

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



УТВЕРЖДАЮ

Проректор
по образовательной деятельности КФУ
Проф. Таюрский Д.А.

"__" _____ 20__ г.

Программа дисциплины

Общая теория приближенных методов и ее приложения Б1.В.ДВ.7

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика

Профиль подготовки: Общий профиль

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Автор(ы):

Агачев Ю.Р.

Рецензент(ы):

Ожегова А.В.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Авхадиев Ф. Г.

Протокол заседания кафедры No ____ от "____" _____ 201__ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No ____ от "____" _____ 201__ г

Регистрационный No

Казань
2018

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Агачев Ю.Р. Кафедра теории функций и приближений отделение математики, Juriy.Agachev@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины (модуля) 'Общая теория приближенных методов и ее приложения' являются: изучение основ общей теории приближенных методов анализа, применение

этой теории к обоснованию прямых и, в частности, проекционных методов решения периодических и непериодических интегральных уравнений Фредгольма второго рода, интегральных

уравнений Вольтерра второго рода, обыкновенных дифференциальных уравнений

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б1.В.ДВ.7 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 01.03.01 Математика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 3 курсе, 6 семестр.

Дисциплина входит в вариативную часть цикла курсов по выбору. Для изучения и освоения дисциплины нужны первоначальные знания из курсов математического анализа, линейной алгебры, функционального анализа, обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений математической физики. Знания и умения, приобретенные студентами в результате

изучения дисциплины, будут использованы при выполнении курсовых и выпускных работ, связанных с решением конкретных задач из различных областей естествознания, моделируемых интегральными и дифференциальными уравнениями

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОПК-3 (профессиональные компетенции)	способность к самостоятельной научно-исследовательской работе
ПК-1 (профессиональные компетенции)	способность к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области
ПК-3 (профессиональные компетенции)	способность строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата
ПК-6 (профессиональные компетенции)	способность передавать результат проведенных физико-математических и прикладных исследований в виде конкретных рекомендаций, выраженная в терминах предметной области изучавшегося явления
ПК-7 (профессиональные компетенции)	способность использовать методы математического и алгоритмического моделирования при анализе управленческих задач в научно-технической сфере, в экономике, бизнесе и гуманитарных областях знаний

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

основы теории приближенных методов и их применение к обоснованию прямых методов решения корректно поставленных интегральных и дифференциальных уравнений

2. должен уметь:

строить вычислительные схемы конкретных прямых (в частности, проекционных) методов решения различных классов функциональных уравнений

3. должен владеть:

информацией о применимости конкретных прямых методов решения простейших интегральных уравнений второго рода и обыкновенных дифференциальных уравнений

4. должен демонстрировать способность и готовность:

применить идеи, лежащие в основе теоретического исследования приближенных методов решения операторных уравнений, для построения полиномиальных и сплайновых приближений к

решению различных классов интегральных, дифференциальных и интегро-дифференциальных уравнений

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных(ые) единиц(ы) 108 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины экзамен в 6 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Общая теория приближенных методов анализа	6		5	4	0	Устный опрос
2.	Тема 2. Приложения общей теории к периодическим интегральным уравнениям Фредгольма второго рода	6		7	8	0	Контрольная работа

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
3.	Тема 3. Приложения общей теории к неперiodическим интегральным уравнениям Фредгольма второго рода	6		6	6	0	Тестирование
4.	Тема 4. Приложения общей теории к интегральным уравнениям Вольтерра второго рода	6		3	4	0	Устный опрос
5.	Тема 5. Приложения к приближенному решению корректных обыкновенных дифференциальных уравнений	6		3	4	0	Письменное домашнее задание
6.	Тема 6. Приложения к бесконечным системам линейных алгебраических уравнений	6		2	0	0	Устный опрос
	Тема . Итоговая форма контроля	6		0	0	0	Экзамен
	Итого			26	26	0	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Общая теория приближенных методов анализа

лекционное занятие (5 часа(ов)):

1. Односторонняя и двусторонняя обратимость аппроксимирующих операторов 2. Представление и оценка погрешности приближенного решения 3. Прямые и проекционные методы решения линейных операторных уравнений. Теоремы о разрешимости аппроксимирующих уравнений, сходимости приближенных решений и оценке погрешности. Теорема о представлении погрешности приближенных решений 4. Устойчивость и обусловленность прямых методов.

практическое занятие (4 часа(ов)):

Общая теория приближенных методов акад. Канторовича Л.В. для линейных уравнений второго рода

Тема 2. Приложения общей теории к периодическим интегральным уравнениям Фредгольма второго рода

лекционное занятие (7 часа(ов)):

1. Полиномиальные методы Галеркина, наименьших квадратов, коллокации, подобластей и механических квадратур. Сходимость в среднем методов 2. Сходимость в узлах методов коллокации и механических квадратур 3. Равномерная сходимость методов Галеркина, коллокации, подобластей и механических квадратур

практическое занятие (8 часа(ов)):

1. Построение вычислительных схем конкретных прямых методов решения линейных операторных уравнений 2. Теория приближенных методов акад. Канторовича Л.В. для линейных уравнений, приводящихся к уравнениям второго рода

Тема 3. Приложения общей теории к неперiodическим интегральным уравнениям Фредгольма второго рода

лекционное занятие (6 часа(ов)):

1. Полиномиальные методы Галеркина, коллокации, подобластей и механических квадратур. Сходимость методов в пространстве квадратично-суммируемых с весом 2. Сходимость в узлах методов коллокации и механических квадратур 3. Равномерная сходимость методов Галеркина, коллокации, подобластей и механических квадратур

практическое занятие (6 часа(ов)):

1. Применение теории Канторовича Л.В. к обоснованию метода механических квадратур 2. Применение теории Канторовича Л.В. к обоснованию полиномиальных методов Галеркина и коллокации 3. Сплайновый метод подобластей

Тема 4. Приложения общей теории к интегральным уравнениям Вольтерра второго рода

лекционное занятие (3 часа(ов)):

1. Полиномиальные методы Галеркина, подобластей 2. Обоснование методов путем перехода к уравнению Фредгольма 3. Сплайн-методы коллокации и механических квадратур, равномерная сходимость методов

практическое занятие (4 часа(ов)):

1. Методы вырожденных ядер 2. Итерационные методы. Сходимость метода последовательных приближений

Тема 5. Приложения к приближенному решению корректных обыкновенных дифференциальных уравнений

лекционное занятие (3 часа(ов)):

1. Полиномиальный метод коллокации решения задачи Коши 2. Кубический сплайн-метод решения краевой задачи для дифференциального уравнения второго порядка

практическое занятие (4 часа(ов)):

1. Построение вычислительных схем полиномиальных и сплайновых методов Галеркина, коллокации и подобластей 2. Применение теории Канторовича Л.В. к обоснованию метода Галеркина

Тема 6. Приложения к бесконечным системам линейных алгебраических уравнений

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Метод редукции и его сходимость

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Общая теория приближенных методов анализа	6		Изучение учебной литературы	7	Устный опрос
2.	Тема 2. Приложения общей теории к периодическим интегральным уравнениям Фредгольма второго рода	6		Изучение учебной литературы, подготовка к контрольной работе	10	Контрольная работа

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
3.	Тема 3. Приложения общей теории к неперiodическим интегральным уравнениям Фредгольма второго рода	6		Изучение учебной литературы, подготовка к тестированию	8	Тестирование
4.	Тема 4. Приложения общей теории к интегральным уравнениям Вольтерра второго рода	6		Изучение учебной литературы	5	Устный опрос
5.	Тема 5. Приложения к приближенному решению корректных обыкновенных дифференциальных уравнений	6		Изучение учебной литературы, подготовка домашнего задания	6	Письменное домашнее задание
6.	Тема 6. Приложения к бесконечным системам линейных алгебраических уравнений	6		Изучение учебной литературы	2	Устный опрос
	Итого				38	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Сочетание традиционных образовательных технологий в форме лекций и практических занятий, самостоятельных работ и проведение контрольных мероприятий (экзамена, контрольной работы, промежуточного тестирования, домашнего задания)

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Общая теория приближенных методов анализа

Устный опрос , примерные вопросы:

1. Односторонняя и двусторонняя обратимость аппроксимирующих операторов 2. Представление и оценка погрешности приближенного решения 3. Прямые и проекционные методы решения линейных операторных уравнений. Теоремы о разрешимости аппроксимирующих уравнений, сходимости приближенных решений и оценке погрешности. Теорема о представлении погрешности приближенных решений 4. Устойчивость и обусловленность прямых методов

Тема 2. Приложения общей теории к периодическим интегральным уравнениям Фредгольма второго рода

Контрольная работа , примерные вопросы:

1. Полиномиальные методы Галеркина, наименьших квадратов, коллокации, подобластей и механических квадратур. Сходимость в среднем методов 2. Сходимость в узлах методов коллокации и механических квадратур 3. Равномерная сходимость методов Галеркина, коллокации, подобластей и механических квадратур

Тема 3. Приложения общей теории к непериодическим интегральным уравнениям Фредгольма второго рода

Тестирование , примерные вопросы:

1. Полиномиальные методы Галеркина, коллокации, подобластей и механических квадратур. Сходимость методов в пространстве квадратично-суммируемых с весом 2. Сходимость в узлах методов коллокации и механических квадратур 3. Равномерная сходимость методов Галеркина, коллокации, подобластей и механических квадратур

Тема 4. Приложения общей теории к интегральным уравнениям Вольтерра второго рода

Устный опрос , примерные вопросы:

1. Полиномиальные методы Галеркина, подобластей 2. Обоснование методов путем перехода к уравнению Фредгольма 3. Сплайн-методы коллокации и механических квадратур, равномерная сходимость методов

Тема 5. Приложения к приближенному решению корректных обыкновенных дифференциальных уравнений

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

1. Полиномиальный метод коллокации решения задачи Коши 2. Кубический сплайн-метод решения краевой задачи для дифференциального уравнения второго порядка

Тема 6. Приложения к бесконечным системам линейных алгебраических уравнений

Устный опрос , примерные вопросы:

Метод редукции и его сходимость

Тема . Итоговая форма контроля

Примерные вопросы к экзамену:

БИЛЕТЫ К ЭКЗАМЕНАМ

- ◆ 1
 - 1. Теорема о левосторонней обратимости аппроксимирующего оператора.
 - 2. Метод коллокации для периодических интегральных уравнений.
- ◆ 2
 - 1. Теорема о правосторонней обратимости аппроксимирующего оператора.
 - 2. Метод подобластей для периодических интегральных уравнений.
- ◆ 3
 - 1. Теорема об односторонней обратимости аппроксимирующего оператора.
 - 2. Метод Галеркина для периодических интегральных уравнений.
- ◆ 4
 - 1. Теорема о существовании приближенного решения и оценке погрешности.
 - 2. Метод механических квадратур для периодических интегральных уравнений.
- ◆ 5
 - 1. Теорема о представлении погрешности приближенного решения и ее следствия.
 - 2. Метод коллокации для обыкновенных дифференциальных уравнений.
- ◆ 6
 - 1. Необходимое и достаточное условие непрерывной обратимости оператора слева.
 - 2. Метод коллокации для непериодических интегральных уравнений.
- ◆ 7
 - 1. Необходимое и достаточное условие обратимости конечномерного оператора.

2. Метод подобластей для неперiodических интегральных уравнений.

- ◆ 8
 1. Достаточные условия разрешимости линейного уравнения в пространстве Банаха.
 2. Метод механических квадратур для неперiodических интегральных уравнений.
- ◆ 9
 1. Теорема о непрерывной обратимости слева аппроксимирующего оператора.
 2. Метод наименьших квадратов для интегральных уравнений.
- ◆ 10
 1. Теорема о непрерывной обратимости справа аппроксимирующего оператора.
 2. Сплайн-метод коллокации для интегральных уравнений.
- ◆ 11
 1. Односторонняя обратимость аппроксимирующего оператора.
 2. Метод подобластей для обыкновенных дифференциальных уравнений.
- ◆ 12
 1. Сходимость прямых методов решения операторных уравнений.
 2. Метод коллокации решения дифференциальных уравнений.
- ◆ 13
 1. Устойчивость и обусловленность прямых методов решения операторных уравнений.
 2. Сплайновый метод подобластей решения интегральных уравнений.
- ◆ 14
 1. Односторонняя обратимость аппроксимирующего оператора.
 2. Сплайн-метод квадратур решения интегральных уравнений Вольтерра.

7.1. Основная литература:

1. Агачев, Ю.Р. Прямые полиномиальные и сплайновые методы решения интегральных уравнений второго рода: учебное пособие / Ю.Р. Агачев, Е.К. Липачев. - Казань, 2017. - 68 с. - https://repository.kpfu.ru/?p_id=157205.
2. Бахвалов, Н.С. Численные методы [Электронный ресурс] : учебное пособие / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков. - Москва : Издательство 'Лаборатория знаний', 2015. - 639 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/70767>.
3. Васильева, А.Б. Интегральные уравнения [Электронный ресурс] : учебник / А.Б. Васильева, Н.А. Тихонов. - Санкт-Петербург : Лань, 2009. - 160 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/42>.
4. Марчук, Г.И. Методы вычислительной математики [Электронный ресурс] : учебное пособие / Г.И. Марчук. - Санкт-Петербург : Лань, 2009. - 608 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/255>.
5. Натансон, И.П. Теория функций вещественной переменной: учебник для вузов / И. П. Натансон. -Изд. 5-е, стереотип. - Санкт-Петербург [и др.]: Лань, 2008. -560 с. <https://e.lanbook.com/book/284>.

7.2. Дополнительная литература:

1. Алберг, Дж. Теория сплайнов и ее приложения / Дж. Алберг, Э. Нильсон, Дж. Уолш ; Под ред. С. Б. Стечкина; Пер.с англ. Ю. Н. Субботина . - Москва : Мир, 1972 . - 316 с.
2. Габдулхаев Б.Г. Оптимальные аппроксимации решений линейных задач. - Казань: Изд-во Казанск. ун-та, 1980. - 232 с.
3. Габдулхаев Б.Г. Теория приближенных методов решения операторных уравнений. Учебное пособие. - Казань: Изд-во Казанск. ун-та, 2006. - 112 с. -

<http://libweb.kpfu.ru/ebooks/publicat/0-760465.pdf>.

4. Завьялов Ю.С., Квасов Б.И., Мирошниченко В.Л. Методы сплайн-функций. - М.: Наука, 1980. - 352 с.

5. Канторович Л.В., Акилов Г.П. Функциональный анализ. - Изд. 3-е. - М.: Наука, 1984. - 752 с.

7.3. Интернет-ресурсы:

Научная электронная библиотека - eLIBRARY.ru

Национальная электронная библиотека - нэб.рф

Федеральный портал Российское образование - <http://window.edu.ru/>

ЭБС znanium - <http://znanium.com>

ЭБС "Лань" - <http://e.lanbook.com>

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Общая теория приближенных методов и ее приложения" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Компьютерный класс, представляющий собой рабочее место преподавателя и не менее 15 рабочих мест студентов, включающих компьютерный стол, стул, персональный компьютер, лицензионное программное обеспечение. Каждый компьютер имеет широкополосный доступ в сеть Интернет. Все компьютеры подключены к корпоративной компьютерной сети КФУ и находятся в едином домене.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Лекции и практические занятия по дисциплине "Общая теория приближенных методов и ее приложения" проводятся в аудитории, оснащенной доской и мелом(маркером).

Для самостоятельной работы студентов, наряду с бумажными носителями информации, используется электронная библиотечная система "Лань" и , а также компьютерные классы института.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 01.03.01 "Математика", общий профиль.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 01.03.01 "Математика" и профилю подготовки Общий профиль .

Автор(ы):

Агачев Ю.Р. _____

"__" _____ 201__ г.

Рецензент(ы):

Ожегова А.В. _____

"__" _____ 201__ г.