

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное учреждение
высшего профессионального образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



подписано электронно-цифровой подписью

Программа дисциплины
Теория моделей M2.B.5

Направление подготовки: 010100.68 - Математика

Профиль подготовки: Алгебра

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Автор(ы):

Файзрахманов М.Х.

Рецензент(ы):

Арсланов М.М.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Арсланов М. М.

Протокол заседания кафедры No ____ от " ____ " _____ 201__ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No ____ от " ____ " _____ 201__ г

Регистрационный No 817212315

Казань
2014

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. Файзрахманов М.Х. Кафедра алгебры и математической логики отделение математики, Marat.Faizrahmanov@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

Главной целью освоения дисциплины (модуля) "Теория множеств" является обучение студентов методам решения задач теории моделей и соответствующему мышлению. В процессе обучения требуется дать студентам запас базовых знаний по основным разделам теории моделей, обучить рациональному и эффективному использованию полученных знаний при решении типовых задач теории моделей; сформировать у студентов представление о теории моделей как методе изучения широкого круга объектов и процессов; сформировать знания, умения и навыки использования основных понятий теории множеств. Формирование логической и математической культуры студента, фундаментальная подготовка в области математической логики, овладение современным математическим аппаратом для дальнейшего использования в приложениях.

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " М2.В.5 Профессиональный" основной образовательной программы 010100.68 Математика и относится к вариативной части. Осваивается на 2 курсе, 4 семестр.

Теория множеств входит в цикл дисциплин по выбору. Для успешного изучения теории множеств необходимы знания и умения в объеме школьной программы по математике, общие понятия и факты из математического анализа, дискретной математики и математической логики.

Освоение теории множеств необходимо для эффективного использования возможностей современной вычислительной техники, изучения программирования и информатики. Знание основ теории множеств необходимо практически в любой современной научно-исследовательской работе.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

| Шифр компетенции | Расшифровка приобретаемой компетенции |
|---|---|
| ОК-5 (общекультурные компетенции) | способность порождать новые идеи |
| ОК-6 (общекультурные компетенции) | способностью работать самостоятельно, заботой о качестве, стремлением к |
| ОК-8 (общекультурные компетенции) | инициативностью и лидерством |
| ПК-3 (профессиональные компетенции) | способность к интенсивной научно-исследовательской и научно-изыскательской деятельности |
| ПК-6 (профессиональные компетенции) | самостоятельное построение целостной картины дисциплины |
| ПК-12 (профессиональные компетенции) | способность различным образом представлять и адаптировать математические знания с учетом уровня аудитории |

| Шифр компетенции | Расшифровка приобретаемой компетенции |
|---|--|
| ПК-15 (профессиональные компетенции) | возможность преподавания физико-математических дисциплин и информатики в общеобразовательных учреждениях, образовательных учреждениях начального профессионального, среднего профессионального и высшего профессионального образования на основе полученного фундаментального образования и научного мировоззрения |
| ПК-16 (профессиональные компетенции) | умение извлекать актуальную научно-техническую информацию из электронных библиотек, реферативных журналов |

В результате освоения дисциплины студент:

4. должен демонстрировать способность и готовность:

оперировать основными понятиями теории множеств, определениями и свойствами математических объектов, используемых в этой области, формулировками утверждений, методами их доказательств, возможными сферами их приложений.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

оперировать основными понятиями теории множеств, определениями и свойствами математических объектов, используемых в этой области, формулировками утверждений, методами их доказательств, возможными сферами их приложений.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

оперировать основными понятиями теории множеств, определениями и свойствами математических объектов, используемых в этой области, формулировками утверждений, методами их доказательств, возможными сферами их приложений.

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет зачетных(ые) единиц(ы) 108 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 4 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

| N | Раздел Дисциплины/ Модуля | Семестр | Неделя семестра | Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах) | | | Текущие формы контроля |
|----|---|---------|--------------------|---|-------------------------|------------------------|---------------------------|
| | | | | Лекции | Практические занятия | Лабораторные работы | |
| 1. | Тема 1. Алгебраические структуры языка первого порядка. Канонические модели. Элементарная эквивалентность и элементарные подструктуры. Критерий Тарского-Воота. Элиминация кванторов | 4 | 1-3 | 2 | 4 | 0 | домашнее задание |
| 2. | Тема 2. Теоремы Скулема. Челночная эквивалентность. Критерий элементарной эквивалентности Разрешимость элементарной теории аддитивной упорядоченной группы целых чисел. | 4 | 4-8 | 3 | 6 | 0 | домашнее задание |
| 3. | Тема 3. Теорема Рамсея о разбиениях (конечный и бесконечный случаи). | 4 | 9-11 | 2 | 4 | 0 | контрольная работа |
| 4. | Тема 4. Опускание типов. Атомные и простые модели. | 4 | 12-13 | 3 | 6 | 0 | устный опрос |
| 5. | Тема 5. Минимальные множества и минимальные формулы. Критерий (строгой) минимальности | 4 | 13-14 | 2 | 4 | 0 | домашнее задание |
| 6. | Тема 6. Категоричность. Теорема Морлея о несчетной категоричности | 4 | 15-16 | 2 | 4 | 0 | контрольная работа |
| | Тема . Итоговая форма контроля | 4 | | 0 | 0 | 0 | зачет |
| | Итого | | | 14 | 28 | 0 | |

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Алгебраические структуры языка первого порядка. Канонические модели. Элементарная эквивалентность и элементарные подструктуры. Критерий Тарского-Воота. Элиминация кванторов

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Вводится понятие алгебраической системы сигнатуры произвольной мощности и понятие элементарных теорий алгебраических систем. Доказывается критерий Вюота-Тарского для элементарных подсистем.

практическое занятие (4 часа(ов)):

Решаются задачи на определение элементарной эквивалентности между классами классических алгебр и моделей - групп, колец, булевых алгебр и линейно упорядоченных множеств.

Тема 2. Теоремы Скулема. Челночная эквивалентность. Критерий элементарной эквивалентности Разрешимость элементарной теории аддитивной упорядоченной группы целых чисел.

лекционное занятие (3 часа(ов)):

Приводится доказательство теоремы Скулема о существовании счетной модели, изоморфной заданной алгебраической системе не более чем счетной сигнатуры. Доказывается критерий элементарной эквивалентности алгебраических систем в терминах частичных изоморфизмов. Излагаются основные методы проверки разрешимости элементарных теорий. Проверяется разрешимость упорядоченной группы целых чисел.

практическое занятие (6 часа(ов)):

Решение задач на проверку разрешимости элементарных теорий классических моделей - булевых алгебр и линейно упорядоченных множеств. Проверка разрешимости элементарной теории произвольной булевой алгебры и плотного линейного порядка.

Тема 3. Теорема Рамсея о разбиениях (конечный и бесконечный случаи).

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Доказательство теоремы Рамсея о разбиениях в двух случаях - конечном и бесконечном.

практическое занятие (4 часа(ов)):

Решение задач с применением теоремы Рамсея для классических моделей - булевых алгебр, абелевых групп и алгебраически замкнутых полей.

Тема 4. Опускание типов. Атомные и простые модели.

лекционное занятие (3 часа(ов)):

Доказательство теоремы об опускании типов. Вводится определение атомных и простых моделей.

практическое занятие (6 часа(ов)):

Решение задач на опускание типов для классических моделей - булевых алгебр, абелевых групп и алгебраически замкнутых полей.

Тема 5. Минимальные множества и минимальные формулы. Критерий (строгой) минимальности

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Вводится понятие минимальных множеств и формул языка первого порядка. Доказывается критерий строгой минимальности.

практическое занятие (4 часа(ов)):

Решение задач на построение минимальных множеств и формул языка первого порядка.

Тема 6. Категоричность. Теорема Морлея о несчетной категоричности

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Вводится понятие категоричности теории в произвольной мощности. Доказывается теорема Морлея о категоричности - теория, категоричная в некоторой несчетной мощности, категорична в каждой несчетной мощности.

практическое занятие (4 часа(ов)):

Задачи на исследование возможных усиления теоремы о категоричности. Построение счетно категоричной теории не являющейся категоричной в мощности континуума.

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

| N | Раздел Дисциплины | Семестр | Неделя семестра | Виды самостоятельной работы студентов | Трудоемкость (в часах) | Формы контроля самостоятельной работы |
|----|--|---------|-----------------|---------------------------------------|------------------------|---------------------------------------|
| 1. | Тема 1. Алгебраические структуры языка первого порядка. Канонические модели. Элементарная эквивалентность и элементарные подструктуры. Критерий Тарского-Воота. Элиминация кванторов | 4 | 1-3 | подготовка домашнего задания | 11 | домашнее задание |
| 2. | Тема 2. Теоремы Скулема. Челночная эквивалентность. Критерий элементарной эквивалентности. Разрешимость элементарной теории аддитивной упорядоченной группы целых чисел. | 4 | 4-8 | подготовка домашнего задания | 11 | домашнее задание |
| 3. | Тема 3. Теорема Рамсея о разбиениях (конечный и бесконечный случаи). | 4 | 9-11 | подготовка к контрольной работе | 11 | контрольная работа |
| 4. | Тема 4. Опускание типов. Атомные и простые модели. | 4 | 12-13 | подготовка к устному опросу | 11 | устный опрос |
| 5. | Тема 5. Минимальные множества и минимальные формулы. Критерий (строгой) минимальности | 4 | 13-14 | подготовка домашнего задания | 11 | домашнее задание |
| 6. | Тема 6. Категоричность. Теорема Морлея о несчетной категоричности | 4 | 15-16 | подготовка к контрольной работе | 11 | контрольная работа |
| | Итого | | | | 66 | |

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

активные и интерактивные формы: лекции, практические занятия, контрольные работы, зачет

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Алгебраические структуры языка первого порядка. Канонические модели. Элементарная эквивалентность и элементарные подструктуры. Критерий Тарского-Воота. Элиминация кванторов

домашнее задание , примерные вопросы:

Проверить элементарную эквивалентность двух решеток. Проверить совпадение полных диаграмм двух линейных порядков.

Тема 2. Теоремы Скулема. Челночная эквивалентность. Критерий элементарной эквивалентности Разрешимость элементарной теории аддитивной упорядоченной группы целых чисел.

домашнее задание , примерные вопросы:

Установить разрешимость теорий заданных плотных линейных порядков и алгебраически замкнутых полей.

Тема 3. Теорема Рамсея о разбиениях (конечный и бесконечный случаи).

контрольная работа , примерные вопросы:

Индивидуальное решение задач по вариантам с применением теоремы Рамсея для классических моделей - линейных порядков, решеток и алгебраически замкнутых полей.

Тема 4. Опускание типов. Атомные и простые модели.

устный опрос , примерные вопросы:

Устный опрос для проверки знаний результатов об атомных и простых моделях.

Тема 5. Минимальные множества и минимальные формулы. Критерий (строгой) минимальности

домашнее задание , примерные вопросы:

Построение минимальных множеств и формул языка первого порядка.

Тема 6. Категоричность. Теорема Морлея о несчетной категоричности

контрольная работа , примерные вопросы:

Индивидуальное решение задач по вариантам на проверку несчетной категоричности заданных теорий.

Тема . Итоговая форма контроля

Примерные вопросы к зачету:

Приложение 1, вопросы к зачету:

1. Модели языка первого порядка.
2. Атомные и полные диаграммы моделей.
3. Элементарные теории моделей. Элементарные подструктуры.
4. Критерии элементарной эквивалентности моделей. Критерий Тарского-Воота. Элиминация кванторов.
5. Теорема Скулема. Челночные конструкции.
6. Разрешимые теории. Теория упорядоченной группы целых чисел.
7. Теорема Рамсея о разбиениях.
8. Атомные и простые модели. опускание типов.
9. Минимальность множеств формул языка первого порядка. Критерии минимальности.
10. Категоричность модели в заданной мощности.
11. Теорема о категоричности модели в каждой несчетной мощности в предположении ее категоричности в мощности не меньшей континуума.

7.1. Основная литература:

Алгебра логики и алгебра Поста, Малков, Майдим Александрович, 2012г.

Алгебраическая теория чисел, Вейль, Герман, 2011г.

Теория чисел, Веселова, Лидия Владимировна, 2012г.

4. Киселев А.П. Алгебра. Ч. I. -Физматлит, 2011, - 152 с.

//http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=2203

7.2. Дополнительная литература:

Введение в теорию множеств и общую топологию, Александров, Павел Сергеевич, 2009г.

2. Александров П.С. Введение в теорию множеств и общую топологию. [Электронный ресурс]

//http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=530.

3. Голицына О. Л. Базы данных: Учебное пособие / О.Л. Голицына, Н.В. Максимов, И.И. Попов. - 2-е изд., испр. и доп. - М.: Форум: ИНФРА-М, 2009. - 400 с.

<http://znanium.com/bookread.php?book=182482>.

7.3. Интернет-ресурсы:

Новак В., Перфильева И., Мочкорж И., Аверкин А.Н., Математические принципы нечеткой логики - http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2747

Балюкевич Э.Л., Алферова З.В., Романников А.Н. Алгебра и теория чисел : учебно-методический комплекс - <http://www.bibliorossica.com/book.html?currBookId=6094>

Герасимов А.С., Курс математической логики и теории вычислимости - http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=50159

Гурова Л.М., Зайцева Е.В., Математическая логика и теория алгоритмов - http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=3514

Киселев А.П., Алгебра. Ч. II. - http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2202

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Теория моделей" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "БиблиоРоссика", доступ к которой предоставлен студентам. В ЭБС "БиблиоРоссика" представлены коллекции актуальной научной и учебной литературы по гуманитарным наукам, включающие в себя публикации ведущих российских издательств гуманитарной литературы, издания на английском языке ведущих американских и европейских издательств, а также редкие и малотиражные издания российских региональных вузов. ЭБС "БиблиоРоссика" обеспечивает широкий законный доступ к необходимым для образовательного процесса изданиям с использованием инновационных технологий и соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань" , доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Аудитории для лекций и практических занятий. Рекомендованная для освоения курса литература, компьютеры, ксерокс, проектор.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010100.68 "Математика" и магистерской программе Алгебра .

Автор(ы):

Файзрахманов М.Х. _____

"__" _____ 201__ г.

Рецензент(ы):

Арсланов М.М. _____

"__" _____ 201__ г.