

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



УТВЕРЖДАЮ

Проректор
по образовательной деятельности КФУ
Проф. Таюрский Д.А.

"__" _____ 20__ г.

Программа дисциплины

Изопериметрические неравенства математической физики Б1.В.ДВ.4

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика

Профиль подготовки: Общий профиль

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Автор(ы):

Салахудинов Р.Г.

Рецензент(ы):

Насыров С.Р.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Насыров С. Р.

Протокол заседания кафедры No ____ от "____" _____ 201__ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No ____ от "____" _____ 201__ г

Регистрационный No

Казань
2019

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Салахудинов Р.Г. Кафедра математического анализа отделение математики , Rustem.Salahudinov@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины 'Изопериметрические неравенства математической физики' являются: ознакомление студентов с методами комплексного анализа для решения краевых задач; получение навыков построения различных задач мат.физики.

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел "Б1.В.ДВ.4 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 01.03.01 Математика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 4 курсе, 7 семестр.

Дисциплина входит в вариативную часть дисциплин по выбору профессионального цикла. Получаемые знания необходимы для понимания последующих дисциплин по выбору, а также образуют фундамент при изучении актуального раздела 'Краевые задачи'.

Слушатели должны владеть знаниями по дисциплине математический анализ, комплексный анализ, уравнения в частных производных.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОПК-3 (профессиональные компетенции)	способностью к самостоятельной научно-исследовательской работе
ПК-3 (профессиональные компетенции)	способностью строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата
ПК-6 (профессиональные компетенции)	способностью передавать результат проведенных физико-математических и прикладных исследований в виде конкретных рекомендаций, выраженной в терминах предметной области изучавшегося явления
ПК-7 (профессиональные компетенции)	способностью использовать методы математического и алгоритмического моделирования при анализе управленческих задач в научно-технической сфере, в экономике, бизнесе и гуманитарных областях знаний

В результате освоения дисциплины студент:

4. должен демонстрировать способность и готовность:

Учающийся должен демонстрировать способность:

1. Сформулировать и доказать неравенство между средним арифметическим и средним геометрическим.
2. Определить основные геометрические и физические величины, зависящие от формы и размера тела или области на плоскости.
3. Сформулировать классические изопериметрические неравенства на плоскости и в пространстве.

4. Привести не менее двух доказательств классического изопериметрического неравенства на плоскости.
5. Сформулировать и обосновать различные варианты неравенство Боннезена.
6. Формулировать задачи изопериметрического типа с дополнительными ограничениями и конструировать гипотезы в них.
7. Определить различные типы симметризации плоской области. Строить простейшие примеры.
8. Сформулировать свойства функционалов при симметризации.
9. Обосновать эквивалентность двух определений жесткости кручения плоской односвязной области.
10. Обосновать эквивалентность двух определений первой основной частоты колебания мембраны натянутой на плоскую односвязную область.
11. Формулировать и обосновать лемму о включении, а также применять её для вывода простейших оценок геометрических и физических функционалов на плоскости.
12. Строить функционалы, являющиеся сравнимыми функционалами, для классических характеристик выпуклой области.

Обучающийся должен демонстрировать готовность:

1. Построения приближенных формул при симметризации.
2. Строить контрпримеры к обратному классическому изопериметрическому неравенству на плоскости.
3. Вычислять функционалы области для простейших областей.
4. Строить гипотезы (неравенства, утверждения) на основании собственных вычислений.

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных(ые) единиц(ы) 72 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: зачет в 7 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Неравенство между средним арифметическим и средним геометрическим. Классическое изопериметрическое неравенство на плоскости. Неравенство Боннезена. Многомерное изопериметрическое неравенство. Неравенство Брунно-Минковского.	7		6	6	0	
2.	Тема 2. Основные функционалы на плоскости и в пространстве. Неравенства и их роль. Симметризация на плоскости и в пространстве. Свойства симметризации и её применение.	7		6	6	0	
3.	Тема 3. Жесткость кручения и основная частота. Лемма о включении и её применение. Сравнимые функционалы в классе выпуклых областей. Построение контрпримеров.	7		6	6	0	
	Тема . Итоговая форма контроля	7		0	0	0	Зачет
	Итого			18	18	0	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Неравенство между средним арифметическим и средним геометрическим. Классическое изопериметрическое неравенство на плоскости. Неравенство Боннезена. Многомерное изопериметрическое неравенство. Неравенство Брунно-Минковского.

лекционное занятие (6 часа(ов)):

Среднее арифметическое, среднее гармоническое и среднее геометрическое. Базовые неравенства в анализе и их доказательство. Разбор некоторых доказательств по монографии Харди Г.Г., Литлвуд Дж.Е., Пойа Г. "Неравенства". Основные неравенства в геометрическом анализе. Различные доказательства классического изопериметрического неравенства на плоскости по монографии Бураго Ю.Д., Залгаллер В.А. "Геометрические неравенства". Обобщение классического изопериметрического неравенства: 1) на поверхностях; 2) в различных пространствах. Неравенство Брунно-Минковского и доказательство n -мерного изопериметрического неравенства по учебному пособию Ф.Г. авхадиева "Неравенства для интегральных характеристик областей".

практическое занятие (6 часа(ов)):

Решение задач на тему классического изопериметрического неравенства: 1) на поверхностях; 2) в различных пространствах.

Тема 2. Основные функционалы на плоскости и в пространстве. Неравенства и их роль. Симметризация на плоскости и в пространстве. Свойства симметризации и её применение.

лекционное занятие (6 часа(ов)):

Основные геометрические и физические функционалы на плоскости и в пространстве. Простейшие примеры вычисления функционалов. Неравенства и их роль. Симметризация на плоскости и в пространстве. Симметризация Штейнера, Шварца, круговая, Маркуса, сферическая, усредняющая. Поляризация и диссимметризация. Свойства симметризации и её применение. Примеры построения неравенств, конструирование гипотез. Таблица неравенств по монографии Г. Полия и Г. Сегё "Изопериметрические неравенства в математической физике". Новые интегральные геометрические характеристики области и примеры их вычисления в простых случаях по материалам учебного пособия Салахудинова Р.Г. "Введение в теорию изопериметрических неравенств, I (Метод конформных отображений в теории изопериметрических неравенств)".

практическое занятие (6 часа(ов)):

Решение задач на тему симметризация Штейнера, Шварца, круговая, Маркуса, сферическая, усредняющая.

Тема 3. Жесткость кручения и основная частота. Лемма о включении и её применение. Сравнимые функционалы в классе выпуклых областей. Построение контрпримеров.

лекционное занятие (6 часа(ов)):

Эквивалентность двух определений жесткости кручения и основной частоты колебания. Гипотеза Сен-Венана и основное изопериметрическое неравенство Фабера-Крана для основной частоты. Лемма о включении и её доказательство по монографии Г. Полия и Г. Сегё "Изопериметрические неравенства в математической физике". Эллипсоиды Лёвнера-Джона. Доказательство леммы о включении с точными константами. Формула Сен-Венана для жесткости кручения и применение леммы о включении. Сравнимые функционалы в классе выпуклых областях. Таблица Эссена сравнимых функционалов. Формула Эссена, неравенство Полия-Сегё, неравенство Макаи. Построение аппроксимационных формул на основе изопериметрических неравенств. Построение контрпримеров (по Г. Полия и Г. Сегё "Изопериметрические неравенства в математической физике" и др.).

практическое занятие (6 часа(ов)):

Вычисление функционалов и иллюстрация теорем.

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Неравенство между средним арифметическим и средним геометрическим. Классическое изопериметрическое неравенство на плоскости. Неравенство Боннезена. Многомерное изопериметрическое неравенство. Неравенство Брунно-Минковского.	7		Изучение литературы по теме.	12	Опрос.
2.	Тема 2. Основные функционалы на плоскости и в пространстве. Неравенства и их роль. Симметризация на плоскости и в пространстве. Свойства симметризации и её применение.	7		Изучение литературы по теме.	12	Тест.
3.	Тема 3. Жесткость кручения и основная частота. Лемма о включении и её применение. Сравнимые функционалы в классе выпуклых областей. Построение контрпримеров.	7		Изучение литературы по теме.	12	Опрос.
	Итого				36	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Освоение дисциплины предполагает использование в основном традиционных средств - лекции и практические/семинарские занятия. Проведение ряда семинарских занятий по современным моделям краевых задач предполагает использование программных средств - современных математических пакетов (Mathematica, MatLab и др.)

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Неравенство между средним арифметическим и средним геометрическим. Классическое изопериметрическое неравенство на плоскости. Неравенство Боннезена. Многомерное изопериметрическое неравенство. Неравенство Брунно-Минковского.

Опрос. , примерные вопросы:

Неравенство между средним арифметическим и средним геометрическим. Классическое изопериметрическое неравенство на плоскости. Неравенство Боннезена. Многомерное изопериметрическое неравенство. Неравенство Брунно-Минковского.

Тема 2. Основные функционалы на плоскости и в пространстве. Неравенства и их роль. Симметризация на плоскости и в пространстве. Свойства симметризации и её применение.

Тест., примерные вопросы:

Основные функционалы на плоскости и в пространстве. Неравенства и их роль. Симметризация на плоскости и в пространстве. Свойства симметризации и её применение.

Тема 3. Жесткость кручения и основная частота. Лемма о включении и её применение. Сравнимые функционалы в классе выпуклых областей. Построение контрпримеров.

Опрос., примерные вопросы:

Жесткость кручения и основная частота. Лемма о включении и её применение. Сравнимые функционалы в классе выпуклых областей. Построение контрпримеров.

Итоговая форма контроля

зачет (в 7 семестре)

Примерные вопросы к зачету:

- 1.неравенства между средним арифметическим и средним геометрическим. Среднее гармоническое.
2. Неравенства Коши-Буняковского-Шварца, Гельдера, Йенсена.
3. Классическое изопериметрическое неравенство.
4. Неравенство Боннезена.
5. Неравенство Брунна-Минковского. Изопериметрическое неравенство в n-мерном евклидовом пространстве.
5. . Определения основной частоты мембраны и жесткости кручения упругой балки. Связь с уравнениями в частных производных и вариационными неравенствами.
6. Описание классических результатов Кулона, Коши, Сен-Венана, лорда Рэлея и постановки изопериметрических проблем.
7. Неравенства и их роль в математической физике.
8. Симметризация её свойства и применение. Симметризация Штейнера и Шварца.
9. Симметризация круговая, Маркуса, усредняющая. Поляризация. Диссимметризация.
10. Лемма о включении. Эллипсоиды Лёвнера-Джона. Лемма о включении с точными константами.
11. Формула Сен-Венан для жесткости кручения и её оценкам с помощью леммы о включении.
12. Сравнимые функционалы Эссена в классе выпуклых областей. Формула Эссена для жесткости кручения.
13. Двусторонние оценки жесткости кручения и основной частоты (результаты).
14. Классические и современные результаты по точным оценкам для жесткости кручения.
15. Контрпримеры к изопериметрическим неравенствам.

7.1. Основная литература:

- 1.Салахудинов Р. Г. Введение в теорию изопериметрических неравенств. I Метод конформных отображений в теории изопериметрических неравенств: учебное пособие - 2013 - URL: http://libweb.kpfu.ru/ebooks/05_33_000342.pdf

2. Авхадиев Ф. Г. Введение в геометрическую теорию функций: [учебное пособие] - Казань: Казанский университет, 2012 - 127с.. (https://kpfu.ru/staff_files/F190155061/Lecture.pdf)
3. Авхадиев Ф. Г. Точные оценки в теории функций: учебно-методическое пособие - 2013 - URL: http://libweb.kpfu.ru/ebooks/05_39_A5-000408.pdf
4. Свешников А. Г. и др. Теория функций комплексной переменной: учебник для вузов: Издание 6-е, стереотипное - Москва: Физматлит, 2010 - 336с.
http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=48167
5. Шабунин, М.И. Теория функций комплексного переменного [Электронный ресурс] : учебное пособие / М.И. Шабунин, Ю.В. Сидоров. - Электрон. дан. - Москва : Издательство 'Лаборатория знаний', 2016. - 303 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/84089>. - Загл. с экрана.

7.2. Дополнительная литература:

1. Львовский, С.М. Лекции по комплексному анализу [Электронный ресурс] : учеб. пособие ? Электрон. дан. ? Москва : МЦНМО, 2009. ? 136 с. ? Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/9365>. ? Загл. с экрана.
2. Дубровин, Вячеслав Тимофеевич. Теория функций комплексного переменного: теория и практика: [учебное пособие] / В.Т. Дубровин; Казан. гос. ун-т. ? Казань: Казанский государственный университет, 2010. ? 102 с.:

7.3. Интернет-ресурсы:

- DuraSpace - ibarch.nmu.org.ua/handle/GenofondUA/66748
DuraSpace - <http://libarch.nmu.org.ua/handle/GenofondUA/36756>
DuraSpace - <http://libarch.nmu.org.ua/handle/GenofondUA/59890>
repository KPFU - http://repository.kpfu.ru/?p_id=74045
repository KPFU - http://repository.kpfu.ru/?p_id=8852
repository KPFU - http://repository.kpfu.ru/?p_id=9966
Карточка публикации на <http://repository.kpfu.ru/> - http://repository.kpfu.ru/?p_id=9966
Карточка публикации на <http://repository.kpfu.ru/> - <http://libweb.ksu.ru/vufind/Record/RU02eLSL02eEOR02e333>
Карточка публикации на <http://repository.kpfu.ru/> - http://repository.kpfu.ru/?p_id=35117

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Изопериметрические неравенства математической физики" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB, audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудование имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "БиблиоРоссика", доступ к которой предоставлен студентам. В ЭБС "БиблиоРоссика" представлены коллекции актуальной научной и учебной литературы по гуманитарным наукам, включающие в себя публикации ведущих российских издательств гуманитарной литературы, издания на английском языке ведущих американских и европейских издательств, а также редкие и малотиражные издания российских региональных вузов. ЭБС "БиблиоРоссика" обеспечивает широкий законный доступ к необходимым для образовательного процесса изданиям с использованием инновационных технологий и соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "Консультант студента", доступ к которой предоставлен студентам. Электронная библиотечная система "Консультант студента" предоставляет полнотекстовый доступ к современной учебной литературе по основным дисциплинам, изучаемым в медицинских вузах (представлены издания как чисто медицинского профиля, так и по естественным, точным и общественным наукам). ЭБС предоставляет вузу наиболее полные комплекты необходимой литературы в соответствии с требованиями государственных образовательных стандартов с соблюдением авторских и смежных прав.

учебные аудитории для проведения лекционных и семинарских занятий.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 01.03.01 "Математика" и профилю подготовки Общий профиль .

Автор(ы):

Салахудинов Р.Г. _____

"__" _____ 201__ г.

Рецензент(ы):

Насыров С.Р. _____

"__" _____ 201__ г.