МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное учреждение
высшего профессионального образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского

**УТВЕРЖДАЮ**
Проректор
по образовательной деятельности КФУ
Проф. Минзарипов Р.Г.

*подписано электронно-цифровой подписью*

# Программа дисциплины

Прикладная алгебра М2.ДВ.1

Направление подготовки: 010100.68 - Математика
Профиль подготовки: Алгебра
Квалификация выпускника: магистр
Форма обучения: очное
Язык обучения: русский

**Автор(ы):**
Корешков Н.А. , Насрутдинов М.Ф.

**Рецензент(ы):**
Ильин С.Н.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Арсланов М. М.
Протокол заседания кафедры No ___ от "____" _____ 201__г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :
Протокол заседания УМК No ____ от "____" _____ 201__г

Регистрационный No 81728515

Казань
2014

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Корешков Н.А. Кафедра алгебры и математической логики отделение математики , Nikolai.Koreshkov@kpfu.ru ; заместитель директора Насрутдинов М.Ф. Высшая школа информационных технологий и информационных систем КФУ , Marat.Nasrutdinov@kpfu.ru

## 1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины "Прикладная алгебра" являются получение представления о возможностях приложений алгебраических методов в прикладных задачах и при разработке систем компьютерной математики. В дисциплине разбираются методы, лежащие на стыке алгебры и вычислительных методов.

При освоении дисциплины вырабатывается понимание идей, лежащих в основе построения систем компьютерной математики.

## 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " М2.ДВ.1 Профессиональный" основной образовательной программы 010100.68 Математика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 2 курсе, 3, 4 семестры.

В курсе демонстрируется приложения абстрактных методов и понятий алгебры, рассматриваются вопросы эффективности нахождения объектов, о которых зачастую доказывается только теоремы о существовании. Слушатели должны владеть математическими знаниями в объеме стандартных университетских курсов по высшей алгебре.

## 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

| Шифр компетенции | Расшифровка приобретаемой компетенции |
|---|---|
| ОК-5 (общекультурные компетенции) | способность порождать новые идеи |
| ОК-6 (общекультурные компетенции) | способность работать самостоятельно, забота о качестве, стремление к успеху |
| ОК-8 (общекультурные компетенции) | инициативность и лидерство |
| ПК-12 (профессиональные компетенции) | способность различным образом представлять и адаптировать математические знания с учетом уровня аудитории |
| ПК-3 (профессиональные компетенции) | способность к интенсивной научно-исследовательской и научно-изыскательской деятельности |
| ПК-15 (профессиональные компетенции) | возможность преподавания физико-математических дисциплин и информатики в общеобразовательных учреждениях, образовательных учреждениях начального профессионального, среднего профессионального и высшего профессионального образования на основе полученного фундаментального образования и научного мировоззрения |

| Шифр компетенции | Расшифровка приобретаемой компетенции |
|---|---|
| ПК-16 (профессиональные компетенции) | умение извлекать актуальную научно-техническую информацию из электронных библиотек, реферативных журналов |

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

основные понятия и результаты дисциплины (кольцо многочленов, идеалы, многообразия, стандартные базисы, алгоритм Бухбергера, разложение на простые многочлены), понимать логические связи между ними.

2. должен уметь:

решать системы полиномиальных уравнений, базисы Гребнера идеала, раскладывать многочлены на множители, пользоваться одной из систем компьютерной математики для решения задач

3. должен владеть:

навыками решения задач прикладной алгебры, в том числе, применяя системы компьютерной алгебры.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

применять методы прикладной алгебры к решению практических задач.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

применять методы прикладной алгебры к решению практических задач.

## 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет зачетных(ые) единиц(ы) 144 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 3 семестре; зачет в 4 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

**Тематический план дисциплины/модуля**

| N | Раздел Дисциплины/ Модуля | Семестр | Неделя семестра | Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах) | | | Текущие формы контроля |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | Лекции | Практические занятия | Лабораторные работы | |
| 1. | Тема 1. Вопросы прикладной алгебры. | 3 | 1-2 | 1 | 2 | 0 | домашнее задание |
| 2. | Тема 2. Базисы Гребнера. | 3 | 3-8 | 5 | 10 | 0 | устный опрос |

| N | Раздел Дисциплины/ Модуля | Семестр | Неделя семестра | Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах) | | | Текущие формы контроля |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | Лекции | Практические занятия | Лабораторные работы | |
| 3. | Тема 3. Разложение многочленов на множители | 3 | 9-13 | 3 | 10 | 0 | контрольная работа |
| 4. | Тема 4. Интегрирование полиномов и рациональных функций. | 3 | 14-17 | 3 | 2 | 0 | устный опрос |
| 5. | Тема 5. Интегрирование логарифмических и экспоненциальных функций. | 4 | 1-4 | 6 | 6 | 0 | контрольная работа |
| . | Тема . Итоговая форма контроля | 3 | | 0 | 0 | 0 | зачет |
| | Итого | | | 18 | 30 | 0 | |

**4.2 Содержание дисциплины**

**Тема 1. Вопросы прикладной алгебры.**

***лекционное занятие (1 часа(ов)):***

Вопросы прикладной алгебры. Компьютерная алгебра. Компьютерные системы символьных вычислений.

***практическое занятие (2 часа(ов)):***

Решение задач. Установить систему Sage. Решение задач (СЛУ, интегрирование, дифференцирование) в СКА Sage.

**Тема 2. Базисы Гребнера.**

***лекционное занятие (5 часа(ов)):***

Наибольший общий делитель и последовательности полиномиальных остатков. Базисы Гребнера. Решение систем полиномиальных уравнений. Использование в в задачах алгебраической геометрии, робототехники.

***практическое занятие (10 часа(ов)):***

Решение задач. Формализация текстовой задачи. Нахождение базисов Гребнера.

**Тема 3. Разложение многочленов на множители**

***лекционное занятие (3 часа(ов)):***

Алгоритмы Кронекера. Разложение на множители, свободные от квадратов. Факторизация. Разложение многочленов на неприводимые множители по модулю p. Лемма Гензеля. Применения к проблемам передачи информации (теории кодирования и криптографии).

***практическое занятие (10 часа(ов)):***

Решение задач. Разложение многочлена методом Кронекера.

**Тема 4. Интегрирование полиномов и рациональных функций.**

***лекционное занятие (3 часа(ов)):***

Интегрирование полиномов и рациональных функций.

***практическое занятие (2 часа(ов)):***

Решение задач. Интегрирование полиномов в Sage.

**Тема 5. Интегрирование логарифмических и экспоненциальных функций.**

***лекционное занятие (6 часа(ов)):***

Дифференциальная алгебра. Структурная теорема. Интегрирование логарифмических и экспоненциальных функций

***практическое занятие (6 часа(ов)):***

Решение задач:интегрирование логарифмических и экспоненциальных функций.

### 4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

| N | Раздел Дисциплины | Семестр | Неделя семестра | Виды самостоятельной работы студентов | Трудоемкость (в часах) | Формы контроля самостоятельной работы |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. | Тема 1. Вопросы прикладной алгебры. | 3 | 1-2 | подготовка домашнего задания | 20 | домашнее задание |
| 2. | Тема 2. Базисы Гребнера. | 3 | 3-8 | подготовка к устному опросу | 20 | устный опрос |
| 3. | Тема 3. Разложение многочленов на множители | 3 | 9-13 | подготовка к контрольной работе | 20 | контрольная работа |
| 4. | Тема 4. Интегрирование полиномов и рациональных функций. | 3 | 14-17 | подготовка к устному опросу | 20 | устный опрос |
| 5. | Тема 5. Интегрирование логарифмических и экспоненциальных функций. | 4 | 1-4 | подготовка к контрольной работе | 16 | контрольная работа |
| | Итого | | | | 96 | |

### 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

активные и интерактивные формы, лекции, практические занятия, контрольные работы, зачет, компьютеры. В течение семестра студенты решают задачи, указанные преподавателем, к каждому семинару. Зачет выставляется после решения всех задач контрольных работ и выполнения самостоятельной работы.

### 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

**Тема 1. Вопросы прикладной алгебры.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Установка систем компьютерной алгебры. Отчет о выполнении.

**Тема 2. Базисы Гребнера.**

устный опрос , примерные вопросы:

Нахождение базисов Гребнера с помощью выбранной системы компьютерной алгебры. Решение полиномиальных систем.

**Тема 3. Разложение многочленов на множители**

контрольная работа , примерные вопросы:

Факторизация многочленов над кольцом целых чисел. Алгоритм Бэрлекемпа.

**Тема 4. Интегрирование полиномов и рациональных функций.**

устный опрос , примерные вопросы:

Методы интегрирования полиномов и рациональных функций.

**Тема 5. Интегрирование логарифмических и экспоненциальных функций.**

контрольная работа , примерные вопросы:

Доказательство интегрируемости/неинтегрируемости функций.

**Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к зачету:

Приложение 1. Примерные вопросы на зачете в форме устного собеседования по билетам.

1. Алгоритм деления в кольце многочленов от нескольких переменных.
2. Теорема Гильберта о базисе.
3. Базисы Грёбнера.
4. Алгоритм Бухбергера для нахождения базисов Грёбнера.
5. Теорема Гильберта о нулях.
6. Радикальные идеалы и алгебраические многообразия.
7. Неприводимые многообразия и простые идеалы.
8. Разложение многообразия в объединения неприводимых.
9. Интегрирование полиномов и рациональных функций.
10. Разложение многочленов на неприводимые множители по модулю p.
11. Интегрирование логарифмических и экспоненциальных функций.

**7.1. Основная литература:**

Математическое программирование в примерах и задачах, Акулич, Иван Людвигович, 2009г.

Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре. - СПб.: Лань, 2010. -- 480 стр. http://e.lanbook.com/view/book/529/

Акулич И.Л. Математическое программирование в примерах и задачах. - СПб.: Лань, 2011. - 352 с. http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2027

В. А. Ильин, Э. Г. Позняк Аналитическая геометрия - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009 http://e.lanbook.com/view/book/2179/

**7.2. Дополнительная литература:**

Сборник задач по алгебре / [И. В. Аржанцев и др.]; под ред. А. И. Кострикина.-[Новое изд., испр.].-Москва: Изд-во МЦНМО, 2009.-403 с.; 22 .-Авт. указаны на обороте тит. л..-Библиогр.: с. 8-9.-ISBN 978-5-94057-413-2((в пер.)), 1000.

Сборник задач по алгебре (Под редакцией А. И. Кострикина) - М.: Физматлит, 2007 http://e.lanbook.com/view/book/2743/

Тронин С.Н. Введение в теорию групп. Задачи и теоремы. Часть 1. - 2006. [Электронный ресурс] //http://kpfu.ru//staff_files/F2140185355/TRONIN1.PDF

Артамонов, Вячеслав Александрович. Линейная алгебра и выпуклая геометрия / В. А. Артамонов, В. Н. Латышев.-Москва: Факториал Пресс, 2004.-159, [1] с.: ил.; 24.-(Серия "XX век". Математика и механика; Вып. 6).-Линейная алгебра и геометрия.-Библиогр.: с. 155-156.-ISBN 5-88688-071-2(в пер.), 1000.

### 7.3. Интернет-ресурсы:

GAP System for Computational Discrete Algebra - www.gap-system.org/

Национальный Открытый Университет "ИНТУИТ" - http://www.intuit.ru/

Сайт КФУ - http://kpfu.ru

СДО КФУ - http://tulpar.kfu.ru

Система компьютерной алгебры Maxima - maxima.sourceforge.net/ru

### 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Прикладная алгебра" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Компьютерный класс, представляющий собой рабочее место преподавателя и не менее 15 рабочих мест студентов, включающих компьютерный стол, стул, персональный компьютер, лицензионное программное обеспечение. Каждый компьютер имеет широкополосный доступ в сеть Интернет. Все компьютеры подключены к корпоративной компьютерной сети КФУ и находятся в едином домене.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань" , доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

учебные аудитории для проведения лекционных и семинарских занятий, доступ студентов к компьютеру с одной из систем компьютерной алгебры (коммерческие Mathematica, Maple или по свободной лицензии Maxima, GAP).

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010100.68 "Математика" и магистерской программе Алгебра .

Автор(ы):
Корешков Н.А. _____
Насрутдинов М.Ф. _____
"__" _____ 201 __ г.

Рецензент(ы):
Ильин С.Н. _____
"__" _____ 201 __ г.