

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ

Проф. Д.А. Таюрский

» _____ 20__ г.

подписано электронно-цифровой подписью

Программа дисциплины

Общая теория приближений и ее приложения

Направление подготовки: 02.03.01 - Математика и компьютерные науки

Профиль подготовки: Математическое и компьютерное моделирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2016

Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
 - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
 - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Агачев Ю.Р. (Кафедра теории функций и приближений, отделение математики), Juriy.Agachev@kpfu.ru

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОПК-1	готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности
ПК-2	способностью математически корректно ставить естественнонаучные задачи, знание постановок классических задач математики

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

связь свойств гладкости функции с поведением ее наилучшего приближения в различных функциональных пространствах

Должен уметь:

формулировать прямые и обратные теоремы для различных классов функций и приближающих подпространств

Должен владеть:

навыками получения оценок приближения функций полиномами, сплайнами

Должен демонстрировать способность и готовность:

применить прямые и обратные теоремы теории приближений для построения эффективных полиномиальных и сплайновых приближений явно и неявно заданной функции

2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1.В.ОД.7 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 02.03.01 "Математика и компьютерные науки (Математическое и компьютерное моделирование)" и относится к обязательным дисциплинам.

Осваивается на 4 курсе в 7, 8 семестрах.

3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных(ые) единиц(ы) на 108 часа(ов).

Контактная работа - 56 часа(ов), в том числе лекции - 28 часа(ов), практические занятия - 28 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 52 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 0 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: отсутствует в 7 семестре; зачет в 8 семестре.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

1. Алгебраический полином наилучшего равномерного приближения
2. Теоремы Чебышева об алгебраическом полиноме наилучшего равномерного приближения
3. Тригонометрический полином наилучшего равномерного приближения
4. Теоремы Чебышева о тригонометрическом полиноме наилучшего равномерного приближения

Тема 4. Многочлены Чебышева

1. Многочлены Чебышева первого рода и их свойства
2. Нахождение алгебраического полинома нулевой степени наилучшего равномерного приближения
3. Нахождение алгебраического полинома первой степени наилучшего равномерного приближения
4. Нахождение для алгебраического полинома фиксированной степени полинома наилучшего равномерного приближения степени на единицу меньшей

Тема 5. Первая теорема Джексона для периодических функций

1. Оператор Джексона и его аппроксимативное свойство
2. Первая теорема Джексона для периодических функций
3. Следствия для классов гельдеровых функций

Тема 6. Вторая теорема Джексона для периодических функций

1. Лемма о связи наилучших приближений функции и ее производной в периодическом случае
2. Вторая теорема Джексона
3. Следствия для классов гладких функций

Тема 7. Обратные теоремы теории приближений в периодическом случае

1. Первое неравенство Бернштейна и его следствие
2. Первая теорема Бернштейна
3. Вторая теорема Бернштейна
4. Анализ прямых и обратных теорем в периодическом случае

Тема 8. Теоремы Зигмунда в периодическом случае

1. Первая теорема Зигмунда в периодическом случае
2. Вторая теорема Зигмунда в периодическом случае
3. Сравнение теорем Джексона, Зигмунда и Бернштейна

Тема 9. Прямые теоремы в алгебраическом случае

1. Индуцированная функция
2. Связь наилучших равномерных приближений искомой и ее индуцированной функций
3. Связь модулей непрерывности искомой и ее индуцированной функции
4. Первая и вторая теоремы Джексона и их следствия

Тема 10. Обратные теоремы в алгебраическом случае

1. Второе неравенство Бернштейна и его следствие
2. Первая теорема Бернштейна
3. Вторая теорема Бернштейна
4. Анализ прямых и обратных теорем в алгебраическом случае

Тема 11. Суммы Фурье по тригонометрической системе функций

1. Сумма Фурье n -го порядка
2. Представление через сингулярный интеграл Дирихле
3. Второе интегральное представление для суммы Фурье
4. Оценка суммы Фурье
5. Оценка погрешности равномерного приближения периодических функций суммами Фурье. Теорема Лебега
6. Достаточное условие равномерной сходимости сумм Фурье

Тема 12. Суммы Фейера

1. Сумма Фейера n -го порядка
2. Интегральное представление сумм Фейера
3. Аппроксимационное свойство сумм Фейера. Теорема Фейера
4. Теоремы Бернштейна о приближении функций из классов Гельдера

Тема 13. Суммы Валле-Пуссена и Бернштейна-Рогозинского

1. Приближение периодических функций суммами Валле-Пуссена
2. Представление через суммы Фейера
3. Оценка сумм Валле-Пуссена
4. Равномерная сходимость сумм Валле-Пуссена

5. Приближение периодических функций суммами Бернштейна-Рогозинского
6. Интегральное представление сумм Бернштейна-Рогозинского
7. Равномерная сходимоть сумм Бернштейна-Рогозинского

Тема 14. Суммы Фурье-Лагранжа

1. Приближение периодических функций суммами Фурье-Лагранжа
2. Свойство коэффициентов Фурье-Лагранжа
3. Тригонометрический интерполяционный полином Лагранжа по равноотстоящим узлам интерполяции и его представление через ядро Дирихле
4. Оценка нормы оператора Лагранжа
5. Теорема о достаточном условии равномерной сходимости интерполяционного процесса по равноотстоящим узлам

Тема 15. Операторы Лагранжа, Бернштейна и Фурье-Чебышева в алгебраическом случае

1. Приближение непериодической функции интерполяционным полиномом Лагранжа по нечетному числу узлов. Условия равномерной сходимости интерполяционного процесса по узлам Чебышева первого рода
2. Полином Бернштейна. Равномерная сходимоть полиномов Бернштейна
3. Оператор Фурье-Чебышева. Условия равномерной сходимости отрезка ряда Фурье по системе полиномов Чебышева первого рода

Тема 16. Приближение функций сплайнами

1. Полиномиальные сплайны
2. Равномерное приближение функций сплайнами нулевой степени
3. Равномерное приближение функций сплайнами первой степени. Случаи непрерывной и гладкой функции

5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 5 апреля 2017 года №301)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996ин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

Федеральный портал Российское образование - <http://window.edu.ru/>

ЭБС "Znanium.com" - <http://znanium.com>

ЭБС "Лань" - <http://e.lanbook.com>

6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;

- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.
Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;

- в печатном виде - в Научной библиотеке им. Н.И. Лобачевского. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования Научной библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра (для обучающихся по ФГОС 3++ - не менее 0,25 экземпляра) каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов Научной библиотеки КФУ.

8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Федеральный портал Российское образование - <http://window.edu.ru/>

ЭБС "Znaniium.com" - <http://znaniium.com>

ЭБС "Лань" - <http://e.lanbook.com>

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

При изучении курса следует обратить внимание на следующие моменты:

- 1) на прямые и обратные теоремы теории приближения;
- 2) на классы функций, к которым принадлежит конкретная функция;
- 3) на применение конкретного аппарата приближения при приближении функций и исследование аппроксимативных свойств

При подготовке к устному опросу обратить внимание:

- 1) на определение наилучшего приближения функции и его свойства;
- 2) на определение элемента наилучшего приближения, свойства существования и единственности;
- 3) на полиномы Чебышева при построении полиномов наилучшего равномерного приближения;
- 4) на прямые и обратные теоремы для выбора того или иного аппарата приближения функции;
- 5) на аппроксимативные свойства сумм Фурье, Фейера и Валле-Пуссена.

При подготовке к контрольной работе обратить внимание:

- 1) на свойства полиномов Чебышева первого рода;
- 2) на классы непрерывных функций;
- 3) на прямые и обратные теоремы теории приближений;
- 4) на аппроксимативные свойства сумм Фурье и Фурье-Лагранжа.

При подготовке к зачету обратить особое внимание:

- 1) на определения наилучшего приближения, элемента наилучшего приближения и их свойства;
- 2) на теоремы Чебышева и их применение при построении полинома наилучшего равномерного приближения;
- 3) на прямые и обратные теоремы конструктивной теории функций в периодическом случае;
- 4) на особенности в формулировках прямых и обратных теорем конструктивной теории функций в непериодическом случае;

- 5) на построение сумм Фурье, Фейера, Валле-Пуссена, Бернштейна-Рогозинского и Фурье-Лагранжа и их аппроксимативные свойства;
- 6) на нахождение полинома наилучшего приближения в гильбертовых пространствах периодических и непериодических функций.

10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья).

Компьютер и принтер для распечатки раздаточных материалов.

Мультимедийная аудитория.

12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 02.03.01 "Математика и компьютерные науки" и профилю подготовки "Математическое и компьютерное моделирование".

Приложение 2
к рабочей программе дисциплины (модуля)
Б1.В.ОД.7 Общая теория приближений и ее приложения

Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Направление подготовки: 02.03.01 - Математика и компьютерные науки

Профиль подготовки: Математическое и компьютерное моделирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2016

Основная литература:

1. Бахвалов Н.С. Численные методы: учебное пособие / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков. - 8-е изд. (эл.). - Москва: Лаборатория знаний, 2015. - 639 с. - ISBN 978-5-9963-2616-7. - Текст: электронный // Электронно-библиотечная система 'Лань': [сайт]. - URL: <https://e.lanbook.com/book/70767>
2. Демидович, Б.П. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения: учебное пособие / Б.П. Демидович, И.А. Марон, Э.З. Шувалова. - 5-е изд., стер. - Санкт-Петербург: Лань, 2010. - 400 с. - ISBN 978-5-8114-0799-6.- Текст: электронный// Электронно-библиотечная система 'Лань': [сайт]. - URL: <https://e.lanbook.com/book/537>

Дополнительная литература:

1. Бахвалов Н.С. Численные методы в задачах и упражнениях: учебное пособие / Н.С. Бахвалов, А.В. Лапин, Е.В. Чижонков; под редакцией В.А. Садовниченко. - 4-е изд. (эл.). - Москва: Лаборатория знаний, 2015. - 243 с. - ISBN 978-5-9963-2980-9.- Текст: электронный// Электронно-библиотечная система 'Лань': [сайт]. - URL: <https://e.lanbook.com/book/70743>
2. Квасов, Б.И. Численные методы анализа и линейной алгебры. Использование Matlab и Scilab: учебное пособие / Б.И. Квасов. - Санкт-Петербург: Лань, 2016. - 328 с. - ISBN 978-5-8114-2019-3. - Текст: электронный// Электронно-библиотечная система 'Лань': [сайт]. - URL: <https://e.lanbook.com/book/71713>
3. Богуславский, И.А. Полиномиальная аппроксимация для нелинейных задач оценивания и управления: учебное пособие / И.А. Богуславский. - Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2006. - 208 с. - ISBN 978-5-9221-0671-9.- Текст: электронный// Электронно-библиотечная система 'Лань': [сайт]. - URL: <https://e.lanbook.com/book/48181>

Приложение 3
к рабочей программе дисциплины (модуля)
Б1.В.ОД.7 Общая теория приближений и ее приложения

Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Направление подготовки: 02.03.01 - Математика и компьютерные науки

Профиль подготовки: Математическое и компьютерное моделирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2016

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, учебно-методические комплексы, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.