МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное учреждение
высшего профессионального образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского

УТВЕРЖДАЮ
Проректор
по образовательной деятельности КФУ
Проф. Минзарипов Р.Г.

подписано электронно-цифровой подписью

Программа дисциплины

Банаховы пространства аналитических функций М2.ДВ.3

Направление подготовки: 010100.68 - Математика
Профиль подготовки: Уравнения в частных производных
Квалификация выпускника: магистр
Форма обучения: очное
Язык обучения: русский

Автор(ы):
Каюмов И.Р.

Рецензент(ы):
Авхадиев Ф.Г.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Обносов Ю. В.
Протокол заседания кафедры No ___ от "____" _____ 201__г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :
Протокол заседания УМК No ____ от "____" _____ 201__г

Регистрационный No 81723014

Казань
2014

ЭЛЕКТРОННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАЦИОННО-АНАЛИТИЧЕСКАЯ СИСТЕМА КФУ

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, д.н. (доцент) Каюмов И.Р. Кафедра дифференциальных уравнений отделение математики , Ilgis.Kayumov@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

Курс посвящен изучению различных пространств функций аналитических в единичном круге, в частности, пространств Hp и весьма важного в современных исследованиях пространства Блоха. Граничное поведение конформных отображений играет весьма существенную роль в современных исследованиях по комплексному анализу и мате-матической физике. Для описания граничного поведения конформных отображений хорошо подходит аппарат гармонической меры, а также теоремы Поммеренке и Макарова о поведе-нии спектра интегральных средних. Эти результаты и планируется изложить на лекциях по данной теме.

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " М2.ДВ.3 Профессиональный" основной образовательной программы 010100.68 Математика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 1 курсе, 1 семестр.

Дисциплина входит в вариативную часть дисциплин по выбору профессионального цикла.

Получаемые знания необходимы для понимания последующих дисциплин по выбору, а также образуют фундамент при изучении актуального раздела современного комплексного анализа "Геометрическая теория функций комплексного переменного".

Слушатели должны владеть знаниями по дисциплинам математический анализ, функциональный анализ, комплексный анализ, алгебра.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОК-5 (общекультурные компетенции)	владеть способностью критически переосмысливать накопленный опыт, изменять при необходимости профиль своей профессиональной деятельности
ОК-6 (общекультурные компетенции)	владеть умением активно использовать базовые знания в области естественных наук в профессиональной деятельности
ОК-8 (общекультурные компетенции)	владеть способностью приобретать новые знания, используя современные образовательные и информационные технологии
ПК-12 (профессиональные компетенции)	обладать глубоким пониманием сути точности фундаментального знания
ПК-15 (профессиональные компетенции)	обладать способностью передавать результат проведенных физико-математических и прикладных исследований в виде конкретных рекомендаций, выраженной в терминах предметной области изучавшегося явления
ПК-3 (профессиональные компетенции)	уметь формулировать результат
ПК-6 (профессиональные компетенции)	уметь самостоятельно увидеть следствия сформулированного результата

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-7 (профессиональные компетенции)	уметь грамотно пользоваться языком предметной области
ПК-16 (профессиональные компетенции)	обладать способностью к выделению главных смысловых аспектов в доказательствах

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

Базовые результаты теории пространств Hp, Блоха и граничного поведения конформных отображений

2. должен уметь:

Применять методы геометрической теории функций комплексного переменного в современных проблемах комплексного анализа

3. должен владеть:

различными методами геометрической теории функций комплексного переменного

4. должен демонстрировать способность и готовность:

решать различные задачи теории пространств Hp, Блоха и граничного поведения конформных отображений

4. должен демонстрировать способность и готовность:

решать различные задачи теории пространств Hp, Блоха и граничного поведения конформных отображений

4. должен демонстрировать способность и готовность:

решать различные задачи теории пространств Hp, Блоха и граничного поведения конформных отображений

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет зачетных(ые) единиц(ы) 108 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 1 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Банаховы пространства. Гильбертовы пространства. Ряды Фурье и сходимость по Чезаро. Теоремы Хелли о функциях ограниченной вариации.	1	1	2	2	0	устный опрос
2.	Тема 2. Задача Дирихле и формула Пуассона. Интеграл Пуассона ? Стилтьеса. Представимость гармонических функций интегралом Пуассона ? Стилтьеса	1	2	2	4	0	устный опрос
3.	Тема 3. Теорема Римана о конформном отображении. Теорема Каратеодори о граничном соответствии. Теорема площадей и ее следствия.	1	3	2	2	0	устный опрос
4.	Тема 4. Теорема Фату. Произведения Бляшке. Простран-ства Hp. Пространство Блоха.	1	4	2	4	0	устный опрос контрольная работа
5.	Тема 5. Теорема Риссов - Прива-лова об отображении областей со спрямляемыми границами. Гармоническая мера.	1	5	2	2	0	устный опрос устный опрос
6.	Тема 6. Закон повторного логарифма и теоремы Н.Г. Макарова о граничных свойствах конформных отображений.	1	6	2	4	0	устный опрос контрольная работа
.	Тема . Итоговая форма контроля	1		0	0	0	экзамен
	Итого			12	18	0	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Банаховы пространства. Гильбертовы пространства. Ряды Фурье и сходимость по Чезаро. Теоремы Хелли о функциях ограниченной вариации.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

1. Элементы функционального анализа. Банаховы пространства. Гильбертовы пространства. Ряды Фурье и сходимость по Чезаро. Теоремы Хелли о функциях ограниченной вариации.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Решение задач по функциональному анализу

Тема 2. Задача Дирихле и формула Пуассона. Интеграл Пуассона ? Стилтьеса. Представимость гармонических функций интегралом Пуассона ? Стилтьеса

лекционное занятие (2 часа(ов)):

2. Гармонические функции и их свойства. Задача Дирихле и формула Пуассона. Интеграл Пуассона ? Стилтьеса. Представимость гармонических функций интегралом Пуассона ? Стилтьеса.

практическое занятие (4 часа(ов)):

Решение задач на тему "гармонические функции"

Тема 3. Теорема Римана о конформном отображении. Теорема Каратеодори о граничном соответствии. Теорема площадей и ее следствия.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

3. Базовые теоремы комплексного анализа. Теорема Римана о конформном отображении. Теорема Каратеодори о граничном соответствии. Теорема площадей и ее следствия.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Решение задач по конформным отображениям

Тема 4. Теорема Фату. Произведения Бляшке. Простран-ства Нр. Пространство Блоха.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

4. Пространства Харди. Граничное поведение аналитических функций в круге. Теорема Фату. Произведения Бляшке. Пространства Нр. Пространство Блоха.

практическое занятие (4 часа(ов)):

Решение задач

Тема 5. Теорема Риссов - Прива-лова об отображении областей со спрямляемыми границами. Гармоническая мера.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

5. Конформные отображения на области со спрямляемыми гпаницами. Теорема Риссов - Привалова об отображении областей со спрямляемыми границами. Гармоническая мера и ее свойства.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Решение задач

Тема 6. Закон повторного логарифма и теоремы Н.Г. Макарова о граничных свойствах конформных отображений.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

6. Граничные свойства конформных отображений. Закон повторного логарифма и теоремы Н.Г. Макарова о граничных свойствах конформных отображений.

практическое занятие (4 часа(ов)):

Решение задач

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Банаховы пространства. Гильбертовы пространства. Ряды Фурье и сходимость по Чезаро. Теоремы Хелли о функциях ограниченной вариации.	1	1	подготовка к устному опросу	12	устный опрос
2.	Тема 2. Задача Дирихле и формула Пуассона. Интеграл Пуассона ? Стилтьеса. Представимость гармонических функций интегралом Пуассона ? Стилтьеса	1	2	подготовка к устному опросу	12	устный опрос
3.	Тема 3. Теорема Римана о конформном отображении. Теорема Каратеодори о граничном соответствии. Теорема площадей и ее следствия.	1	3	подготовка к устному опросу	14	устный опрос
4.	Тема 4. Теорема Фату. Произведения Бляшке. Простран-ства Нр. Пространство Блоха.	1	4	Подготовка к контрольной работе	7	устный опрос
				подготовка к устному опросу	7	устный опрос
5.	Тема 5. Теорема Риссов - Прива-лова об отображении областей со спрямляемыми границами. Гармоническая мера.	1	5	подготовка к устному опросу	6	устный опрос
				подготовка к устному опросу	6	устный опрос
6.	Тема 6. Закон повторного логарифма и теоремы Н.Г. Макарова о граничных свойствах конформных отображений.	1	6	подготовка к устному опросу	7	устный опрос
				подготовка к устному опросу	7	устный опрос
	Итого				78	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Освоение дисциплины "Краевые задачи гидродинамики" предполагает использование в основном традиционных средств -лекции и практические/семинарские занятия. Проведение ряда семинарских занятий по краевым задачам предполагает использование программных средств - современных математических пакетов (Mathematica, MatLab и др.)

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Банаховы пространства. Гильбертовы пространства. Ряды Фурье и сходимость по Чезаро. Теоремы Хелли о функциях ограниченной вариации.

устный опрос , примерные вопросы:

Банаховы пространства. Гильбертовы пространства. Ряды Фурье и сходимость по Чезаро. Теоремы Хелли о функциях ограниченной вариации.

Тема 2. Задача Дирихле и формула Пуассона. Интеграл Пуассона ? Стилтьеса. Представимость гармонических функций интегралом Пуассона ? Стилтьеса

устный опрос , примерные вопросы:

Задача Дирихле и формула Пуассона. Интеграл Пуассона- Стилтьеса. Представимость гармонических функций интегралом Пуассона-Стилтьеса

Тема 3. Теорема Римана о конформном отображении. Теорема Каратеодори о граничном соответствии. Теорема площадей и ее следствия.

устный опрос , примерные вопросы:

Теорема Римана о конформном отображении. Теорема Каратеодори о граничном соответствии. Теорема площадей и ее следствия.

Тема 4. Теорема Фату. Произведения Бляшке. Простран-ства Нр. Пространство Блоха.

устный опрос , примерные вопросы:

Пространства Нр. Пространство Блоха.

устный опрос , примерные вопросы:

Пространства Нр. Пространство Блоха.

Тема 5. Теорема Риссов - Прива-лова об отображении областей со спрямляемыми границами. Гармоническая мера.

устный опрос , примерные вопросы:

Гармоническая мера.

устный опрос , примерные вопросы:

Гармоническая мера.

Тема 6. Закон повторного логарифма и теоремы Н.Г. Макарова о граничных свойствах конформных отображений.

устный опрос , примерные вопросы:

Теоремы Н.Г. Макарова о граничных свойствах конформных отображений.

устный опрос , примерные вопросы:

Теоремы Н.Г. Макарова о граничных свойствах конформных отображений.

Тема . Итоговая форма контроля

Примерные вопросы к зачету:

все виды текущего контроля успеваемости и аттестации по итогам освоения дисциплины оцениваются по 100-балльной рейтинговой системе, принятой к КФУ. Экзамены оцениваются переводом набранных по дисциплине баллов в оценки: неудовлетворительно, посредственно, удовлетворительно, хорошо, очень хорошо, отлично. Программа экзамена приведены в Приложении.

Программа экзамена

1. Банаховы пространства.
2. Гильбертовы пространства.
3. Ряды Фурье, сходимость по Чезаро.

4. Задача Дирихле и формула Пуассона.
5. Интеграл Пуассона - Стилтьеса.
6. Представимость гармонических функций интегралом Пуассона - Стилтьеса.
7. Теорема Римана о конформном отображении.
8. Теорема Каратеодори о граничном соответствии.
9. Теорема площадей и ее следствия. Теорема Фату.
10. Произведения Бляшке.
11. Пространства Hp.
12. Пространство Блоха.
13. Теорема Риссов - Привалова об отображении областей со спрямляемыми границами.
14. Гармоническая мера, основные свойства.
15. Закон повторного логарифма для конформных отображений.
16. Метрические свойства гармонической меры на жордановых кривых.

Контрольная работа N 1:
1) Доказать, что сходимость по Чезаро влечет сходимость по Абелю.
2) Решить задачу Дирихле для полуплоскости.
3) Доказать, что круг нельзя конформно отобразить на полуплоскость.
4) Отобразить прямоугольник на полукруг.

Контрольная работа N 2:
1) Доказать, что локально связное множество является связным.
2) Привести пример связного множества, которое не является локально связным.
3) Дать вероятностную интерпретацию закона повторного логарифма Н.Г. Макарова.
4) Оценить гармоническую меру множеств на полукруге.

7.1. Основная литература:

Теория функций комплексной переменной, Свешников, Алексей Георгиевич;Тихонов, Андрей Николаевич, 2010г.

Дифференциальные уравнения, Эльсгольц, Лев Эрнестович, 2013г.

Обыкновенные дифференциальные уравнения, Сикорский, Юрий Станиславович;Михлин, С. Г., 2010г.

1. Ильин А.М. Уравнения математической физики. Физматлит, 2009, - 192 с.

Адрес в сети: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2181

2. Романко В.К. Курс дифференциальных уравнений и вариационного исчисления. Изд-во: "Бином. Лаборатория знаний", 2013, -344 с.

Адрес в сети: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=42609

3. Бибиков Ю. Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений. Изд-во "Лань", 2011, -304 с.

Адрес в сети: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=1542

7.2. Дополнительная литература:

Справочник по высшей математике, Выгодский, Марк Яковлевич, 2004г.

1. Голузин Г.М. Геометрическая теория функций комплексного переменного. М.: Наука, 1966. -- 628 с.

2. Pommerenke Ch. Boundary behaviour of conformal maps. Springer-Verlag, 1992, 300 p.

3. Коллингвуд Э., Ловатер А. Теория предельных множеств, Мир, 1971,
312 с.
4. Garnett, John B.; Marshall, Donald E. Harmonic Measure. Cambridge: Cambridge University Press, 2005, doi:10.2277/0521470188

7.3. Интернет-ресурсы:

Garnett, John B.; Marshall, Donald E. Harmonic Measure. Cambridge: Cambridge University Press, 2005 - doi:10.2277/0521470188

Граничное поведение аналитических произведений Рисса в круге - http://www.mathnet.ru/php/archive.phtml?wshow=paper&jrnid=mt&paperid=38&option_lang=rus

ГРАНИЧНЫЕ СВОЙСТВА АНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ - http://dic.academic.ru/dic.nsf/enc_mathematics/1246/%D0%93%D0%A0%D0%90%D0%9D%D0%98%D0%

С. М. Львовский. Лекции по комплексному анализу. МЦНМО, 2009 - http://www.knigafund.ru/books/57824

Спектр интегральных средних и закон повторного логарифма для конформных отображений - http://www.mathnet.ru/php/archive.phtml?wshow=paper&jrnid=uzku&paperid=548&option_lang=rus

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Банаховы пространства аналитических функций" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань" , доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

учебные аудитории для проведения лекционных и семинарских занятий, доступ студентов к компьютеру с Microsoft Office

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010100.68 "Математика" и магистерской программе Уравнения в частных производных .

Автор(ы):
Каюмов И.Р. _____
"__" _____ 201 __ г.

Рецензент(ы):
Авхадиев Ф.Г. _____
"__" _____ 201 __ г.