

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ

Проф. Таюрский Д.А.

_____ 20__ г.

подписано электронно-цифровой подписью

Программа дисциплины

Высшая геометрия (на английском языке) Б1.В.ДВ.8

Направление подготовки: 02.03.01 - Математика и компьютерные науки

Профиль подготовки: Математическое и компьютерное моделирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Автор(ы):

Шурыгин В.В.

Рецензент(ы):

Сосов Е.Н.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Попов А. А.

Протокол заседания кафедры No ____ от " ____ " _____ 201__ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No ____ от " ____ " _____ 201__ г

Регистрационный No 817213918

Казань
2018

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) профессор, д.н. (профессор) Шурыгин В.В. Кафедра геометрии отделение математики , vadim.shurygin

1. Цели освоения дисциплины

Изучение основных понятий и методов высшей геометрии; теоретическая и практическая подготовка в области проективной геометрии; овладение современным математическим аппаратом, применяемым в геометрии трехмерного пространства и плоскости; приобретение навыков изучения и изложения научного материала в области геометрии и топологии на английском языке.

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б1.В.ДВ.8 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 02.03.01 Математика и компьютерные науки и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 4 курсе, 7 семестр.

Для успешного изучения дисциплины 'Высшая геометрия (на английском языке)' необходимы знание английского языка в объеме бакалавриата по направлению Математика, знания и умения, приобретенные в результате освоения аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, линейной алгебры.

Приобретенные знания в результате освоения дисциплины 'Высшая геометрия (на английском языке)' будут полезны в научно-исследовательской работе и практике научного сотрудничества.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-5 (профессиональные компетенции)	способностью использовать методы математического и алгоритмического моделирования при решении теоретических и прикладных задач
ПК-7 (профессиональные компетенции)	способностью использовать методы математического и алгоритмического моделирования при анализе управленческих задач в научно-технической сфере, в экономике, бизнесе и гуманитарных областях знаний

В результате освоения дисциплины студент:

4. должен демонстрировать способность и готовность:

Студенты, завершившие изучение данной дисциплины, должны:

- понимать ее идеи, цели и задачи предмета, его связь с другими разделами геометрии.
- обладать теоретическими знаниями о методах, применяемых в проективной геометрии.
- ориентироваться в возможностях применения методов проективной геометрии в других разделах геометрии.
- приобрести навыки в решении геометрических задач методами проективной геометрии.
- приобрести навыки изложения материала проективной геометрии на английском языке.

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных(ые) единиц(ы) 144 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 7 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Geometry of multidimensional Euclidean spaces	7		6	8	0	
2.	Тема 2. Algebraic topology I	7		12	10	0	
3.	Тема 3. Plane hyperbolic geometry	7		8	8	0	
4.	Тема 4. Algebraic topology II	7		8	8	0	
	Тема . Итоговая форма контроля	7		0	0	0	Зачет
	Итого			34	34	0	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Geometry of multidimensional Euclidean spaces

лекционное занятие (6 часа(ов)):

1. Euclidean space. Scalar product. Multidimensional cube $[0,1]^n$. 2. Multidimensional simplex $[0,1]^n$. $\sum_{i=1}^{n+1} x^i=1$, $x^i \geq 0$. Spheres. Inscribed and circumscribed spheres. 3. Regular polyhedrons. Cube $\sum_{i=1}^n |x^i| \leq 1$. Classification of regular polyhedrons.

практическое занятие (8 часа(ов)):

Faces. Knots. Regular polyhedrons in 3D and 4D. Symmetry groups of regular polyhedrons. Eulers' formula.

Тема 2. Algebraic topology I

лекционное занятие (12 часа(ов)):

4. The Euler characteristic of a polyhedron. Two-dimensional manifolds. The torus. The Moebius band. The Klein bottle. The projective plane. Spheres with handles. The genus of a surface. The connected sum of two surfaces. 5. The three-dimensional sphere \mathbb{S}^3 . \mathbb{S}^3 as a union of two solid tori with common boundary. 6. The quaternion algebra \mathbb{H} . The imaginary space of \mathbb{H} . The vector and scalar products. The three-dimensional sphere $\mathbb{S}^3 \subset \mathbb{H}$ as a Lie group. Actions of \mathbb{S}^1 on \mathbb{S}^3 . The Hopf bundle $p: \mathbb{S}^3 \rightarrow \mathbb{S}^2$. The special unitary group $SU(2)$ and the isomorphism $\mathbb{S}^3 \rightarrow SU(2)$. 7. The fundamental group $\pi_1(X)$ of a topological space X . The fundamental group of the circle \mathbb{S}^1 . The triviality of $\pi_1(\mathbb{S}^n)$ for $n > 2$.

практическое занятие (10 часа(ов)):

The Euler characteristic of the connected sum of two surfaces. The vector and scalar products and their applications. The orthogonal groups $O(3)$ and $O(4)$ and quaternions. The ephimorphisms $\mathbb{S}^3 \rightarrow SO(3)$ and $\mathbb{S}^3 \times \mathbb{S}^3 \rightarrow SO(4)$.

Тема 3. Plane hyperbolic geometry

лекционное занятие (8 часа(ов)):

8. The parallel postulate for hyperbolic geometry. The angle-sum theorem. Sacchery quadrilaterals. The defect of a triangle. 9. The properties of parallel lines. The parallel-angle $\pi(x)$. Pensils of lines in the hyperbolic geometry. 10. Spherical and elliptic geometries. Locally Euclidean geometries. Flat torus $\mathbb{S}^1 \times \mathbb{S}^1 \subset \mathbb{R}^4$.

практическое занятие (8 часа(ов)):

The nonexistence of similar triangles in the hyperbolic geometry. The Poincar'e interpretation of the hyperbolic plane.

Тема 4. Algebraic topology II

лекционное занятие (8 часа(ов)):

11. Paths and pathwise connected topological spaces. Homotopy of continuous maps. 12. The fundamental group of the product of two topological spaces. Covering spaces. The fundamental group of a covering space. 13. Retractions. The Brower fixed point theorem for continuous maps $f: D^2 \rightarrow D^2$. 14. The degree of a continuous map $f: \mathbb{S}^2 \rightarrow \mathbb{S}^2$. The fundamental theorem of algebra. 15. Vector fields on spheres. Hair ball theorem.

практическое занятие (8 часа(ов)):

Examples of connected but not pathwise connected topological spaces. Fundamental groups of tori. Different proofs of the fundamental theorem of algebra

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Geometry of multidimensional Euclidean spaces	7		подготовка к устному опросу	18	Устный опрос
2.	Тема 2. Algebraic topology I	7		подготовка к устному опросу	20	Устный опрос
3.	Тема 3. Plane hyperbolic geometry	7		подготовка к устному опросу	18	Устный опрос
4.	Тема 4. Algebraic topology II	7		подготовка к контрольной работе	8	Контрольная работа
				подготовка к устному опросу	12	Устный опрос
	Итого				76	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

активные и интерактивные формы проведения занятий.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Geometry of multidimensional Euclidean spaces

Устный опрос , примерные вопросы:

1. Classification of regular polyhedrons in 3-dimensional space
2. What is a multidimensional cube
3. What is a multidimensional simplex

Тема 2. Algebraic topology I

Устный опрос , примерные вопросы:

1. Euler characteristic of a 5-dimensional simplex.
2. Inscribed sphere
3. Euler characteristic of a 7-dimensional simplex.
4. The torus.
5. The Moebius band.
6. The Klein bottle.
7. The projective plane.
8. Spheres with handles.
9. The genus of a surface.
10. The connected sum of two surfaces.
11. The Hopf bundle
12. The special unitary group
13. The orthogonal groups and quaternions.
14. The fundamental group of the circle

Тема 3. Plane hyperbolic geometry

Устный опрос , примерные вопросы:

1. The angle-sum theorem.
2. Sacchery quadrilaterals.
3. The defect of a triangle.
4. The parallel-angle $\pi(x)$.
5. Pencils of lines in the hyperbolic geometry.
6. Flat torus $S^1 \times S^1 \subset \mathbb{R}^4$.

Тема 4. Algebraic topology II

Контрольная работа, примерные вопросы:

Пример билета на контрольную работу
Билет 1. 1. Find the angle between the edge and the main diagonal of a 5-dimensional cube
2. Find the inverse quaternion of $5+3i+2j-k$
3. Prove that in the hyperbolic geometry for any acute angle there exist a line which is perpendicular to one of its sides and parallel to the other
4. Find the fundamental group of $S^3 * S^5 * T^2$.
Билет 2. 1. Find the number of 2-dimensional faces of a 5-dimensional cube
2. Find the inverse quaternion of $-3+4i-j+2k$
3. Prove that in the hyperbolic geometry for any acute angle there exist a line which is parallel to both sides of this angle
4. Find the fundamental group of $S^4 * (\mathbb{R}^2 \setminus 0) * T^2$.

Устный опрос, примерные вопросы:

1. Paths and pathwise connected topological spaces
2. Retractions
3. Vector fields on spheres
4. The fundamental theorem of algebra.
5. Covering spaces.
6. The fundamental group of a covering space.
7. The Brouwer fixed point theorem for continuous maps $f: D^2 \rightarrow D^2$.
8. The degree of a continuous map $f: S^2 \rightarrow S^2$.
9. Hair ball theorem.

Тема . Итоговая форма контроля

Примерные вопросы к зачету:

1. Euclidean space.
2. Scalar product.
3. Multidimensional cube $[0,1]^n$. Faces. Nots.
4. Multidimensional simplex $[0,1]^n$. $\sum_{i=1}^{n+1} x^i = 1$, $x^i \geq 0$.
5. Spheres.
6. Inscribed and circumscribed spheres.
7. Regular polyhedrons.
8. Cocube $\sum_{i=1}^n |x^i| \leq 1$.
9. Classification of regular polyhedrons.
10. The Euler characteristic of a polyhedron.

11. Two-dimensional manifolds. The torus.
12. The Moebius band. The Klein bottle.
13. The projective plane. Spheres with handles.
14. The genus of a surface.
15. The connected sum of two surfaces.
16. The three-dimensional sphere \mathbf{S}^3 . \mathbf{S}^3 as a union of two solid tori with common boundary.
17. The quaternion algebra \mathbf{H} . The imaginary space of \mathbf{H} .
18. The vector and scalar products.
19. The three-dimensional sphere $\mathbf{S}^3 \subset \mathbf{H}$ as a Lie group.
20. Actions of \mathbf{S}^1 on \mathbf{S}^3 . The Hopf bundle $p: \mathbf{S}^3 \rightarrow \mathbf{S}^2$.
21. The special unitary group $SU(2)$ and the isomorphism $\mathbf{S}^3 \rightarrow SU(2)$.
22. The orthogonal groups $O(3)$ and $O(4)$ and quaternions.
23. The fundamental group $\pi(X)$ of a topological space X .
24. The fundamental group of the circle \mathbf{S}^1 .
25. The triviality of $\pi(\mathbf{S}^n)$ for $n > 2$.
26. The parallel postulate for hyperbolic geometry.
27. The angle-sum theorem.
28. The defect of a triangle.
29. The nonexistence of similar triangles in the hyperbolic geometry.
30. The properties of parallel lines.
31. The parallel-angle $\Pi(x)$.
32. Pencils of lines in the hyperbolic geometry.
33. Spherical and elliptic geometries.
34. Locally Euclidean geometries.
35. Flat torus $\mathbf{S}^1 \times \mathbf{S}^1 \subset \mathbf{R}^4$.
36. The Poincaré interpretation of the hyperbolic plane.
37. Paths and pathwise connected topological spaces.
38. Homotopy of continuous maps.
39. The fundamental group of the product of two topological spaces.
40. Covering spaces.
41. The fundamental group of a covering space.
42. Retractions.
43. The Brouwer fixed point theorem for continuous maps $f: D^2 \rightarrow D^2$.
44. The degree of a continuous map $f: \mathbf{S}^2 \rightarrow \mathbf{S}^2$.
45. The fundamental theorem of algebra.
46. Vector fields on spheres.

Примеры билетов к зачету.

Билет 1

1. The Euler characteristic of a polyhedron.
2. The parallel-angle $\Pi(x)$.
3. Find the Euler characteristic of the connected sum of two tori.

Билет 2.

1. The three-dimensional sphere $\mathbf{S}^3 \subset \mathbf{H}$ as a Lie group.
2. The fundamental group of a covering space.
3. Find the fundamental group of the group $SO(3)$.

7.1. Основная литература:

1. Александров П. С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учебник - Москва: Лань, 2009 - 512с. - URL: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=493
2. Прасолов В. В. Задачи по топологии - Москва: МЦНМО (Московский центр непрерывного математического образования), 2014 - URL: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=80151
3. Скопенков А. Б. Алгебраическая топология с геометрической точки зрения - Москва: МЦНМО (Московский центр непрерывного математического образования), 2016 - 270 с. - URL: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=71854

7.2. Дополнительная литература:

1. Прасолов В. В. Элементы теории гомологий - Москва: МЦНМО, 2006 - 448с. - URL: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=9397
2. Александров П.С. Введение в теорию множеств и общую топологию - Москва: Лань, 2010 - 367с. - URL: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=530
3. Кузовлев В. П. Курс геометрии: элементы топологии, дифференциальная геометрия, основания геометрии - Москва: Физматлит, 2012 - URL: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=59618

7.3. Интернет-ресурсы:

A Concise Course in Algebraic Topology -

<https://www.math.uchicago.edu/~may/CONCISE/ConciseRevised.pdf>

Fundamental Theorem of Algebra - https://www.cut-the-knot.org/do_you_know/fundamental2.shtml

Hyperbolic geometry -

https://people.maths.ox.ac.uk/hitchin/hitchinnotes/Geometry_of_surfaces/Chapter_4_Hyperbolic_geometry

Regular Polyhedra - <https://brilliant.org/wiki/regular-polyhedra/>

Simplex - <http://mathworld.wolfram.com/Simplex.html>

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Высшая геометрия (на английском языке)" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB, audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудование имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Учебные аудитории для проведения лекционных и семинарских занятий, оснащенные проектором

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 02.03.01 "Математика и компьютерные науки" и профилю подготовки Математическое и компьютерное моделирование .

Автор(ы):

Шурыгин В.В. _____

"__" _____ 201__ г.

Рецензент(ы):

Сосов Е.Н. _____

"__" _____ 201__ г.