношения ортогональности между характерами неприводимых представлений. Регулярное представление. Базисы в пространстве центральных функций на группе ортогональности.

Тема 3. Специальные вопросы

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Одномерность неприводимых представлений коммутативных групп. Двойственная группа и ее свойства. Преобразование Фурье на конечных коммутативных группах. Таблицы характеров конечных групп малого порядка.

практическое занятие (6 часа(ов)):

Выступления с докладами по темам: Свойства алгебраических чисел и теорема Фробениуса. Нахождение неприводимых характеров специальных групп.

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Первоначальные понятия теории представлений	1	1-6	подготовка к индивидуальным докладам на темы: Полная приводимость представлений конечной группы. А	26	доклад

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
2.	Тема 2. Теория характеров	1	7-12	подготовка к индивидуальным докладам на темы: Соотношения ортогональности между характерами неприво	26	доклад
3.	Тема 3. Специальные вопросы	1	13-18	подготовка к индивидуальным докладам на темы: Свойства алгебраических чисел и теорема Фробениуса.	26	доклад
	Итого				78	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

активные и интерактивные формы

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Первоначальные понятия теории представлений

доклад , примерные вопросы:

Доклад по темам: Полная приводимость представлений конечной группы. Алгебраические соотношения между матричными элементами операторов представления.

Тема 2. Теория характеров

доклад , примерные вопросы:

Доклад по темам: Соотношения ортогональности между характерами неприводимых представлений. Регулярное представление и его разложение. Базисы в пространстве центральных функций на группе.

Тема 3. Специальные вопросы

доклад , примерные вопросы:

Доклад по темам: Свойства алгебраических чисел и теорема Фробениуса. Нахождение неприводимых характеров специальных групп.

Тема . Итоговая форма контроля

Примерные вопросы к зачету:

Приложение 1.

Вопросы к экзамену:

1. Определение линейного представления. Индуцированные представления в подпространстве и факторпространстве. Контрагredientное представление. Прямая сумма двух представлений.

2. Разложение регулярного представления. Соотношение между порядком группы и размерностями неприводимых представлений.
3. Эквивариантные линейные операторы. Операция усреднения по группе. Эквивалентность двух представлений.
4. Пространство центральных функций на группе и его базисы. Число неприводимых представлений.
5. Неприводимые, приводимые и вполне приводимые представления. Эквивалентные характеристики полной приводимости.
6. Второе соотношение ортогональности.
7. Теорема Машке о полной приводимости.
8. Таблица характеров группы четных перестановок степени 4.
9. Лемма Шура и ее следствие.
10. Целые алгебраические числа и их свойства. Распознавание целых алгебраических чисел.
11. Билинейная форма на пространстве функций на группе. Соотношения между матричными элементами двух неприводимых представлений.
12. Таблица характеров группы перестановок степени 3.
13. Характеры представлений и их свойства.
14. Делимость порядка группы на степени ее неприводимых представлений.
15. Первое соотношение ортогональности. Определяемость представления своим характером. Вычисление кратностей вхождения неприводимых представлений.
16. Представления коммутативных групп. Двойственная группа и ее свойства.

7.1. Основная литература:

1. Наймарк М. А. Теория представлений групп. 2-е изд. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. 576 с
<http://e.lanbook.com/view/book/2751/>
2. Теория представлений групп / М. А. Наймарк . Изд. 2-е . Москва : Физматлит, 2010 . 572 с.
3. Звонкин А.К., Ландо С.К. Графы на поверхностях и их приложения. М: МЦНМО, 2010 - 480 с.
<http://e.lanbook.com/view/book/9342/page10/>

7.2. Дополнительная литература:

1. Теория представлений конечных групп и ассоциативных алгебр / Ч. Кэртис, И. Райнер ; Пер. с англ. Б. Н. Гарштейна [и др.]; Под ред. С. Д. Бермана . Москва : Наука, 1969 . 668 с.
2. Компактные группы Ли и их представления. 2-е изд., доп. М.: МЦНМО, 2007. 552 с.
<http://e.lanbook.com/view/book/9335/page2/>
3. Сборник задач по алгебре / Под ред. А.И. Кострикина: Учеб. пособ.: Для вузов. В 2 т. Т. 2. / Ч. III. Основные алгебраические структуры. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. 168 с. ISBN 978-5-9221-0726-6. <http://e.lanbook.com/view/book/2743/page2/>

7.3. Интернет-ресурсы:

- Звонкин А.К., Ландо С.К. Графы на поверхностях и их приложения. М: МЦНМО, 2010. -
<http://e.lanbook.com/view/book/9342/page10/>

Курош А.Г. Лекции по общей алгебре. - 2-е изд. стер. - Санкт-Петербург: Лань, 2007. - <http://e.lanbook.com/view/book/527/>

Манин Ю.И. , Панчишкин А.А. Введение в современную теорию чисел. - М.: МЦНМО (Московский центр непрерывного математического образования), 2009. - http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=9368

Наймарк М. А. Теория представлений групп. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. - <http://e.lanbook.com/view/book/2751/>

Сборник задач по алгебре (Под редакцией А. И. Кострикина) - М.: Физматлит, 2007. - <http://e.lanbook.com/view/book/2743/>

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Теория представлений" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань" , доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

учебные аудитории для проведения лекционных и семинарских занятий, библиотека, доступ студентов к Интернету.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010100.68 "Математика" и магистерской программе Алгебра .

Автор(ы):

Скрябин С.М. _____

"__" _____ 201__ г.

Рецензент(ы):

Киндер М.И. _____

"__" _____ 201__ г.