

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



УТВЕРЖДАЮ
Проректор по образовательной деятельности КФУ
Проф. Д.А. Таюрский

_____» _____ 20__ г.

подписано электронно-цифровой подписью

Программа дисциплины

Теория приближения функций Б1.В.ДВ.6

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика

Профиль подготовки: Общий профиль

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Автор(ы):

Агачев Ю.Р.

Рецензент(ы):

Ожегова А.В.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Авхадиев Ф. Г.

Протокол заседания кафедры No _____ от "_____" _____ 201__ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No _____ от "_____" _____ 201__ г

Регистрационный No 817210119

Казань
2019

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Агачев Ю.Р. Кафедра теории функций и приближений отделение математики , Juriy.Agachev@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины 'Теория приближения функций' являются: изучение прямых и обратных теорем конструктивной теории функций, изучение аппроксимативных свойств ряда полиномиальных и сплайновых операторов

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел "Б1.В.ДВ.6 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 01.03.01 Математика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 3 курсе, 5 семестр.

Дисциплина входит в вариативную часть цикла курсов по выбору. Для изучения и освоения дисциплины нужны первоначальные знания из курсов математического анализа, алгебры, функционального анализа. Знания и умения, приобретенные студентами в результате изучения дисциплины, будут использоваться при выполнении курсовых и выпускных работ, связанных с приближением функций полиномами и сплайнами

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОПК-3 (профессиональные компетенции)	способность к самостоятельной научно-исследовательской работе
ОПК-4 (профессиональные компетенции)	способность находить, анализировать, реализовывать программно и использовать на практике математические алгоритмы, в том числе с применением современных вычислительных систем
ПК-3 (профессиональные компетенции)	способность строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата
ПК-6 (профессиональные компетенции)	способность передавать результат проведенных физико-математических и прикладных исследований в виде конкретных рекомендаций, выраженная в терминах предметной области изучавшегося явления
ПК-7 (профессиональные компетенции)	способность использовать методы математического и алгоритмического моделирования при анализе управленческих задач в научно-технической сфере, в экономике, бизнесе и гуманитарных областях знаний

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

связь свойств гладкости функции с поведением ее наилучшего приближения в различных функциональных пространствах

2. должен уметь:

формулировать прямые и обратные теоремы для различных классов функций и приближающих подпространств

3. должен владеть:

навыками получения оценок приближения функций полиномами, сплайнами

4. должен демонстрировать способность и готовность:

применить прямые и обратные теоремы теории приближений для построения эффективных полиномиальных и сплайновых приближений явно и неявно заданной функции

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных(ые) единиц(ы) 108 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен в 5 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Наилучшие приближения в банаховом пространстве. Элемент наилучшего приближения	5		1	0	0	Устный опрос
2.	Тема 2. Наилучшие равномерные приближения функций. Полином наилучшего равномерного приближения	5		2	3	0	Письменное домашнее задание
3.	Тема 3. Прямые и обратные теоремы в периодическом случае	5		3	2	0	Тестирование
4.	Тема 4. Прямые и обратные теоремы в алгебраическом случае	5		3	2	0	Устный опрос

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
5.	Тема 5. Операторы Фурье, Фейера, Валле-Пуссена и Бернштейна-Рогозинского	5		3	3	0	Тестирование
6.	Тема 6. Тригонометрический оператор Фурье-Лагранжа	5		2	3	0	Контрольная работа
7.	Тема 7. Операторы Лагранжа, Бернштейна и Фурье-Чебышева	5		2	3	0	Устный опрос
8.	Тема 8. Приближение функций сплайнами	5		2	2	0	Устный опрос
	Тема . Итоговая форма контроля	5		0	0	0	Экзамен
	Итого			18	18	0	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Наилучшие приближения в банаховом пространстве. Элемент наилучшего приближения

лекционное занятие (1 часа(ов)):

1. Наилучшие приближения в банаховом пространстве. Свойства функционала наилучшего приближения 2. Элемент наилучшего приближения, его существование и единственность. Оператор наилучшего приближения 3. Последовательность наилучших приближений

Тема 2. Наилучшие равномерные приближения функций. Полином наилучшего равномерного приближения

лекционное занятие (2 часа(ов)):

1. Наилучшие равномерные приближения алгебраическими многочленами и тригонометрическими полиномами 2. Первая и вторая теоремы Вейерштрасса 3. Полином наилучшего равномерного приближения. Теоремы Чебышева в периодическом и непериодическом случаях

практическое занятие (3 часа(ов)):

1. Многочлены Чебышева и их свойства 2. Построение алгебраического многочлена в частных случаях

Тема 3. Прямые и обратные теоремы в периодическом случае

лекционное занятие (3 часа(ов)):

1. Оператор Джексона и его аппроксимативное свойство 2. Первая теорема Джексона для периодических функций 3. Лемма о связи наилучших приближений функции и ее производной в периодическом случае 4. Вторая теорема Джексона 5. Первое неравенство Бернштейна 6. Первая и вторая теоремы Бернштейна в периодическом случае 7. Теоремы Зигмунда

практическое занятие (2 часа(ов)):

Нахождение наилучшего равномерного приближения конкретных периодических функций

Тема 4. Прямые и обратные теоремы в алгебраическом случае

лекционное занятие (3 часа(ов)):

1. Индуцированная функция и ее свойства 2. Теоремы Джексона в алгебраическом случае 3. Второе неравенство Бернштейна 4. Теоремы Бернштейна в алгебраическом случае

практическое занятие (2 часа(ов)):

Нахождение наилучшего равномерного приближения конкретных непериодических функций

Тема 5. Операторы Фурье, Фейера, Валле-Пуссена и Бернштейна-Рогозинского

лекционное занятие (3 часа(ов)):

1. Суммы Фурье. Представление через сингулярный интеграл Дирихле 2. Второе интегральное представление суммы Фурье 3. Оценка суммы Фурье через саму периодическую функцию 4. Оценка приближения периодических функций отрезками ряда Фурье 5. Сумма Фейера и ее интегральное представление 6. Аппроксимационное свойство оператора Фейера 7. Теоремы Бернштейна о приближении функций из классов Гельдера 8. Приближение периодических функций суммами Валле-Пуссена 9. Представление суммы Валле-Пуссена через суммы Фейера 10. Равномерная сходимость сумм Валле-Пуссена 11. Приближение периодических функций суммами Бернштейна-Рогозинского 12. Интегральное представление суммы Бернштейна-Рогозинского 13. Равномерная сходимость сумм Бернштейна-Рогозинского

практическое занятие (3 часа(ов)):

1. Ортогональная система периодических функций 2. Нахождение тригонометрического полинома наилучшего среднеквадратического приближения

Тема 6. Тригонометрический оператор Фурье-Лагранжа

лекционное занятие (2 часа(ов)):

1. Интерполяционный тригонометрический полином Лагранжа 2. Представление полинома Лагранжа в случае равноотстоящих узлов 3. Оператор Фурье-Лагранжа и его свойства 4. Достаточные условия равномерной сходимости полинома Лагранжа

практическое занятие (3 часа(ов)):

1. Построение тригонометрического полинома Лагранжа 2. Исследование сходимости интерполяционного процесса

Тема 7. Операторы Лагранжа, Бернштейна и Фурье-Чебышева

лекционное занятие (2 часа(ов)):

1. О приближении непериодических функций полиномами 2. Операторы Лагранжа, Бернштейна и Фурье-Чебышева 3. Аппроксимативные свойства полинома Лагранжа по узлам Чебышева первого рода 4. Аппроксимативные свойства отрезка ряда Фурье по ортогональной системе полиномов Чебышева первого рода

практическое занятие (3 часа(ов)):

Построение полинома Лагранжа по узлам Чебышева первого рода, полинома Бернштейна и отрезка ряда Фурье по ортогональной системе полиномов Чебышева первого рода

Тема 8. Приближение функций сплайнами

лекционное занятие (2 часа(ов)):

1. Полиномиальные сплайны 2. Аппроксимативное свойство сплайнов нулевой степени 3. Аппроксимативные свойства сплайнов первой степени

практическое занятие (2 часа(ов)):

Построение интерполяционных сплайнов первой и третьей степеней

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Наилучшие приближения в банаховом пространстве. Элемент наилучшего приближения	5		Изучение учебной литературы	2	Устный опрос

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
2.	Тема 2. Наилучшие равномерные приближения функций. Полином наилучшего равномерного приближения	5		Изучение учебной литературы, подготовка домашнего задания	6	Письменное домашнее задание
3.	Тема 3. Прямые и обратные теоремы в периодическом случае	5		Изучение учебной литературы	6	Тестирование
4.	Тема 4. Прямые и обратные теоремы в алгебраическом случае	5		Изучение учебной литературы	5	Устный опрос
5.	Тема 5. Операторы Фурье, Фейера, Валле-Пуссена и Бернштейна-Рогозинского	5		Изучение учебной литературы	6	Тестирование
6.	Тема 6. Тригонометрический оператор Фурье-Лагранжа	5		Изучение учебной литературы, подготовка к контрольной работе	4	Контрольная работа
7.	Тема 7. Операторы Лагранжа, Бернштейна и Фурье-Чебышева	5		Изучение учебной литературы	4	Устный опрос
8.	Тема 8. Приближение функций сплайнами	5		Изучение учебной литературы	3	Устный опрос
	Итого				36	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Сочетание традиционных образовательных технологий в форме лекций и практических занятий, самостоятельных работ и проведение контрольных мероприятий (экзамена, контрольной работы, промежуточного тестирования, письменного домашнего задания)

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Наилучшие приближения в банаховом пространстве. Элемент наилучшего приближения

Устный опрос , примерные вопросы:

1. Наилучшее приближение элемента банахова пространства произвольным фиксированным множеством этого пространства 2. Наилучшее приближение элемента банахова пространства фиксированным подпространством 3. Наилучшее приближение элемента банахова пространства выпуклым множеством 4. Элемент наилучшего приближения 5. Существование и единственность элемента наилучшего приближения 6. Последовательность наилучших приближений

Тема 2. Наилучшие равномерные приближения функций. Полином наилучшего равномерного приближения

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

1. Первая теорема Вейерштрасса 2. Наилучшие равномерные приближения функций алгебраическими полиномами 3. Вторая теорема Вейерштрасса 4. Наилучшие равномерные приближения функций тригонометрическими полиномами 5. Свойства наилучших равномерных приближений 6. Теоремы Чебышева о свойствах полинома наилучшего равномерного приближения 7. Многочлены Чебышева первого рода и их свойства 8. Построение алгебраического многочлена наилучшего равномерного приближения

Тема 3. Прямые и обратные теоремы в периодическом случае

Тестирование , примерные вопросы:

1. Оператор Джексона и его аппроксимативное свойство 2. Первая теорема Джексона для периодических функций и ее следствия 3. Связь наилучших равномерных приближений периодической функции и ее производной 4. Вторая теорема Джексона и ее следствия 5. Первое неравенство Бернштейна и его следствие 6. Первая и вторая теоремы Бернштейна в периодическом случае 7. Теоремы Зигмунда о характеристизации функций из классов Зигмунда

Тема 4. Прямые и обратные теоремы в алгебраическом случае

Устный опрос , примерные вопросы:

1. Индуцированная функция и ее свойства 2. Теоремы Джексона в алгебраическом случае 3. Второе неравенство Бернштейна и его следствие 4. Первая и вторая теоремы Бернштейна в алгебраическом случае

Тема 5. Операторы Фурье, Фейера, Валле-Пуссена и Бернштейна-Рогозинского

Тестирование , примерные вопросы:

1. Суммы Фурье. Представление через сингулярный интеграл Дирихле 2. Второе интегральное представление суммы Фурье 3. Оценка суммы Фурье через саму периодическую функцию 4. Оценка приближения периодических функций отрезками ряда Фурье 5. Суммы Фейера и ее представление через суммы Фурье 6. Аппроксимационное свойство оператора Фейера 7. Теоремы Бернштейна о приближении функций из классов Гельдера 8. Приближение периодических функций суммами Валле-Пуссена 9. Приближение периодических функций суммами Бернштейна-Рогозинского

Тема 6. Тригонометрический оператор Фурье-Лагранжа

Контрольная работа , примерные вопросы:

1. Интерполяционный тригонометрический полином Лагранжа 2. Представление полинома Лагранжа в случае равноотстоящих узлов 3. Оператор Фурье-Лагранжа и его свойства

Тема 7. Операторы Лагранжа, Бернштейна и Фурье-Чебышева

Устный опрос , примерные вопросы:

1. О приближении непериодических функций полиномами 2. Операторы Лагранжа, Бернштейна и Фурье-Чебышева

Тема 8. Приближение функций сплайнами

Устный опрос , примерные вопросы:

1. Полиномиальные сплайны 2. Аппроксимативное свойство сплайнов нулевой степени 3. Аппроксимативные свойства сплайнов первой степени

Итоговая форма контроля

экзамен (в 5 семестре)

Примерные вопросы к экзамену:

Билеты к экзамену

◆ 1

1. Алгебраический многочлен наилучшего равномерного приближения. Теорема Чебышева об альтернансе.
2. Отрезок ряда Фурье периодической функции. Оценка для частной суммы ряда Фурье.

◆ 2

1. Алгебраический многочлен наилучшего равномерного приближения. Теорема Чебышева о единственности многочлена.
2. Отрезок ряда Фурье периодической функции. Теорема Лебега.

◆ 3

1. Алгебраический многочлен наилучшего равномерного приближения. Теорема Чебышева о достаточных условиях для многочлена наилучшего приближения.
2. Суммы Фейера. Теорема 1 Бернштейна.

◆ 4

1. Теорема Зигмунда
2. Суммы Фейера. Теорема (Фейера) о равномерной сходимости сумм Фейера к самой функции.

◆ 5

1. Первая теорема Джексона (периодический случай).
2. Суммы Валле-Пуссена. Теорема о равномерном приближении функции суммами Валле-Пуссена.

◆ 6

1. Вторая теорема Джексона (периодический случай).
2. Суммы Берштейна-Рогозинского. Теорема о равномерном приближении функции суммами Бернштейна-Рогозинского.

◆ 7

1. Первая теорема Бернштейна в периодическом случае.
2. Тригонометрическое интерполирование по равноотстоящим точкам. Теорема об оценке погрешности тригонометрического интерполирования.

◆ 8

1. Вторая теорема Бернштейна в периодическом случае.
2. Тригонометрическое интерполирование по равноотстоящим точкам. Представления тригонометрического полинома.

◆ 9

1. Теорема Зигмунда для класса Зигмунда.
2. Отрезок ряда Фурье непериодической функции. Интегральное представление.

◆ 10

1. Первая теорема Джексона в алгебраическом случае.
2. Отрезок ряда Фурье периодической функции. Оценка для частной суммы ряда Фурье.

◆ 11

1. Вторая теорема Джексона в алгебраическом случае.
2. Суммы Фейера. Теорема (Фейера) о равномерной сходимости сумм Фейера к самой функции.

◆ 12

1. Теорема 1 Бернштейна в алгебраическом случае.
2. Суммы Валле-Пуссена. Теорема о равномерной сходимости сумм Валле-Пуссена к самой функции.

◆ 13

1. Теорема 2 Бернштейна в алгебраическом случае.
2. Алгебраическое интерполирование. Теорема об оценке погрешности алгебраического интерполирования по узлам Чебышева первого рода.

◆ 14

1. Теорема 1 Бернштейна в периодическом случае.
2. Аппроксимативное свойство сплайнов нулевой степени.

◆ 15

1. Теорема 2 Бернштейна в алгебраическом случае.
2. Аппроксимативные свойства сплайнов первой степени.

7.1. Основная литература:

1. Бахвалов, Н.С. Численные методы [Электронный ресурс] : учебное пособие / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков. - Москва : Издательство 'Лаборатория знаний', 2015. - 639 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/70767>
2. Демидович, Б.П. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения. [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Б.П. Демидович, И.А. Марон, Э.З. Шувалова. - СПб. : Лань, 2010. - 400 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/537>
3. Калиткин, Н.Н. Численные методы: Учебное пособие / Н.Н. Калиткин. - 2-е изд., исправленное. - СПб : БХВ-Петербург, 2015. - 587 с. - <http://znanium.com/bookread2.php?book=944508>

7.2. Дополнительная литература:

1. Бахвалов, Н.С. Численные методы : учеб. пособие для студентов физ.-мат. спец. вузов / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков ; Моск. гос. ун-т . - 4-е изд. - Москва : БИНОМ. Лаб. знаний, 2006 . - 636 с.
2. Натансон, И.П. Конструктивная теория функций / И. П. Натансон . - М.-Л.: Гостехиздат, 1949 . - 688 с.
3. Суетин, П.К. Классические ортогональные многочлены [Электронный ресурс] : учебное пособие / П.К. Суетин. - Москва : Физматлит, 2007. - 480 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/2758>

7.3. Интернет-ресурсы:

Национальная электронная библиотека - nab.ru
Федеральный портал Российское образование - <http://window.edu.ru/>
ЭБС znanium - <http://znanium.com>
ЭБС Библиороссика - <http://www.bibliorossica.com>
ЭБС Лань - <http://e.lanbook.com>

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Теория приближения функций" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "БиблиоРоссика", доступ к которой предоставлен студентам. В ЭБС "БиблиоРоссика" представлены коллекции актуальной научной и учебной литературы по гуманитарным наукам, включающие в себя публикации ведущих российских издательств гуманитарной литературы, издания на английском языке ведущих американских и европейских издательств, а также редкие и малотиражные издания российских региональных вузов. ЭБС "БиблиоРоссика" обеспечивает широкий законный доступ к необходимым для образовательного процесса изданиям с использованием инновационных технологий и соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Лекции и практические занятия по дисциплине "Теория приближения функций" проводятся в аудитории, оснащенной доской и мелом(маркером). Для самостоятельной работы студентов, наряду с бумажными носителями информации, используются доступные с компьютеров университета электронные библиотечные системы, а также компьютерные классы

института. Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 01.03.01 "Математика", общий профиль.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 01.03.01 "Математика" и профилю подготовки Общий профиль .

Автор(ы):

Агачев Ю.Р. _____

"__" _____ 201__ г.

Рецензент(ы):

Ожегова А.В. _____

"__" _____ 201__ г.