

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное учреждение
высшего профессионального образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ

Проф. Талорский Д.А.

_____ 20__ г.

подписано электронно-цифровой подписью

Программа дисциплины
Факторизация матриц-функций М2.ДВ.1

Направление подготовки: 010100.68 - Математика

Профиль подготовки: Уравнения в частных производных

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Автор(ы):

Киясов С.Н.

Рецензент(ы):

Плещинский Н.Б.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Обносов Ю. В.

Протокол заседания кафедры No ____ от " ____ " _____ 201__ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No ____ от " ____ " _____ 201__ г

Регистрационный No 817215615

Казань
2015

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Киясов С.Н. Кафедра дифференциальных уравнений отделение математики , Sergey.Kijasov@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины (модуля) "Факторизация матриц-функций" являются:

- 1) овладение качественной теорией задачи линейного сопряжения для нескольких неизвестных функций и характеристических систем сингулярных интегральных уравнений;
- 2) овладение современным математическим аппаратом для дальнейшего использования в приложениях.

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " М2.ДВ.1 Профессиональный" основной образовательной программы 010100.68 Математика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 2 курсе, 3, 4 семестры.

Дисциплина " Факторизация матриц-функций " входит в цикл профессиональных дисциплин в специальной части.

Для ее успешного изучения необходимы знания и умения, приобретенные в результате освоения предшествующих дисциплин: математический анализ, теории функций комплексного переменного, специального курса краевые задачи для аналитических функций и сингулярные интегральные уравнения.

Освоение дисциплины " Факторизация матриц-функций " необходимо для дальнейшего изучения теории краевых задач для аналитических функций.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-1 (профессиональные компетенции)	владение методами математического моделирования при анализе глобальных проблем на основе глубоких знаний фундаментальных математических дисциплин и компьютерных наук;
ПК-2 (профессиональные компетенции)	владение методами математического и алгоритмического моделирования при анализе проблем естествознания;
ПК-5 (профессиональные компетенции)	умение публично представить собственные новые научные результаты;
ПК-3 (профессиональные компетенции)	способность к интенсивной научно-исследовательской и научно-изыскательской деятельности;
ПК-4 (профессиональные компетенции)	самостоятельный анализ физических аспектов в классических постановках математических задач;
ПК-6 (профессиональные компетенции)	самостоятельное построение целостной картины дисциплины;

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

основные понятия теории задачи линейного сопряжения для нескольких неизвестных функций, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений;

2. должен уметь:

решать задачи линейного сопряжения для нескольких неизвестных функций сингулярные интегральные уравнения и системы сингулярных интегральных уравнений, для которых соответствующие матрицы-функции допускают эффективную факторизацию;

3. должен владеть:

основными методами курса и применять их к решению конкретных задач.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

решать задачи линейного сопряжения для нескольких неизвестных функций сингулярные интегральные уравнения и системы сингулярных интегральных уравнений, для которых соответствующие матрицы-функции допускают эффективную факторизацию;

4. должен демонстрировать способность и готовность:

основные понятия теории задачи линейного сопряжения для нескольких неизвестных функций, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений;

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет зачетных(ые) единиц(ы) 144 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 3 семестре; зачет в 4 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	

1. Тема 1. Однородная задача линейного сопряжения для нескольких неизвестных функций. Каноническая система решений. Каноническая и нормальная матрицы. Алгоритм перехода от

нормальной матрицы к канонической. Критерий устойчивости частных индексов.

3

1-3

6

0

0

письменная
работа

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
2.	Тема 2. Неоднородная задача линейного сопряжения для нескольких неизвестных функций.	3	4	2	2	0	письменная работа
3.	Тема 3. Общее определение факторизации матрицы-функции. Связь с канонической матрицей. Метод "отщепления нулей."	3	5-6	2	6	0	письменная работа
4.	Тема 4. Факторизация треугольных матриц-функций второго и третьего порядков.	3	7-8	0	4	0	письменная работа
5.	Тема 5. Факторизация рациональных матриц-функций.	3	9	0	2	0	письменная работа
6.	Тема 6. Факторизация мероморфных матриц-функций второго порядка.	3	10-12	2	10	0	письменная работа контрольная работа
7.	Тема 7. Сингулярные интегральные уравнения с двумя ядрами. Классы уравнений, разрешаемых в замкнутой форме.	4	1-2	2	1	0	письменная работа
8.	Тема 8. Сингулярные интегральные уравнения с n ядрами. Сведение к эквивалентной задаче линейного сопряжения. Случаи разрешимости в замкнутой форме.	4	3	1	1	0	письменная работа
9.	Тема 9. Характеристическая система сингулярных интегральных уравнений	4	4-5	2	2	0	письменная работа

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
10.	Тема 10. Характеристическая система сингулярных интегральных уравнений для двух неизвестных функций.	4	6	1	2	0	реферат
	Тема . Итоговая форма контроля	3		0	0	0	зачет
	Итого			18	30	0	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Однородная задача линейного сопряжения для нескольких неизвестных функций. Каноническая система решений. Каноническая и нормальная матрицы. Алгоритм перехода от нормальной матрицы к канонической. Критерий устойчивости частных индексов.

лекционное занятие (6 часа(ов)):

[1] глава 1, $\diamond\diamond$ 1-7 Постановка задачи. Каноническая система решений. Связь между различными каноническими системами решений. Каноническая и нормальная матрицы. Алгоритм перехода от нормальной матрицы к канонической. Общее решение задачи с данным порядком на бесконечности. Критерий устойчивости частных индексов.

Тема 2. Неоднородная задача линейного сопряжения для нескольких неизвестных функций.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

[1] глава 1, \diamond 8 Постановка задачи. Запись общего решения с данным порядком на бесконечности.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Решение конкретных задач с полиномиальными матрицами-функциями.

Тема 3. Общее определение факторизации матрицы-функции. Связь с канонической матрицей. Метод "отщепления нулей."

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Доп. литер. [1] часть 1. Понятие левой и правой факторизации матрицы-функции. Левые и правые частные индексы.

практическое занятие (6 часа(ов)):

Решение конкретных задач на метод "отщепления нулей".

Тема 4. Факторизация треугольных матриц-функций второго и третьего порядков.

практическое занятие (4 часа(ов)):

Факторизация треугольных матриц-функций второго и третьего порядков. Решение конкретных задач линейного сопряжения с треугольными матрицами-функциями второго и третьего порядка.

Тема 5. Факторизация рациональных матриц-функций.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Факторизация рациональных матриц-функций. Решение конкретных задач с рациональными матрицами-функциями второго и третьего порядков.

Тема 6. Факторизация мероморфных матриц-функций второго порядка.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Доп. литер. [8] Метод построения канонической системы решений по кусочно-мероморфному решению задачи линейного сопряжения для двух неизвестных функций. Факторизация мероморфных матриц-функций второго порядка.

практическое занятие (10 часа(ов)):

Решение конкретных задач линейного сопряжения с мероморфной матрицей-функцией второго порядка.

Тема 7. Сингулярные интегральные уравнения с двумя ядрами. Классы уравнений, разрешаемых в замкнутой форме.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Доп. литер. [3] Сингулярное интегральное уравнение с двумя ядрами. Сведение к соответствующей задаче линейного сопряжения. Выделение классов сингулярных интегральных уравнений с двумя ядрами, разрешимых в замкнутой форме.

практическое занятие (1 часа(ов)):

Решение конкретных сингулярных интегральных уравнений с двумя ядрами.

Тема 8. Сингулярные интегральные уравнения с n ядрами. Сведение к эквивалентной задаче линейного сопряжения. Случаи разрешимости в замкнутой форме.

лекционное занятие (1 часа(ов)):

Доп. литер. [2] . Сингулярные интегральные уравнения с n ядрами. Сведение к эквивалентной задаче линейного сопряжения. Случаи разрешимости в замкнутой форме.

практическое занятие (1 часа(ов)):

Решение конкретных сингулярных интегральных уравнений с тремя ядрами.

Тема 9. Характеристическая система сингулярных интегральных уравнений

лекционное занятие (2 часа(ов)):

[1] глава 1, §9 Характеристическая система сингулярных интегральных уравнений. Сведение к эквивалентной задаче линейного сопряжения. Союзная с ней система сингулярных интегральных уравнений. Связь между числом решений этих систем.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Решение конкретных задач.

Тема 10. Характеристическая система сингулярных интегральных уравнений для двух неизвестных функций.

лекционное занятие (1 часа(ов)):

Доп. литер. [6] Характеристическая система сингулярных интегральных уравнений для двух неизвестных функций. Выделение систем, разрешимых в замкнутой форме

практическое занятие (2 часа(ов)):

Решение конкретных задач.

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Однородная задача линейного сопряжения для нескольких неизвестных функций. Каноническая система решений. Каноническая и нормальная матрицы. Алгоритм перехода от нормальной матрицы к канонической. Критерий устойчивости частных индексов.	3	1-3	Построение канонической системы решений для треугольных матриц-функций второго и третьего порядков	12	устный опрос
2.	Тема 2. Неоднородная задача линейного сопряжения для нескольких неизвестных функций.	3	4	Решение неоднородной задачи линейного сопряжения для треугольных, матриц-функций второго и третьего	4	устный опрос
3.	Тема 3. Общее определение факторизации матрицы-функции. Связь с канонической матрицей. Метод "отщепления нулей."	3	5-6	Факторизация полиномиальных матриц-функций второго и третьего порядков (решение задач).	8	устный опрос
4.	Тема 4. Факторизация треугольных матриц-функций второго и третьего порядков.	3	7-8	Факторизация рациональных матриц-функций второго и третьего порядков (решение задач).	8	устный опрос
5.	Тема 5. Факторизация рациональных матриц-функций.	3	9	подготовка к контрольной работе	4	контрольная работа
6.	Тема 6. Факторизация мероморфных матриц-функций второго порядка.	3	10-12	Факторизация мероморфных матриц-функций второго порядка (решение задач).	12	устный опрос

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
7.	Тема 7. Сингулярные интегральные уравнения с двумя ядрами. Классы уравнений, разрешаемых в замкнутой форме.	4	1-2	Решение сингулярные интегральные уравнения с двумя ядрами и рациональными коэффициентами.	12	устный опрос
8.	Тема 8. Сингулярные интегральные уравнения с n ядрами. Сведение к эквивалентной задачи линейного сопряжения. Случаи разрешимости в замкнутой форме.	4	3	Решение сингулярные интегральные уравнения с тремя ядрами и рациональными коэффициентами.	16	устный опрос
9.	Тема 9. Характеристическая система сингулярных интегральных уравнений	4	4-5	Решение сингулярные интегральные уравнения с двумя ядрами и аналитическими коэффициентами.	10	устный опрос
10.	Тема 10. Характеристическая система сингулярных интегральных уравнений для двух неизвестных функций.	4	6	подготовка к реферату	10	реферат
	Итого				96	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

активные и интерактивные формы.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Однородная задача линейного сопряжения для нескольких неизвестных функций. Каноническая система решений. Каноническая и нормальная матрицы. Алгоритм перехода от нормальной матрицы к канонической. Критерий устойчивости частных индексов.

устный опрос , примерные вопросы:

Постановка задачи линейного сопряжения. Каноническая и нормальная системы решений. Частные индексы. Алгоритм построения канонической системы решений по нормальной. Решение задач линейного сопряжения с треугольными и полиномиальными матрицами.

Тема 2. Неоднородная задача линейного сопряжения для нескольких неизвестных функций.

устный опрос , примерные вопросы:

Неоднородная задача линейного сопряжения. Вид общего решения. Условия разрешимости задачи. Решение задач.

Тема 3. Общее определение факторизации матрицы-функции. Связь с канонической матрицей. Метод "отщепления нулей."

устный опрос , примерные вопросы:

Левая и правая факторизации. Связь с канонической матрицей. Метод "отщепления нулей."

Тема 4. Факторизация треугольных матриц-функций второго и третьего порядков.

устный опрос , примерные вопросы:

Нормальное представление для треугольных матриц-функций второго и третьего порядков. Решение задач.

Тема 5. Факторизация рациональных матриц-функций.

контрольная работа , примерные вопросы:

Проверка усвоения теоретического материала. Решение задач.

Тема 6. Факторизация мероморфных матриц-функций второго порядка.

устный опрос , примерные вопросы:

Проверка усвоения теоретического материала. Факторизация мероморфных матриц-функций.

Тема 7. Сингулярные интегральные уравнения с двумя ядрами. Классы уравнений, разрешаемых в замкнутой форме.

устный опрос , примерные вопросы:

Сведение к задаче линейного сопряжения. Решение уравнений с рациональными коэффициентами.

Тема 8. Сингулярные интегральные уравнения с n ядрами. Сведение к эквивалентной задаче линейного сопряжения. Случаи разрешимости в замкнутой форме.

устный опрос , примерные вопросы:

Проверка усвоения теоретического материала. Решение уравнений..

Тема 9. Характеристическая система сингулярных интегральных уравнений

устный опрос , примерные вопросы:

Сведение к задаче линейного сопряжения. Случаи разрешимости в замкнутой форме.

Тема 10. Характеристическая система сингулярных интегральных уравнений для двух неизвестных функций.

реферат , примерные темы:

Сведение к задаче линейного сопряжения. Случаи разрешимости в замкнутой форме. Решение задач.

Тема . Итоговая форма контроля

Примерные вопросы к зачету:

На контрольной работе требуется решить задачи линейного сопряжения с треугольными, рациональными, мероморфными (аналитическими) матрицами-функциями второго и третьего порядков, а также решить сингулярные интегральные уравнения с двумя и тремя ядрами и рациональными коэффициентами.

Примеры таких заданий очевидны и в программе не приводятся.

На зачет выносятся следующие вопросы:

1. Каноническая система решений задачи линейного сопряжения и ее связь с факторизацией матрицы-функции.
2. Нормальная система решений. Алгоритм ее приведения к канонической системе.
3. Связь между различными каноническими системами решений.
4. Метод "отщепления" нулей.
5. Решение неоднородной задачи линейного сопряжения с известной канонической системой решений соответствующей однородной задачи.

6. Построение канонической системы решений задачи линейного сопряжения для двумерного вектора по одному заданному решению.
7. Построение канонической системы решений задачи линейного сопряжения для трехмерного вектора по двум заданным решениям.
8. Сведение сингулярного интегрального уравнения с двумя ядрами к соответствующей задаче линейного сопряжения.
9. Сведение сингулярного интегрального уравнения с тремя ядрами к соответствующей задаче линейного сопряжения.
10. Метод сведения сингулярных интегральных уравнений с двумя и тремя рациональными ядрами к сингулярному интегральному уравнению с вырожденной регулярной частью.

7.1. Основная литература:

Теория функций комплексной переменной, Свешников, Алексей Георгиевич; Тихонов, Андрей Николаевич, 2010г.

Теория функций комплексного переменного, Дубровин, Вячеслав Тимофеевич, 2010г.

3. Петрушко И.М. Елисеев А.Г. Качалов В.И. Кудин С.Ф. и др. Курс высшей математики. Теория функций комплексной переменной "Лань"

978-5-8114-1064-4 ISBN: 2010 г., 368 стр

http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=526

4. Привалов И.И Введение в теорию функций комплексного переменного "Лань"

978-5-8114-0913-6 ISBN, 2009 г., 432 стр

http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=322

7.2. Дополнительная литература:

Труды Математического центра им. Н. И. Лобачевского, Т. 38. Теория функций, ее приложения и смежные вопросы, Абрамов, Денис Александрович; Авхадиев, Фарит Габидинович; Агачев, Юрий Романович; Тихонов, И. Н., 2009г.

2. Киясов С.Н. Некоторые случаи разрешимости в замкнутой форме сингулярных интегральных уравнений и двумерных характеристических систем. // Известия вузов. Математика.-2011.-♦ 4.-С. 54-72.

3. Киясов С.Н. Некоторые случаи эффективной факторизации матриц-функций второго порядка. // Известия вузов. Математика.-2012.-♦ 6.-С. 36-43.

4. Киясов С.Н. Некоторые классы задач линейного сопряжения для двумерного вектора, разрешимые в замкнутой форме. // Известия вузов. Математика.-2013.-♦ 1.-С. 3-21

7.3. Интернет-ресурсы:

В.А. Треногин. Обыкновенные дифференциальные уравнения.- -
http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2341

Ю.Н. Бибигов. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений.- -
http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=1542

В.К. Романенко. Курс дифференциальных уравнений и вариационного исчисления -
http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=42609

Петрушко И.М. Елисеев А.Г. Качалов В.И. Кудин С.Ф. и др. Курс высшей математики. Теория функций комплексной переменной - http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=526

Привалов И.И Введение в теорию функций комплексного переменного -
http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=322

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Факторизация матриц-функций" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань" , доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО с учетом рекомендаций и ПрООП ВПО по направлению и профилю подготовки

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010100.68 "Математика" и магистерской программе Уравнения в частных производных .

Автор(ы):

Киясов С.Н. _____

"__" _____ 201__ г.

Рецензент(ы):

Плещинский Н.Б. _____

"__" _____ 201__ г.