

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор по образовательной деятельности КФУ  
проф. Таюрский Д.А.

"\_\_" \_\_\_\_ 20\_\_ г.

### **Программа дисциплины**

Введение в теорию римановых поверхностей Б1.В.ДВ.6

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика

Профиль подготовки: Общий профиль

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2016

**Автор(ы):** Насыров С.Р.

**Рецензент(ы):** Гумеров Р.Н.

#### **СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Насыров С. Р.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от "\_\_\_\_" \_\_\_\_ 20\_\_ г.

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от "\_\_\_\_" \_\_\_\_ 20\_\_ г.

## Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы
2. Место дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы высшего образования
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
  - 6.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы и форм контроля их освоения
  - 6.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания
  - 6.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы
  - 6.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций
7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
  - 7.1. Основная литература
  - 7.2. Дополнительная литература
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Программу дисциплины разработал(а)(и) заведующий кафедрой, д.н. (профессор) Насыров С.Р. (Кафедра математического анализа, отделение математики), Samyon.Nasyrov@kpfu.ru

**1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

Выпускник, освоивший дисциплину, должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОПК-3	способностью к самостоятельной научно-исследовательской работе
ОПК-4	способностью находить, анализировать, реализовывать программно и использовать на практике математические алгоритмы, в том числе с применением современных вычислительных систем
ПК-3	способностью строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата
ПК-6	способностью передавать результат проведенных физико-математических и прикладных исследований в виде конкретных рекомендаций, выраженной в терминах предметной области изучавшегося явления
ПК-7	способностью использовать методы математического и алгоритмического моделирования при анализе управленческих задач в научно-технической сфере, в экономике, бизнесе и гуманитарных областях знаний

Выпускник, освоивший дисциплину:

Должен демонстрировать способность и готовность:

1. Владеть основными идеями и методами теории римановых поверхностей.
2. Знать основные понятия и результаты теории (абстрактная риманова поверхность, разветвленное накрытие, аналитические функции и дифференциалы, униформизация).
3. Уметь строить разветвленные накрытия плоской области на сфере Римана, соответствующие заданной подгруппе фундаментальной группы, вычислять топологические характеристики компактных римановых поверхностей - разветвленных накрытий, применять методы теории римановых поверхностей к исследованию аналитических функций.

**2. Место дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы высшего образования**

Данная учебная дисциплина включена в раздел "Б1.В.ДВ.6 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 01.03.01 "Математика (Общий профиль)" и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 3 курсе в 5 семестре.

**3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных(ые) единиц(ы) на 108 часа(ов).

Контактная работа - 36 часа(ов), в том числе лекции - 18 часа(ов), практические занятия - 18 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 36 часа(ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 36 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен в 5 семестре.

**4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

**4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)**

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Абстрактные римановы поверхности и голоморфные отображения	5	2	4	0	8
2.	Тема 2. Фундаментальные группы	5	2	4	0	6
3.	Тема 3. Разветвленные и неразветвленные накрытия	5	8	4	0	6

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Абстрактные римановы поверхности и голоморфные отображения

Примеры римановых поверхностей. Определение поверхности, гладкой поверхности и римановой поверхности. Примеры абстрактных римановых поверхностей. Тор как риманова поверхность. Голоморфные функции на римановой поверхности. Теорема Римана об устранимой особенности. Аналитические отображения одной римановой поверхности в другую. Теорема единственности. Мероморфные функции на римановой поверхности. Локальное представление голоморфной функции на римановой поверхности. Открытость непостоянных аналитических отображений римановых поверхностей и ее следствия.

Тема 2. Фундаментальные группы

Фундаментальные группы. Определение и основные свойства. Индуцированный гомоморфизм. Примеры односвязных пространств. Фундаментальная группа окружности. Фундаментальная группа букета окружностей. Деформационные ретракты и их фундаментальные группы. Фундаментальная группа многосвязной области на плоскости. Фундаментальная группа проколотых тора, бутылки Клейна и проективной плоскости. Фундаментальная группа тора, бутылки Клейна и проективной плоскости. Фундаментальная группа сферы с ручками.

Тема 3. Разветвленные и неразветвленные накрытия

Накрытия. Неразветвленные накрытия. Неразветвленные накрытия римановых поверхностей. Теорема о единственности поднятия отображения на неразветвленное накрытие. Теорема о накрывающей гомотопии (формулировка). Безграничные неразветвленные накрытия и свойство поднятия кривых. Существование поднятия отображения на неразветвленное безграничное накрытие. Универсальное накрытие. Теорема о существовании универсального накрытия. Классификация римановых поверхностей.

Тема 4. Накрытия Галуа. Преобразования наложения.

Накрытия Галуа и их свойства. Группа преобразований наложения универсального накрытия. Группа преобразований наложения накрытия и ее связь с фундаментальной группой. Соответствие между накрытиями и полными классами сопряженных подгрупп. Накрытия Галуа и нормальные подгруппы фундаментальной группы.

Тема 5. Классификация римановых поверхностей. Униформизация.

Униформизация римановых поверхностей. Фактор-поверхность римановой поверхности по дискретной группе преобразований. Изоморфность накрытий, соответствующей одно и той же группе. Эллиптические и параболические римановы поверхности. Гиперболический случай. Фундаментальный многоугольник и его свойства.

### 5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине. Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 5 апреля 2017 года №301).

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996ин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений".

Положение от 29 декабря 2018 г. № 0.1.1.67-08/328 "О порядке проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет".

Положение № 0.1.1.67-06/241/15 от 14 декабря 2015 г. "О формировании фонда оценочных средств для проведения текущей, промежуточной и итоговой аттестации обучающихся федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет".

Положение № 0.1.1.56-06/54/11 от 26 октября 2011 г. "Об электронных образовательных ресурсах федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет".

Регламент № 0.1.1.67-06/66/16 от 30 марта 2016 г. "Разработки, регистрации, подготовки к использованию в учебном процессе и удаления электронных образовательных ресурсов в системе электронного обучения федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет".

Регламент № 0.1.1.67-06/11/16 от 25 января 2016 г. "О балльно-рейтинговой системе оценки знаний обучающихся в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет".

Регламент № 0.1.1.67-06/91/13 от 21 июня 2013 г. "О порядке разработки и выпуска учебных изданий в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет".

## 6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)

### 6.1 Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы и форм контроля их освоения

Этап	Форма контроля	Оцениваемые компетенции	Темы (разделы) дисциплины
<b>Семестр 5</b>			
	<b>Текущий контроль</b>		
1	Контрольная работа	ОПК-4 , ОПК-3	1. Абстрактные римановы поверхности и голоморфные отображения 2. Фундаментальные группы
2	Устный опрос	ПК-7 , ПК-6 , ПК-3	3. Разветвленные и неразветвленные накрытия 4. Накрытия Галуа. Преобразования наложения. 5. Классификация римановых поверхностей. Униформизация.
3	Письменное домашнее задание	ПК-6	2. Фундаментальные группы
	<b>Экзамен</b>	ОПК-3, ОПК-4, ПК-3, ПК-6, ПК-7	

### 6.2 Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Форма контроля	Критерии оценивания				Этап
	Отлично	Хорошо	Удовл.	Неуд.	
Семестр 5					
Текущий контроль					

Форма контроля	Критерии оценивания				Этап
	Отлично	Хорошо	Удовл.	Неуд.	
Контрольная работа	Правильно выполнены все задания. Продемонстрирован высокий уровень владения материалом. Проявлены превосходные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Правильно выполнена большая часть заданий. Присутствуют незначительные ошибки. Продемонстрирован хороший уровень владения материалом. Проявлены средние способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Задания выполнены более чем наполовину. Присутствуют серьезные ошибки. Продемонстрирован удовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены низкие способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Задания выполнены менее чем наполовину. Продемонстрирован неудовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены недостаточные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	1
Устный опрос	В ответе качественно раскрыто содержание темы. Ответ хорошо структурирован. Прекрасно освоен понятийный аппарат. Продемонстрирован высокий уровень понимания материала. Превосходное умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.	Основные вопросы темы раскрыты. Структура ответа в целом адекватна теме. Хорошо освоен понятийный аппарат. Продемонстрирован хороший уровень понимания материала. Хорошее умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.	Тема частично раскрыта. Ответ слабо структурирован. Понятийный аппарат освоен частично. Понимание отдельных положений из материала по теме. Удовлетворительное умение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.	Тема не раскрыта. Понятийный аппарат освоен неудовлетворительно. Понимание материала фрагментарное или отсутствует. Неумение формулировать свои мысли, обсуждать дискуссионные положения.	2
Письменное домашнее задание	Правильно выполнены все задания. Продемонстрирован высокий уровень владения материалом. Проявлены превосходные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Правильно выполнена большая часть заданий. Присутствуют незначительные ошибки. Продемонстрирован хороший уровень владения материалом. Проявлены средние способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Задания выполнены более чем наполовину. Присутствуют серьезные ошибки. Продемонстрирован удовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены низкие способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Задания выполнены менее чем наполовину. Продемонстрирован неудовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены недостаточные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	3



Форма контроля	Критерии оценивания				Этап
	Отлично	Хорошо	Удовл.	Неуд.	
Экзамен	Обучающийся обнаружил всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно-программного материала, умение свободно выполнять задания, предусмотренные программой, усвоил основную литературу и знаком с дополнительной литературой, рекомендованной программой дисциплины, усвоил взаимосвязь основных понятий дисциплины в их значении для приобретаемой профессии, проявил творческие способности в понимании, изложении и использовании учебно-программного материала.	Обучающийся обнаружил полное знание учебно-программного материала, успешно выполнил предусмотренные программой задания, усвоил основную литературу, рекомендованную программой дисциплины, показал систематический характер знаний по дисциплине и способен к их самостоятельному пополнению и обновлению в ходе дальнейшей учебной работы и профессиональной деятельности.	Обучающийся обнаружил знание основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по профессии, справился с выполнением заданий, предусмотренных программой, знаком с основной литературой, рекомендованной программой дисциплины, допустил погрешности в ответе на экзамене и при выполнении экзаменационных заданий, но обладает необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя.	Обучающийся обнаружил значительные пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, допустил принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий и не способен продолжить обучение или приступить по окончании университета к профессиональной деятельности без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.	

**6.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

**Семестр 5**  
**Текущий контроль**  
**1. Контрольная работа**

Темы 1, 2  
Билет 1

1. Построить накрытие, соответствующее подгруппе индекса 2 фундаментальной группы окружности. Определить, является ли оно накрытием Галуа.
2. Описать группу преобразований наложения накрытия. описанного в п.1

Билет 2

1. Построить накрытие, соответствующее подгруппе индекса 3 фундаментальной группы окружности. Определить, является ли оно накрытием Галуа.
2. Описать группу преобразований наложения накрытия. описанного в п.1

Билет 3

1. Построить накрытие, соответствующее какой-либо подгруппе индекса 2 фундаментальной группы тора. Определить, является ли оно накрытием Галуа.
2. Описать группу преобразований наложения накрытия. описанного в п.1

Билет 4

1. Построить накрытие, соответствующее какой-либо подгруппе индекса 3 фундаментальной группы тора. Определить, является ли оно накрытием Галуа.
2. Описать группу преобразований наложения накрытия. описанного в п.1

#### Билет 5

1. Построить покрытие, соответствующее какой-либо подгруппе бутылки Клейна. Определить, является ли оно покрытием Галуа.
2. Описать группу преобразований наложения покрытия. описанного в п.1

#### Билет 6

1. Построить покрытие, соответствующее какой-либо подгруппе трехсвязной области на плоскости. Определить, является ли оно покрытием Галуа.
2. Описать группу преобразований наложения покрытия. описанного в п.1

#### Билет 7

1. Построить покрытие, соответствующее какой-либо подгруппе двусвязной области на плоскости. Определить, является ли оно покрытием Галуа.
2. Описать группу преобразований наложения покрытия. описанного в п.1

#### Билет 8

1. Построить покрытие, соответствующее какой-либо подгруппе букета из двух окружностей. Определить, является ли оно покрытием Галуа.
2. Описать группу преобразований наложения покрытия. описанного в п.1

#### **2. Устный опрос**

Темы 3, 4, 5

1. Что такое неразветвленное покрытие?
2. Что такое разветвленное покрытие?
3. Что такое покрытие Галуа?
4. Что такое преобразование наложения?
5. Когда группа преобразований наложения действует транзитивно?
6. что такое риманова поверхность эллиптического типа?
7. Какие бывают римановы поверхности эллиптического типа?
8. Что такое риманова поверхность параболического типа?
9. Какие бывают римановы поверхности параболического типа?
10. привести примеры римановых поверхностей параболического типа?
11. Что такое униформизация римановой поверхности?
12. К какому типу римановых поверхностей относится комплексный тор?
13. Как классифицируются абелевы группы?
14. Что такое универсальное покрытие?

#### **3. Письменное домашнее задание**

Тема 2

1. Описать фундаментальную группу букета двух окружностей.
2. Описать фундаментальную группу проколотого тора.
3. Описать фундаментальную группу проколотой бутылки Клейна.



4. Описать фундаментальную группу букета трех окружностей.
5. Описать фундаментальную группу проколотой проективной плоскости.
6. Описать фундаментальную группу поверхности рода  $n$ , проколотой в двух точках.
7. Описать фундаментальную группу связной суммы двух торов.
8. Описать фундаментальную группу связной суммы трех торов.
9. Описать фундаментальную группу связной суммы тора и бутылки Клейна.
10. Описать фундаментальную группу связной суммы тора и проективной плоскости

### **Экзамен**

Вопросы к экзамену:

Примеры римановых поверхностей.

Определение поверхности, гладкой поверхности и римановой поверхности.

Примеры абстрактных римановых поверхностей.

Тор как риманова поверхность.

Голоморфные функции на римановой поверхности.

Теорема Римана об устранимой особенности. Аналитические отображения одной римановой поверхности в другую.

Теорема единственности.

Мероморфные функции на римановой поверхности.

Локальное представление голоморфной функции на римановой поверхности.

Открытость непостоянных аналитических отображений римановых поверхностей и ее следствия.

Фундаментальные группы. Определение и основные свойства.

Индукцированный гомоморфизм.

Примеры односвязных пространств.

Фундаментальная группа окружности.

Фундаментальная группа букета окружностей.

Деформационные ретракты и их фундаментальные группы.

Фундаментальная группа многосвязной области на плоскости.

Фундаментальная группа проколотых тора, бутылки Клейна и проективной плоскости. Фундаментальная группа тора, бутылки Клейна и проективной плоскости.

Фундаментальная группа сферы с ручками.

Накрытия. Неразветвленные накрытия.

Неразветвленные накрытия римановых поверхностей.

Теорема о единственности поднятия отображения на неразветвленное накрытие.

Теорема о накрывающей гомотопии.

Безграничные неразветвленные накрытия и свойство поднятия кривых.

Существование поднятия отображения на неразветвленное безграничное накрытие. Универсальное накрытие.

Теорема о существовании универсального накрытия. Классификация римановых поверхностей.

Накрытия Галуа.

Группа преобразований наложения универсального накрытия.

Группа преобразований наложения накрытия и ее связь с фундаментальной группой. Соответствие между накрытиями и полными классами сопряженных подгрупп.

Накрытия Галуа и нормальные подгруппы фундаментальной группы.

Униформизация римановых поверхностей.

Фактор-поверхность римановой поверхности.

Изоморфность накрытий, соответствующей одно и той же группе.

Эллиптические и параболические римановы поверхности.

Гиперболический случай. Фундаментальный многоугольник.

### **6.4 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

В КФУ действует балльно-рейтинговая система оценки знаний обучающихся. Суммарно по дисциплине (модулю) можно получить максимум 100 баллов за семестр, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов.

Для зачёта:

56 баллов и более - "зачтено".

55 баллов и менее - "не зачтено".

Для экзамена:

86 баллов и более - "отлично".

71-85 баллов - "хорошо".

56-70 баллов - "удовлетворительно".

55 баллов и менее - "неудовлетворительно".

Форма контроля	Процедура оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций	Этап	Количество баллов
<b>Семестр 5</b>			
<b>Текущий контроль</b>			
Контрольная работа	Контрольная работа проводится в часы аудиторной работы. Обучающиеся получают задания для проверки усвоения пройденного материала. Работа выполняется в письменном виде и сдаётся преподавателю. Оцениваются владение материалом по теме работы, аналитические способности, владение методами, умения и навыки, необходимые для выполнения заданий.	1	30
Устный опрос	Устный опрос проводится на практических занятиях. Обучающиеся выступают с докладами, сообщениями, дополнениями, участвуют в дискуссии, отвечают на вопросы преподавателя. Оценивается уровень домашней подготовки по теме, способность системно и логично излагать материал, анализировать, формулировать собственную позицию, отвечать на дополнительные вопросы.	2	10
Письменное домашнее задание	Обучающиеся получают задание по освещению определённых теоретических вопросов или решению задач. Работа выполняется письменно дома и сдаётся преподавателю. Оцениваются владение материалом по теме работы, аналитические способности, владение методами, умения и навыки, необходимые для выполнения заданий.	3	10
<b>Экзамен</b>	Экзамен нацелен на комплексную проверку освоения дисциплины. Экзамен проводится в устной или письменной форме по билетам, в которых содержатся вопросы (задания) по всем темам курса. Обучающемуся даётся время на подготовку. Оценивается владение материалом, его системное освоение, способность применять нужные знания, навыки и умения при анализе проблемных ситуаций и решении практических заданий.		50

## 7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

### 7.1 Основная литература:

1. Авхадиев, Ф. Г. Введение в геометрическую теорию функций : [учебное пособие] / Ф. Г. Авхадиев . - Казань: Казанский университет, 2012. - 127 с. - URL: [http://kpfu.ru/portal/docs/F\\_896826336/Avhadiev.\\_Vvedenie.v.geometricheskuju.teoriju.funkcij.pdf](http://kpfu.ru/portal/docs/F_896826336/Avhadiev._Vvedenie.v.geometricheskuju.teoriju.funkcij.pdf)
2. Шабунин, М.И. Теория функций комплексного переменного: учебное пособие / М.И. Шабунин, Ю.В. Сидоров. - 3-е изд., испр. и доп. - Москва: Лаборатория знаний, 2016. - 303 с. - ISBN 978-5-93208-209-6.- Текст: электронный// Электронно-библиотечная система 'Лань': [сайт]. - URL: <https://e.lanbook.com/book/84089>
3. Натансон, И.П. Теория функций вещественной переменной: учебник / И.П. Натансон. - 5-е изд., стер. - Санкт-Петербург: Лань, 2008. - 560 с. - ISBN 978-5-8114-0136-9. - Текст : электронный // Электронно-библиотечная система 'Лань': [сайт]. - URL: <https://e.lanbook.com/book/284>

### 7.2. Дополнительная литература:

1. Евграфов, М.А. Аналитические функции : учебное пособие / М.А. Евграфов. - 4-е изд. - Санкт-Петербург: Лань, 2008. - 448 с. - ISBN 978-5-8114-0809-2. - Текст: электронный// Электронно-библиотечная система 'Лань': [сайт]. - URL: <https://e.lanbook.com/book/134>
2. Сборник задач по теории функций комплексного переменного и операционному исчислению [Электронный вариант]: учебное пособие для студентов мех.-мат., физ. фак., фак. ВМК ун-та и фак-та повышения квалификации преподавателей / Л. А. Аксентьев. - Казань: Казанский государственный университет, 2005. - 124 с. Режим доступа: [http://dspace.kpfu.ru/xmlui/bitstream/handle/net/116254/zadachnik\\_tfk.pdf;jsessionid=B2B8FAEEACBDD2AD3E6431852D5E0C](http://dspace.kpfu.ru/xmlui/bitstream/handle/net/116254/zadachnik_tfk.pdf;jsessionid=B2B8FAEEACBDD2AD3E6431852D5E0C)

3. Зверович Э.И., Вещественный и комплексный анализ. В 6 ч. Ч. 2. Интегральное исчисление функций скалярного аргумента. Ч. 3. Дифференциальное исчисление [Электронный ресурс]: учеб. пособие. / Э.И. Зверович - Минск : Выш. шк., 2008. - 306 с. - ISBN 978-985-06-1305-9 - Режим доступа: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9789850613059.html>

## 8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

Белошапка В.К. Курс лекций по комплексному анализу. Москва. 2005 - <http://dmvn.mexmat.net/content/ccalculus/complexcalculus-6s-beloshapka.pdf>

Домрин А.В., Сергеев А.Г. Лекции по комплексному анализу. Ч.1 М.: МИАН, 2004 - <http://www.mi.ras.ru/books/pdf/ser1.pdf>

Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. М.: Наука. - <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/books/Lavrentev1946ru.djvu>

## 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вид работ	Методические рекомендации
лекции	Перед занятием студенты должны повторить материал предыдущих лекций, освежить в памяти основные понятия, прочитать соответствующий в учебниках и учебных пособиях. Особое внимание стоит уделить определениям, теоремам и прочим утверждениям, которые нужно хорошо осознать и уверенно ими оперировать. При необходимости можно также решать задачи и упражнения.
практические занятия	Студенты перед занятием должны повторить теоретический материал по своим конспектам лекций, учебникам и учебным пособиям. Следует выполнить домашнее задание и, в случае необходимости, порешать дополнительные задачи. При возникновении затруднений следует обратиться к преподавателю с просьбой объяснить непонятные места.
самостоятельная работа	При самостоятельной работе следует использовать все имеющиеся средства: конспекты лекций, материалы практических занятий, учебники и учебные пособия, материалы, находящиеся в сети Интернет. Особое внимание следует уделять творческому освоению курса, способности решать самостоятельно практические задания, а также доказывать простые факты и теоремы.
контрольная работа	При подготовке к письменной работе следует повторить теоретический материал, а также просмотреть решения задач, которые предлагались преподавателем на практических занятиях. Желательно прорешать дополнительные задания, чтобы лучше освоить материал и подготовиться к работе. В случае возникновения непонятных вопросов и понятий можно обратиться к преподавателю для консультаций.
устный опрос	Для подготовки к устному опросу студенты должны хорошо к нему подготовиться. Важно, чтобы они продемонстрировали уверенное владение материалом, основными понятиями, введенными на лекциях, а также основными фактами и утверждениями. Для этого желательно, чтобы студенты уточняли у преподавателя, какие из понятий и формулировок являются наиболее важными.
письменное домашнее задание	студенту следует повторить теоретический материал, а также просмотреть решения задач, которые предлагались преподавателем на практических занятиях. Желательно прорешать дополнительные задания, чтобы лучше освоить материал и подготовиться к работе. В случае возникновения непонятных вопросов и понятий можно обратиться к преподавателю для консультаций.
экзамен	На экзамене студенту следует повторить все основные понятия курса, просмотреть решения всех задач, практических заданий. Основное внимание следует уделять определениям, формулировкам основных теорем и утверждений. Неплохо также повторить основные темы по курсу математического анализа, чтобы уверенно оперировать основными понятиями дифференциального и интегрального исчисления.

## 10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Освоение дисциплины "Введение в теорию римановых поверхностей" предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

#### **11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Освоение дисциплины "Введение в теорию римановых поверхностей" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB, audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудование имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

#### **12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи;
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 01.03.01 "Математика" и профилю подготовки Общий профиль .