

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



подписано электронно-цифровой подписью

**Программа дисциплины**

Введение в теорию непрерывных дробей M2.ДВ.2

Направление подготовки: 010100.68 - Математика

Профиль подготовки: Уравнения в частных производных

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Киясов С.Н.

**Рецензент(ы):**

Плещинский Н.Б.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Обносов Ю. В.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_ от "\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No \_\_\_ от "\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No 817211114

Казань  
2014

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Киясов С.Н. Кафедра дифференциальных уравнений отделение математики , Sergey.Kijasov@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины (модуля) ""Введение в теорию непрерывных дробей " являются:

- 1) овладение аналитической теорией непрерывных дробей и вопросов, связанных с аппроксимацией аналитических функций рациональными функциями, представимыми в виде конечных непрерывных дробей;
- 2) овладение современным математическим аппаратом для дальнейшего использования в приложениях.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " М2.ДВ.2 Профессиональный" основной образовательной программы 010100.68 Математика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 2 курсе, 4 семестр.

Дисциплина "Введение в теорию непрерывных дробей " входит в цикл профессиональных дисциплин в специальной части.

Для ее успешного изучения необходимы знания и умения, приобретенные в результате освоения предшествующих дисциплин: математический анализ, теории функций комплексного переменного, знание основных специальных функций.

Освоение дисциплины " Введение в теорию непрерывных дробей " необходимо для изучения теории аппроксимации аналитических функций.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-1 (профессиональные компетенции)	владение методами математического моделирования при анализе глобальных проблем на основе глубоких знаний фундаментальных математических дисциплин и компьютерных наук; производственно-технологическая деятельность: умение ориентироваться в современных алгоритмах компьютерной математики, совершенствовать, углублять и развивать математическую теорию, лежащую в их основе (ПК-7); собственное видение прикладного аспекта в строгих математических формулировках (ПК-8); способность к творческому применению, развитию и реализации математически сложных алгоритмов в современных программных комплексах (ПК-9);
ПК-3 (профессиональные компетенции)	способность к интенсивной научно-исследовательской и научно-изыскательской деятельности;
ПК-5 (профессиональные компетенции)	умение публично представить собственные новые научные результаты;
ПК-2 (профессиональные компетенции)	владение методами математического и алгоритмического моделирования при анализе проблем естествознания;

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-4 (профессиональные компетенции)	самостоятельный анализ физических аспектов в классических постановках математических задач;
ПК-6 (профессиональные компетенции)	самостоятельное построение целостной картины дисциплины;

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

основные понятия аналитической теории непрерывных дробей, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений;

2. должен уметь:

решать вопросы, связанные с аппроксимацией Паде аналитических функций;

3. должен владеть:

математическим аппаратом, методами решения задач и доказательства утверждений в этой области.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

математическим аппаратом, методами решения задач и доказательства утверждений в этой области.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

основные понятия аналитической теории непрерывных дробей, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений;

4. должен демонстрировать способность и готовность:

решать вопросы, связанные с аппроксимацией Паде аналитических функций;

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет зачетных(ые) единиц(ы) 144 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 4 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Элементарные свойства непрерывных дробей. Последовательности, порожденные дробно-линейными преобразованиями. Преобразования эквивалентности. Свертки и расширения непрерывных дробей.	4	1-3	2	4	0	устный опрос
2.	Тема 2. Сходимость непрерывных дробей. Последовательности вложенных круговых областей. Необходимые и достаточные условия сходимости. Параболические области сходимости. Парные области сходимости. Классификация непрерывных дробей.	4	5-6	4	8	0	устный опрос реферат
3.	Тема 3. Представления аналитических функций непрерывными дробями. Соответствие непрерывных дробей и формальных рядов Лорана. Трехчленные рекуррентные соотношения. Минимальные решения. Равномерная сходимость.	4	7-8	2	4	0	устный опрос
4.	Тема 4. Таблицы Паде. Аппроксимация Паде. Многоточечные таблицы Паде.	4	13-14	2	4	0	устный опрос
5.	Тема 5. Теория равномерной сходимости строк таблицы Паде для мероморфной функции.	4	15	2	4	0	устный опрос

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
6.	Тема 6. Связь между задачей факторизации Винера-Хопфа и матричной задачей аппроксимации Паде.	4	16	2	4	0	реферат
	Тема . Итоговая форма контроля	4		0	0	0	зачет
	Итого			14	28	0	

#### 4.2 Содержание дисциплины

**Тема 1. Элементарные свойства непрерывных дробей. Последовательности, порожденные дробно-линейными преобразованиями. Преобразования эквивалентности. Свертки и расширения непрерывных дробей.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

[1] гл. 2, пп. 2.1-2.4. Элементарные свойства непрерывных дробей. Последовательности, порожденные дробно-линейными преобразованиями. Преобразования эквивалентности. Свертки и расширения непрерывных дробей.

**практическое занятие (4 часа(ов)):**

Построение непрерывных дробей порожденных конкретными дробно-линейными преобразованиями.

**Тема 2. Сходимость непрерывных дробей. Последовательности вложенных круговых областей. Необходимые и достаточные условия сходимости. Параболические области сходимости. Парные области сходимости Классификация непрерывных дробей.**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

[1] гл. 4, пп. 4.1-4.5. Сходимость непрерывных дробей. Последовательности вложенных круговых областей. Необходимые и достаточные условия сходимости. Параболические области сходимости. Парные области сходимости Классификация непрерывных дробей.

**практическое занятие (8 часа(ов)):**

Классификация непрерывных дробей.

**Тема 3. Представления аналитических функций непрерывными дробями. Соответствие непрерывных дробей и формальных рядов Лорана. Трехчленные рекуррентные соотношения. Минимальные решения. Равномерная сходимость.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

[1] гл. 5, пп. 5.1-5.4. Представления аналитических функций непрерывными дробями. Соответствие непрерывных дробей и формальных рядов Лорана. Трехчленные рекуррентные соотношения. Минимальные решения. Равномерная сходимость

**практическое занятие (4 часа(ов)):**

Представления элементарных аналитических функций непрерывными дробями.

**Тема 4. Таблицы Паде. Аппроксимация Паде. Многоточечные таблицы Паде.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

[1] гл. 5, п. 5.5. Таблицы Паде. Аппроксимация Паде. Многоточечные таблицы Паде.

**практическое занятие (4 часа(ов)):**

Построение таблиц Паде простейших аналитических функций.

**Тема 5. Теория равномерной сходимости строк таблицы Паде для мероморфной функции.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

[2] гл. 4, пп. 4.1-4.7 Теория равномерной сходимости строк таблицы Паде для мероморфной функции.

**практическое занятие (4 часа(ов)):**

Построение таблиц Паде простейших мероморфных функций.

**Тема 6. Связь между задачей факторизации Винера-Хопфа и матричной задачей аппроксимации Паде.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

[2] гл. 4, пп. 4.1-4.7 Связь между задачей факторизации Винера-Хопфа и матричной задачей аппроксимации Паде

**практическое занятие (4 часа(ов)):**

Факторизации Винера-Хопфа простейших матриц-функций.

**4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Элементарные свойства непрерывных дробей. Последовательности, порожденные дробно-линейными преобразованиями. Преобразования эквивалентности. Свертки и расширения непрерывных дробей.	4	1-3	Последовательности непрерывных дробей, порожденные дробно-линейными преобразованиями. Свертки и расш	14	устный опрос
2.	Тема 2. Сходимость непрерывных дробей. Последовательности вложенных круговых областей. Необходимые и достаточные условия сходимости. Параболические области сходимости. Парные области сходимости Классификация непрерывных дробей.	4	5-6	Классификация непрерывных дробей. Необходимые и достаточные условия сходимости.	10	устный опрос
				подготовка к реферату	12	реферат

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
3.	Тема 3. Представления аналитических функций непрерывными дробями. Соответствие непрерывных дробей и формальных рядов Лорана. Трехчленные рекуррентные соотношения. Минимальные решения. Равномерная сходимость.	4	7-8	Представления аналитических функций непрерывными дробями. Равномерная сходимость	18	устный опрос
4.	Тема 4. Таблицы Паде. Аппроксимация Паде. Многоточечные таблицы Паде.	4	13-14	Таблицы Паде для аналитических функций	18	устный опрос
5.	Тема 5. Теория равномерной сходимости строк таблицы Паде для мероморфной функции.	4	15	Таблицы Паде для мероморфных функций	16	устный опрос
6.	Тема 6. Связь между задачей факторизации Винера-Хопфа и матричной задачей аппроксимации Паде.	4	16	подготовка к реферату	14	реферат
	Итого				102	

### 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

активные и интерактивные формы.

### 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

**Тема 1. Элементарные свойства непрерывных дробей. Последовательности, порожденные дробно-линейными преобразованиями. Преобразования эквивалентности. Свертки и расширения непрерывных дробей.**

устный опрос , примерные вопросы:

Построение последовательности непрерывных дробей, порожденные конкретными дробно-линейными преобразованиями.

**Тема 2. Сходимость непрерывных дробей. Последовательности вложенных круговых областей. Необходимые и достаточные условия сходимости. Параболические области сходимости. Парные области сходимости Классификация непрерывных дробей.**

реферат , примерные темы:

1. Геометрия множества предельных точек; 2. Области равномерной сходимости;

устный опрос , примерные вопросы:

Классификация непрерывных дробей

**Тема 3. Представления аналитических функций непрерывными дробями. Соответствие непрерывных дробей и формальных рядов Лорана. Трехчленные рекуррентные соотношения. Минимальные решения. Равномерная сходимость.**

устный опрос , примерные вопросы:

Представления аналитических функций непрерывными дробями

**Тема 4. Таблицы Паде. Аппроксимация Паде. Многоточечные таблицы Паде.**

устный опрос , примерные вопросы:

Таблицы Паде для аналитических функций

**Тема 5. Теория равномерной сходимости строк таблицы Паде для мероморфной функции.**

устный опрос , примерные вопросы:

Таблицы Паде для мероморфных функций

**Тема 6. Связь между задачей факторизации Винера-Хопфа и матричной задачей аппроксимации Паде.**

реферат , примерные темы:

1. Примеры построения множества предельных точек.

**Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к зачету:

Контрольные работы предусмотрены в виде рефератов, написанных на основе изучения научных статей, а также построение таблиц аппроксимации Паде конкретных элементарных функций.

Перечень вопросов к зачету:

1. Элементарные свойства непрерывных дробей.

2. Свертки и расширения непрерывных дробей.

3. Понятие сходимости непрерывных дробей.

4. Необходимые и достаточные условия сходимости.

5. Классификация непрерывных дробей.

6. Представления аналитических функций непрерывными дробями.

7. Таблицы Паде. Аппроксимация Паде.

8. Таблицы Паде для аналитических функций.

9. Таблицы Паде для мероморфных функций

10. Связь между задачей факторизации Винера-Хопфа и матричной задачей аппроксимации Паде.

### 7.1. Основная литература:

Теория функций комплексной переменной, Свешников, Алексей Георгиевич;Тихонов, Андрей Николаевич, 2010г.

Теория функций комплексного переменного, Дубровин, Вячеслав Тимофеевич, 2010г.

3. Петрушко И.М. Елисеев А.Г. Качалов В.И. Кудин С.Ф. и др. Курс высшей математики. Теория функций комплексной переменной "Лань"

978-5-8114-1064-4ISBN: 2010 г., 368 стр

[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=526](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=526)

4. Привалов И.И Введение в теорию функций комплексного переменного "Лань"

978-5-8114-0913-6ISBN, 2009 г., 432 стр

[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=322](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=322)

## **7.2. Дополнительная литература:**

Труды Математического центра им. Н. И. Лобачевского, Т. 38. Теория функций, ее приложения и смежные вопросы, Абрамов, Денис Александрович;Авхадиев, Фарит Габидинович;Агачев, Юрий Романович;Тихонов, И. Н., 2009г.

Математический практикум, Ч. 5. Теория вероятностей и математическая статистика. Теория функций комплексного переменного. Операционное исчисление. Теория поля, Господариков, Александр Петрович;Корпухина, Ольга Ефремовна;Колтон, Гарри Абрамович, 2011г.

Теория функций нескольких переменных. Дифференциальное и интегральное исчисление, Хузиахметова, Р. Н.;Романова, Е. Н.;Субханкулова, Д. Г., 2009г.

## **7.3. Интернет-ресурсы:**

Ю.Н. Бибигов. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений.- -

[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=1542](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=1542)

В.А. Треногин. Обыкновенные дифференциальные уравнения.- -

[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=2341](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2341)

В.К. Романенко. Курс дифференциальных уравнений -

[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=42609](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=42609)

Петрушко И.М. Елисеев А.Г. Качалов В.И. Кудин С.Ф. и др. Курс высшей математики. Теория функций комплексной переменной - [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=526](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=526)

Привалов И.И Введение в теорию функций комплексного переменного -

[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=322](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=322)

## **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)**

Освоение дисциплины "Введение в теорию непрерывных дробей" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

не применяется

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010100.68 "Математика" и магистерской программе Уравнения в частных производных .

Автор(ы):

Киясов С.Н. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Плещинский Н.Б. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.